Grundlehren der darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive

Lötzbeyer, Philipp

Dresden, 1918

§ 14. Darstellung der Ebene durche in ebenes Vieleck (Darstellung von ebenen Vielecken).

urn:nbn:de:hbz:466:1-83258

Bemerkung. Anstatt Dreieck GA_xA um g_1 als Drehungsachse in die erste Bildebene umzulegen, können wir es uns auch um AA_x gedreht denken, bis es in die zweite Bildebene fällt (Fig. 48 und 49). Die Konstruktion wird dann noch einfacher. Inwiefern?

$GA_0 = AG_0$ ist die wahre Länge der von den Spurpunkten G und A begrenzten Strecke der Geraden g.

2) Aufgabe. Die wahre Länge der durch ihre Projektionen L_1M_1 und L_2M_2 gegebenen Strecke LM zu bestimmen.

Aus dem Schrägbilde Fig. 50 erkennen wir, daß die Strecke LM mit ihrer ersten Projektion L_1M_1 und den Endloten $LL_1 = l$ und $MM_1 = m$ das Trapez LMM_1L_1 bildet. Denken wir uns dieses Trapez um L_1M_1 in die Grundrißebene umgelegt, so erhalten wir das Trapez $L_0M_0M_1L_1$, in dem $L_0M_0 = LM$ und $L_0L_1 = l$ und $M_0M_1 = m$ ist. Um das umgelegte Trapez in der Zeichenebene (Fig. 51) zu gewinnen, errichten wir auf L_1M_1 in L_1 das Lot $L_1L_0 = L_xL_2 = l$ und in M_1 das Lot $M_1M_0 = M_xM_2 = m$. Sodann ist L_0M_0 gleich der wahren Länge der Strecke LM.

Eine andere mehr Raum ersparende Konstruktion ergibt sich aus dem folgenden leicht zu beweisenden Satz (Fig. 50 und 51): Die wahre Länge einer Strecke ist die Hypotenuse (s_0) eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete die eine Projektion (s_1) und dessen andere Kathete die Differenz (l—m) der Abstände der Endpunkte der andern Projektion (s_2) von der Achse ist.

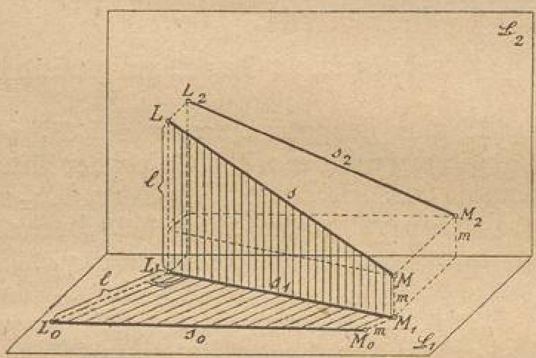

Fig. 50.

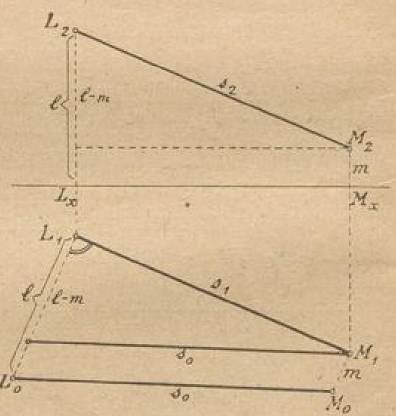

Fig. 51.

Welche Lage muß LM haben, damit eine Projektion die wahre Größe der Strecke darstellt?

§ 14. Darstellung der Ebene durch ein ebenes Vieleck (Darstellung von ebenen Vielecken).

1) Da die Lage einer Ebene durch drei ihrer Punkte bestimmt ist, so ist eine Ebene durch die Projektionen dreier Punkte, die nicht einer Geraden angehören, oder, was dasselbe ist, durch die Projektion eines in ihr liegenden Dreiecks, vollständig festgelegt. Infolgedessen dürfen bei einem ebenen Vieleck, z. B. dem Fünfeck in Fig. 52, nur von drei Ecken (1, 2, 3) die beiden Projektionen willkürlich gewählt werden. Von den übrigen Ecken (4 und 5) dagegen darf nur je eine Projektion (z. B. 4′ und 5′) beliebig angenommen werden.

Aufgabe 1. Von einem beliebig im Raum gelegenen ebenen Fünfeck sind der Grundriß (1′2′3′4′5′) und die Aufrisse (1″, 2″, 3″) dreier Ecken gegeben. Die Aufrisse der übrigen Ecken zu bestimmen (Fig. 52).

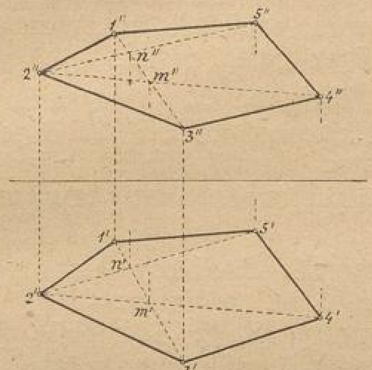

Fig. 52.

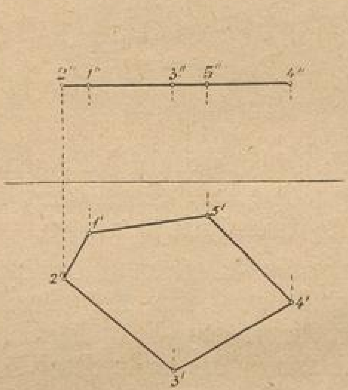

Fig. 53.

Die Aufrisse der Ecken 4 und 5 müssen so konstruiert werden, daß sie mit den drei beliebig angenommenen Ecken 1, 2, 3 in einer Ebene liegen. Eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür ist, daß die Diagonalen des Vieleckes sich schneiden müssen, also nicht windschief sein dürfen. Daher zeichnen wir zunächst die beiden Projektionen 1′3′ und 1″3″ der Diagonale 1 3 und ziehen durch den dritten festbestimmten Punkt 2 im Grundriß die Diagonalen 2′4′ und 2′5′, die die Diagonale 1′3′ in m′ und n′ schneiden. Die Aufrisse m″ und n″ dieser Schnittpunkte bestimmen wir durch Hinaufloten auf 1″3″ und erhalten, wenn wir 2″ mit m″ und n″ verbinden, die Aufrisse der Diagonalen 2 4 und 2 5, deren Endpunkte 4″ und 5″ senkrecht über den zugehörigen Grundrissen 4′ und 5′ liegen.

Was für eine zweite Projektion ergibt ein ebenes Vieleck (Fig. 53), das der Grundrißebene parallel ist? Wieviel Ecken brauchen in diesem Falle nur im Aufriß gegeben zu sein, um seine Projektionen zu zeichnen?

2) Gerade und Punkte in einer Ebene.

a) **Aufgabe 2.** Von der Geraden g, die in der Ebene des Dreiecks 1 2 3 liegt, ist die erste Projektion g_1 gegeben. Die zweite Projektion g_2 zu bestimmen (Fig. 54).

Die Gerade g kann nur dann in der Ebene des Dreiecks liegen, wenn die Schnittpunkte von g_2 mit den Seiten des Dreiecks im

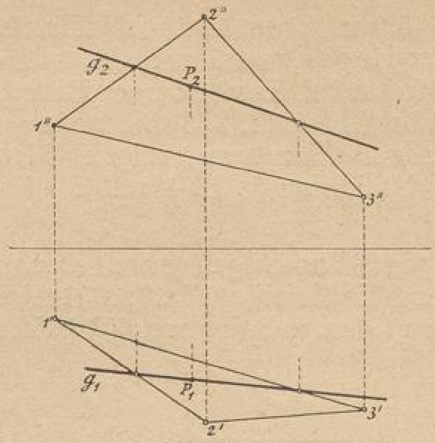

Fig. 54.

Aufriß senkrecht über den zugehörigen Schnittpunkten von g_1 mit den entsprechenden Seiten des Grundrißdreiecks liegen. Lösung!

b) Zur **Festlegung eines Punktes P in der Ebene,** die z. B. durch ein Dreieck bestimmt ist, benutzen wir eine beliebige durch P in der Ebene gezogene Gerade, die so das Bindeglied zwischen Punkt und Ebene bildet. Diese Hilfsgerade muß die in a) angegebene Eigenschaft besitzen.

Aufgabe 3. Von dem in der Ebene des Dreiecks 1 2 3 gelegenen Punkte P ist der Grundriß P_1 gegeben. Den Aufriß P_2 zu bestimmen.

Lösung s. Fig. 54. Statt einer beliebigen Geraden g kann man einfacher eine Eckenlinie benutzen.

3) **Aufgabe 4.** Den Schnittpunkt S einer Geraden $g = (g_1, g_2)$ mit der Ebene des Dreiecks 1 2 3 zu finden.

Zur Bestimmung des Schnittpunktes S (s. Schrägbild Fig. 55) legen wir durch die erste Projektion g_1 der Geraden g, die den Umfang des Grundrisses in m′ und n′ trifft, die zur Grundebene senkrechte Hilfsebene. Diese schneidet das Dreieck in der Schnittlinie mn. Der Schnittpunkt von mn und der Geraden g ist der gesuchte Punkt S.

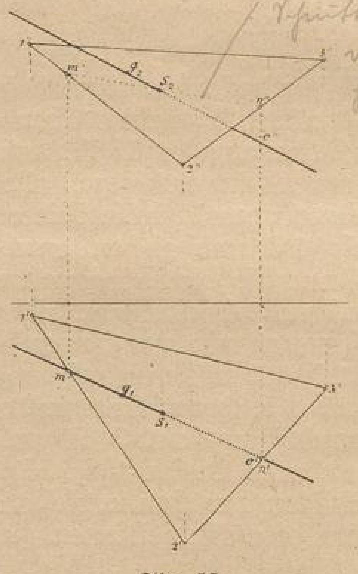

Fig. 55.

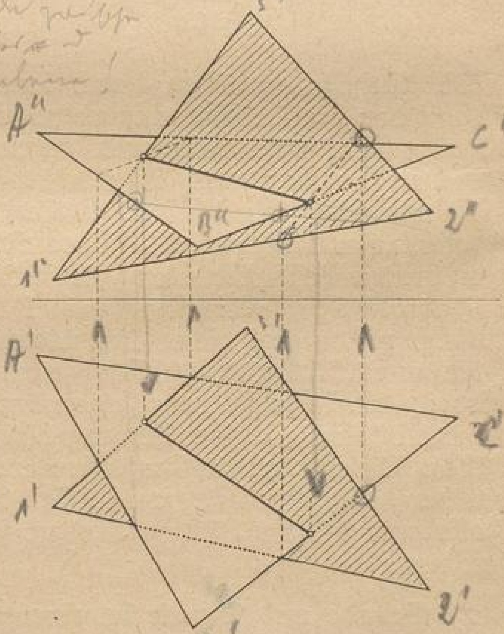

Fig. 56.

Wir erhalten daher die zweite Projektion der Schnittlinie mn mit dem Dreieck dadurch, daß wir die Punkte m′ und n′ von 1′2′ und 2′3′ hinaufloten. Der Schnittpunkt S_2 von g_2 mit m″n″ ist der Aufriß des gesuchten Durchstoßpunktes. Seine erste Projektion S_1 ergibt sich durch Herunterloten auf g_1.

Sichtbarkeit. Die Dreiecksfläche denken wir uns undurchsichtig. Um nun festzustellen, welches Stück der Geraden g durch das Dreieck z. B. im Grundriß, also für ein senkrecht über der Grundrißebene befindliches Auge, verdeckt erscheint, beachten wir, daß n′ (o′) die erste Projektion sowohl des auf der Dreiecksseite gelegenen Punktes n, als auch des auf der Geraden g gelegenen Punktes o ist. Da o″ unter n″ liegt, geht die Seite 23 über g hinweg. Mithin ist die Strecke S_1n′ von oben nicht sichtbar.

Aufgabe 5. Die Schnittlinie zweier sich schneidender Dreiecke (Vierecke), deren Projektionen gegeben sind, zu bestimmen (Fig. 56). Lösung nach Aufg. 4.

§ 15. Darstellung von Körpern in einfacher Stellung. Abwicklung.

Aufgabe 1. Einen auf der Grundebene ruhenden Würfel (Kantenlänge a = 5 cm), von dem zwei Seitenflächen der Aufrißebene parallel sind, in senkrechter Projektion zu zeichnen (Fig. 57).

Grundriß und Aufriß sind je ein Quadrat mit der Seite a.

Aufgabe 2. Der in Fig. 57 gezeichnete Würfel soll um die Kante 26 um den Winkel α = 30° gedreht und in der neuen Lage dargestellt werden (s. Fig. 58).

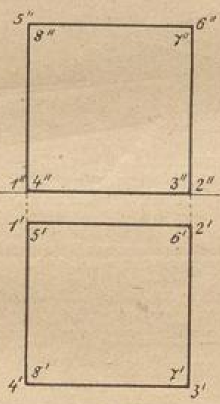

Fig. 57.

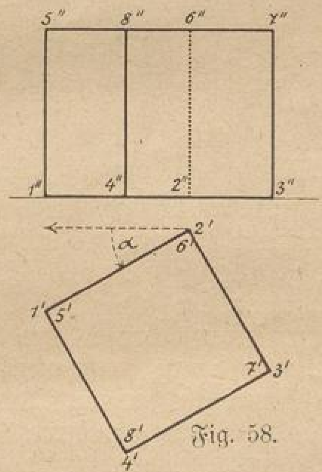

Fig. 58.

Aufgabe 3. Eine regelmäßig-achtseitige Säule, die auf einem quadratischen Sockel steht, darzustellen (Maßstab 1 : 10). Grundkante des Sockels a = 50 cm, der Säule b = 15 cm, Höhe entsprechend h = 15 cm und l = 80 cm.

Aufgabe 4. Eine regelmäßig-fünfseitige Pyramide, die mit der Grundfläche auf der Grundebene steht und deren Grundkante a und Höhe h gegeben sind, darzustellen. Ferner soll der im Abstande x von der Spitze zur Grundfläche parallele Schnitt und die Abwicklung des Körpers gezeichnet werden.

Der Grundriß des Körpers (Fig. 59) ist ein regelmäßiges Fünfeck mit der Seite a. Die Verbindungsstrecken seiner Ecken mit dem Mittelpunkte S_1, der ersten Projektion der Spitze S, sind die Grundrisse der Seitenkanten. Zur Gewinnung des Aufrisses fälle man