

# **Grundlehrnen der darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive**

**Lötzbeyer, Philipp**

**Dresden, 1918**

§ 10. Allgemeines. Darstellung auf zwei Bildebenen.

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83258](https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:466:1-83258)

Auge macht, ein Hauptmangel gegenüber. Die schiefen Parallelprojektion ist zur unmittelbaren Festlegung räumlicher Gebilde nicht einfach genug. Schon die Darstellung verhältnismäßig einfacher Körper erfordert das Hinzutreten der senkrechten Projektion. So ist z. B. in Aufg. 7, § 7 zur Darstellung der Pyramide in Wirklichkeit die senkrechte Projektion sowohl zur Grundebene (Grundriß) als auch zur Bildebene (Aufriß) gegeben. Weiter bietet die Darstellung von krummen Linien und Flächen Schwierigkeiten. Ein zur Grundfläche paralleler Kreis z. B. bildet sich bei schiefen Parallelprojektion als Ellipse ab, während er bei der senkrechten Projektion sich wieder als Kreis darstellt.

2) Die Ansätze der schiefen Parallelprojektion gehen, wie alte Stadt- und Befestigungspläne lehren, weit zurück. Schon die Darstellungen in den Gräbern der alten Ägypter zeigen die Gegenstände (z. B. eine Palastanlage) in einer Art Militärperspektive.<sup>1)</sup>

Das bereits sehr früh benutzte Verfahren der schiefen Parallelprojektion wurde besonders durch J. H. Lambert (1728—1777) wissenschaftlich behandelt und bekanntgemacht. Im vorigen Jahrhundert ist das Verfahren der schiefen Parallelprojektion verallgemeinert und als besondere Darstellungsmethode („Axonometrie“) begründet worden. Wählt man als Bildebene nicht, wie wir es bisher getan haben, eine lotrechte Ebene, sondern eine ganz beliebige schief gelegene Ebene, so erhält man die allgemeinste Form der schiefen Parallelprojektion.

### Zweiter Abschnitt.

#### Gerade Parallelprojektion. (Grund- und Aufrißverfahren).

##### § 10. Allgemeines. Darstellung auf zwei Bildebenen.

1) Die gerade Parallelprojektion oder senkrechte Projektion<sup>2)</sup> ist als besonderer Fall der Parallelprojektion zu betrachten, bei der die Projektionsstrahlen die Bildebene unter einem rechten Winkel treffen. Deswegen gelten auch hier die in § 3 abgeleiteten Hauptsätze der Parallelprojektion. Die senkrechte Projektion hat den besonderen Vorzug, daß sie gestattet, Körper nach den drei Hauptrichtungen in gleichem Maßstabe abzubilden. Darauf beruht ihre große Bedeutung für Handwerk, Technik und Kunst.

<sup>1)</sup> Vgl. F. Schilling, Über Anwendungen der darstellenden Geometrie, insbesondere über die Photogrammetrie, 1904, S. 147.

<sup>2)</sup> Wenn im zweiten Abschnitt von Projektion oder Projizieren schlechthin gesprochen wird, so ist stets die senkrechte (orthogonale = rechtwinklige) Projektion gemeint.

2a) Projizieren wir einen einfachen Körper, z. B. einen Quader (Fig. 32), auf eine zu seiner Grundfläche parallele Ebene  $B_1$ , so erhalten wir als seine Projektion das Rechteck  $Q_1$ , durch das die Ausmessungen des Körpers nur nach der Breite und Tiefe bestimmt sind. Um auch die Höhe in der einfachsten Weise festzulegen, projizieren wir den Körper noch auf eine zweite Ebene  $B_2$  parallel der Breiten- und Höhenrichtung, so daß die Höhe sich in wahrer Größe darstellt (Fig. 32). Durch Hinzutreten der zweiten Projektion  $Q_2$  sind Gestalt und Ausmessungen des Körpers bestimmt. Wie wir im folgenden sehen werden, genügt im allgemeinen zur vollständigen Darstellung (Festlegung) eines Körpers die Projektion auf zwei Ebenen.

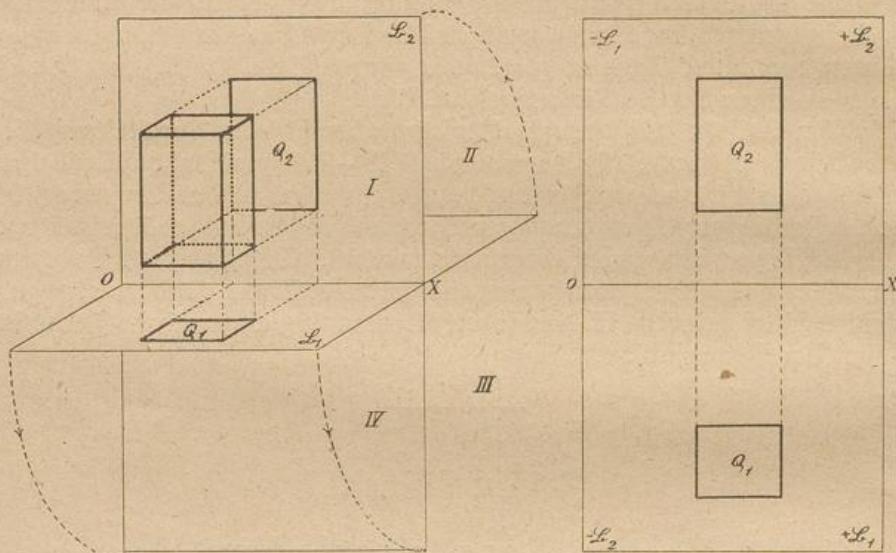


Fig. 32.

Fig. 33.

Die erste Bildebene  $B_1$  (Fig. 32) oder erste Tafel wählt man wagerecht, die zweite Bildebene  $B_2$  oder zweite Tafel lotrecht zu  $B_1$ . Die Ebene  $B_1$  heißt auch **Grund- oder Grundriss ebene**; die Ebene  $B_2$ , die unserer Bildebene bei der schiefen Parallelprojektion entspricht, **Aufrißebene**. Dementsprechend heißen die Projektionen eines Gebildes auf diese Ebenen **Grundriss** oder **erste Projektion** ( $Q_1$ ) und **Aufriß** oder **zweite Projektion** ( $Q_2$ ). Die Schnittgerade  $OX$  der beiden Bildebenen wird als **Bild- oder x-Achse** bezeichnet.

b) Denken wir uns (Fig. 32) die Bildebenen  $B_1$  und  $B_2$  unbegrenzt erweitert, so teilen sie den Raum in vier Teilträume (Raumviertel oder Quadranten) I, II, III und IV. Als Aufrißebene betrachten wir stets die lotrecht vor uns gehaltene Zeichenebene. Dann bezeichnen wir den vorderen oberen Teilraum als I. Raumviertel, den hinter  $B_2$  gelegenen oberen als II. Raumviertel usw. Der Einfachheit halber nehmen wir die darzustellenden Gebilde im allgemeinen im I. Teiltrum an.

e) Um mit einer Zeichenebene auszukommen, denkt man die erste Bildebene (Fig. 33) um die Achse in der durch die Pfeile angegebenen Richtung um  $90^\circ$  gedreht. Dadurch fällt der vordere Teil der Grundrißebene mit dem unteren Teile der Aufrißebebene zusammen, während der hinter  $B_2$  gelegene Teil der Grundrißebene mit dem oberen Teil von  $B_1$  zur Deckung kommt. Von dem in Fig. 32 samt seinen senkrechten Projektionen im Schrägbilde gezeichneten Quader erhalten wir nach Vereinigung beider Bildebenen die in Fig. 33 gegebene Darstellung.

Es ist dauernd zu beachten, daß die Vereinigung der beiden Bildebenen lediglich den Zweck hat, die Darstellung auf einer einzigen Zeichenebene zu ermöglichen. Für die Ausführung hat man sich daher die beiden Ebenen stets in ihrer rechtwinkligen Verbindung zu denken.

Bei Darstellung von Gebilden im ersten Raumviertel (Fig. 32) braucht man nur die vordere Hälfte der Grundrißebene und die obere der Aufrißebebene in Betracht zu ziehen. Nach Vereinigung der Bildebene trennt die Achse („trennende Achse“) Grundriß und Aufriß; das über der Achse gelegene Feld ist Aufrißebebene, das darunter liegende Grundrißebene.

### § 11. Darstellung des Punktes.

1) Sind in Fig. 34  $B_1$  und  $B_2$  die beiden zueinander senkrechten Bildebenen und ist  $P$  ein beliebiger Punkt im I. Raumviertel, so sind die Fußpunkte  $P_1$  und  $P_2$  der von  $P$  auf die Bildebenen gefällten Lote die Projektionen von  $P$ .  $P_1$  ist sein Grundriß oder seine erste Projektion,  $P_2$  sein Aufriß oder seine zweite Projektion. Den Abstand  $PP_1 = z$  des Punktes  $P$  von  $B_1$  nennen wir seinen **ersten Tafelabstand** oder Höhenabstand, entsprechend  $PP_2 = y$  seinen **zweiten Tafelabstand** oder Tiefenabstand. Die durch die Tafelabstände  $PP_1$  und  $PP_2$  bestimmte Ebene steht auf beiden Bildebenen senkrecht (§ 72, 3), ist mithin auch senkrecht zu ihrer Schnittgeraden, der Bildachse  $OX$ . Ist  $P_x$  der Schnittpunkt der Ebene mit der Achse, so sind demnach  $P_1P_x$  und  $P_2P_x$  senkrecht zur Achse  $OX$  (§ 67, 1), d. h. die Lote von Grund- und Aufriß eines Punktes auf die Bildachse haben denselben Fußpunkt.

Das Viereck  $PP_1P_xP_2$  (Fig. 34) ist ein Rechteck. In diesem ist  $P_2P_x = PP_1 = z$  und  $P_1P_x = PP_2 = y$ .

Der **erste Tafelabstand eines Punktes ist also gleich dem Abstand seines Aufrisses von der Bildachse und der zweite Tafelabstand gleich dem Abstand seines Grundrisses von der Bildachse.**

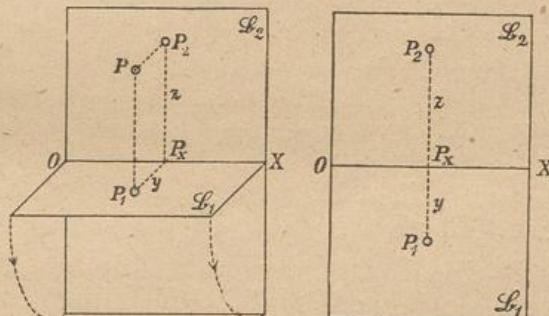


Fig. 34.

Fig. 35.