Grundlehren der darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive

Lötzbeyer, Philipp

Dresden, 1918

§ 13. Bestimmungen der Tafelneigung einer Geraden undder wahren Länge einer Strecke.

urn:nbn:de:hbz:466:1-83258

Rückt der Schnittpunkt P der Geraden g und l ins Unendliche, so rücken damit auch seine Projektionen ins Unendliche. Was folgt daraus für die gleichnamigen Projektionen paralleler Geraden?[1])

Aufgabe. Zu einer durch ihre Projektionen g_1 und g_2 gegebenen Geraden durch einen Punkt P (P_1P_2) die Parallele zu zeichnen. Lösung!

Liegen (Fig. 47) die Schnittpunkte der Projektionen zweier Geraden g und l nicht senkrecht untereinander, so haben die Geraden im allgemeinen keinen Punkt gemeinsam. Die Projektionen stellen also **zwei windschiefe Gerade** dar.

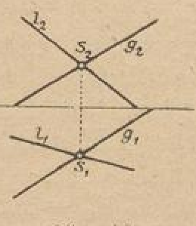

Fig. 46.

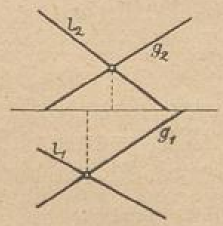

Fig. 47.

In welchem Ausnahmefalle können die Schnittpunkte der Projektionen zweier windschiefer Geraden senkrecht untereinander liegen?

§ 13. Bestimmung der Tafelneigungen einer Geraden und der wahren Länge einer Strecke.

1) Aufgabe. Die Neigungswinkel einer Geraden g mit den Bildebenen zu bestimmen.

Da GA_x (s. Schrägbild Fig. 48) die Projektion von g auf $\mathfrak{B}_1$ ist, ist $\sphericalangle AGA_x$ der Neigungswinkel γ_1 von g mit der ersten Tafel oder Bildebene. Um γ_1 zu finden, denken wir uns das Dreieck GA_xA um GA_x in die erste Bildebene umgelegt, so daß es in die Lage des Dreiecks GA_xA_0 kommt. Wir erhalten dann zur Bestimmung von γ_1 die folgende Konstruktion: Man errichte (Fig. 49) auf GA_x in A_x das Lot $A_xA_0 = A_xA$ und verbinde A_0 mit G. Alsdann ist $\sphericalangle A_0GA = \gamma_1$.

Entsprechend finden wir den Neigungswinkel γ_2 mit der zweiten Bildebene.

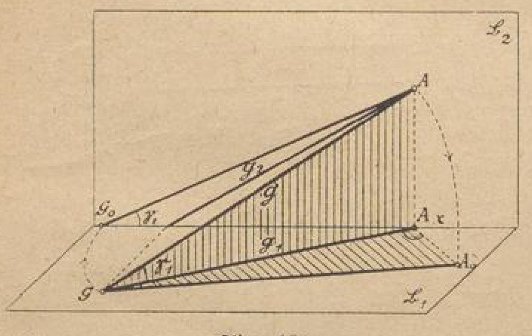

Fig. 48.

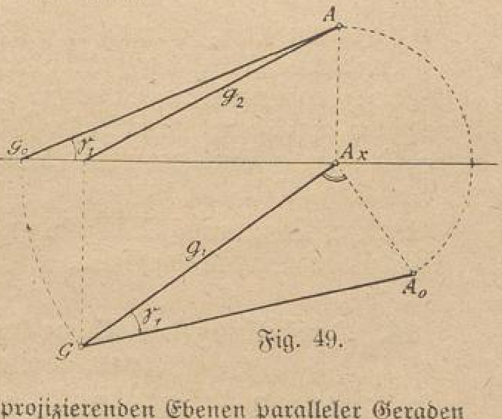

Fig. 49.

[1]) Beachte auch, daß die entsprechenden projizierenden Ebenen paralleler Geraden parallel sind.

Bemerkung. Anstatt Dreieck GA_xA um g_1 als Drehungsachse in die erste Bildebene umzulegen, können wir es uns auch um AA_x gedreht denken, bis es in die zweite Bildebene fällt (Fig. 48 und 49). Die Konstruktion wird dann noch einfacher. Inwiefern?

$GA_0 = AG_0$ ist die wahre Länge der von den Spurpunkten G und A begrenzten Strecke der Geraden g.

2) Aufgabe. Die wahre Länge der durch ihre Projektionen L_1M_1 und L_2M_2 gegebenen Strecke LM zu bestimmen.

Aus dem Schrägbilde Fig. 50 erkennen wir, daß die Strecke LM mit ihrer ersten Projektion L_1M_1 und den Endloten $LL_1 = l$ und $MM_1 = m$ das Trapez LMM_1L_1 bildet. Denken wir uns dieses Trapez um L_1M_1 in die Grundrißebene umgelegt, so erhalten wir das Trapez $L_0M_0M_1L_1$, in dem $L_0M_0 = LM$ und $L_0L_1 = l$ und $M_0M_1 = m$ ist. Um das umgelegte Trapez in der Zeichenebene (Fig. 51) zu gewinnen, errichten wir auf L_1M_1 in L_1 das Lot $L_1L_0 = L_xL_2 = l$ und in M_1 das Lot $M_1M_0 = M_xM_2 = m$. Sodann ist L_0M_0 gleich der wahren Länge der Strecke LM.

Eine andere mehr Raum ersparende Konstruktion ergibt sich aus dem folgenden leicht zu beweisenden Satz (Fig. 50 und 51): Die wahre Länge einer Strecke ist die Hypotenuse (s_0) eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete die eine Projektion (s_1) und dessen andere Kathete die Differenz (l—m) der Abstände der Endpunkte der andern Projektion (s_2) von der Achse ist.

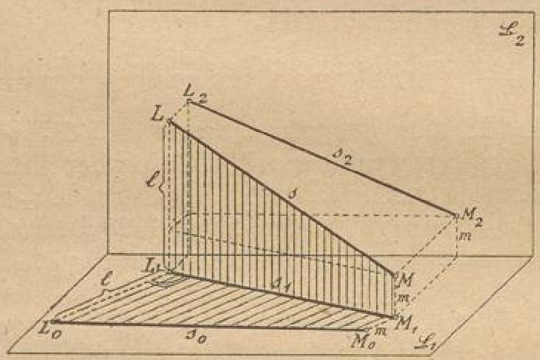

Fig. 50.

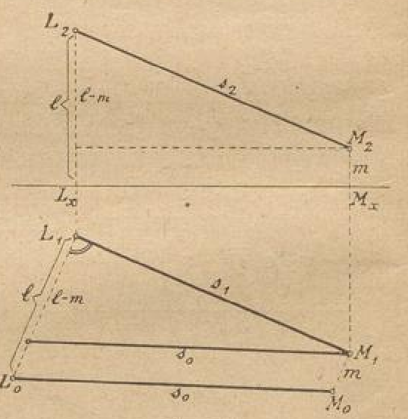

Fig. 51.

Welche Lage muß LM haben, damit eine Projektion die wahre Größe der Strecke darstellt?

§ 14. Darstellung der Ebene durch ein ebenes Vieleck (Darstellung von ebenen Vielecken).

1) Da die Lage einer Ebene durch drei ihrer Punkte bestimmt ist, so ist eine Ebene durch die Projektionen dreier Punkte,