Grundlehren der darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive

Lötzbeyer, Philipp

Dresden, 1918

§ 16. Überführung von Körpern aus einfacher Anfangsstellung in eine allgemeinere Stellung.

urn:nbn:de:hbz:466:1-83258

zeichne man den Durchmesser AB, trage im Mittelpunkte O einen Winkel von 30° an, dessen freier Schenkel die in B gezeichnete Tangente in C trifft, und verlängere CB = s bis D, so daß CD = 3r wird. Alsdann ist der halbe Umfang sehr angenähert gleich

$$AD = \sqrt{4r^2 + (3r - s)^2} = r\sqrt{13\tfrac{1}{3} - 2\sqrt{3}} = 3{,}141533\ldots r.^{1)}$$

§ 16. Überführung von Körpern aus einfacher Anfangsstellung in eine allgemeinere Stellung.

Die Normalprojektionen von Körpern in einfacher Stellung geben zumeist wenig anschauliche Bilder, weil dabei im allgemeinen die Projektionen mehrerer Kanten und Flächen zusammenfallen (vgl. z. B. Fig. 57). Jedoch kann der Körper leicht durch mehrfache Verschiebung parallel zu den Bildebenen (Tafeln) und mehrfache Drehungen um Achsen, die zu einer Bildebene senkrecht sind, sog. Tafellote, in eine allgemeinere Stellung übergeführt werden, in der wir sehr anschauliche Bilder von dem Körper erhalten.

Aufgabe 1. Ein Würfel soll aus einer einfachen Anfangsstellung durch Parallelverschiebung zu den Tafeln und durch Drehung um Tafellote in eine allgemeinere Stellung übergeführt und seine Projektion gezeichnet werden (Fig. 65).

I. Wir gehen von der in Fig. 65a gekennzeichneten einfachen

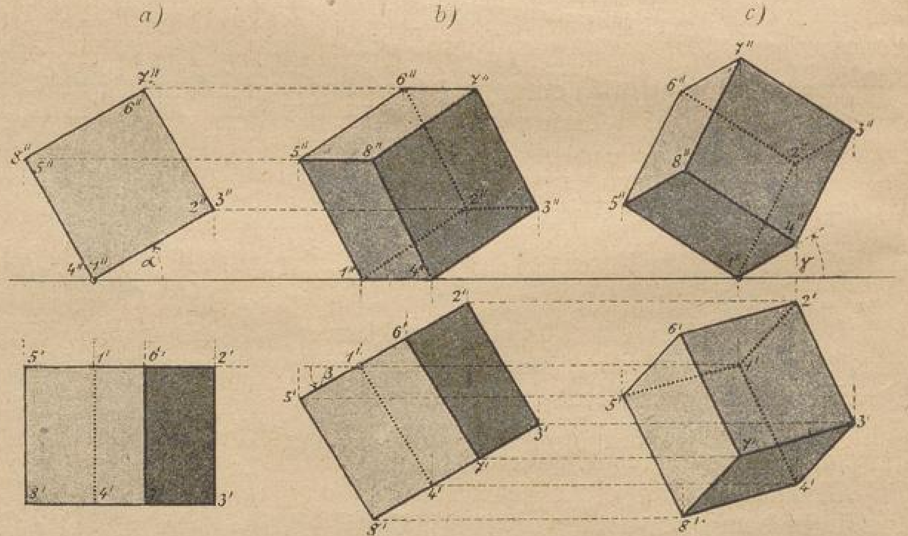

Fig. 65.

Stellung des Würfels aus, die sich aus der Frontstellung ergibt, wenn wir den Körper parallel zur zweiten Tafel verschieben und ihn

1) Statt 3,1415927 … r. Der Fehler ist also kleiner als $\frac{6}{100000} = \frac{3}{50000}$ des Durchmessers. $s = r \operatorname{tg} 30° = \frac{r\sqrt{3}}{3}$.

dann um die Kante 1 4, die ein Lot zur zweiten Tafel ist, als Achse um den Winkel α drehen. Der Aufriß verändert dabei nicht seine Gestalt, bleibt also ein Quadrat, das gegen die Achse um den Winkel α gedreht ist. Die Grundrißpunkte verschieben sich dabei parallel zur Achse; sie liegen senkrecht unter den zugehörigen Aufrißpunkten.

II. Nach vorausgegangener Parallelverschiebung zu der ersten Tafel drehen wir den Würfel um das durch die Ecke 1 gehende erste Tafellot um den Winkel β (Fig. 65 b). Der Grundriß erfährt dadurch keine Änderung in seiner Gestalt, er wird um den Punkt 1′ um Winkel β gedreht. Die Eckpunkte bewegen sich bei der vorgenommenen Drehung parallel zur Grundebene. Ihre Aufrisse liegen demnach auf den durch die Aufrißpunkte in der Stellung a) gezogenen Parallelen zur Achse. Sie ergeben sich durch Hinaufloten aus dem Grundriß.

III. Nach vorausgegangener Parallelverschiebung zur zweiten Tafel drehen wir endlich den Würfel um das durch Eckpunkt 1 gehende zweite Tafellot um den Winkel γ (Fig. 65 c). Der Aufriß erleidet dadurch nur eine Drehung um γ um den Punkt 1″; seine Gestalt bleibt erhalten. Da sich die Eckpunkte des Würfels bei der Drehung parallel zur zweiten Tafel bewegen, so bleiben ihre zweiten Abstände erhalten. Ihre Grundrisse verschieben sich mithin nur parallel zur Achse, liegen also auf Parallelen zur Achse. Die Grundrisse der Ecken finden wir schließlich aus ihren Aufrissen durch Herunterloten.

Aufgabe 2. a) Ein regelmäßig-sechsseitiges Prisma (einen geraden Zylinder), b) eine regelmäßig-$n$seitige Pyramide (Kegel) aus einer einfachen Anfangsstellung in eine allgemeinere Stellung überzuführen und darzustellen.

Anmerkung. Ein einfacheres Verfahren zur Darstellung eines Körpers in allgemeiner Lage lehrt § 22.

§ 17. Darstellung der Ebene durch Spuren. Gerade und Punkte in der Ebene. Tafelneigung einer Ebene.

1) Eine unbegrenzte Ebene E (Fig. 66) kann nicht wie Punkt und Gerade durch Projektion auf die Bildebenen dargestellt werden. Denn man bekäme im allgemeinen als ihre Projektion wieder die Bildebene. Man pflegt deshalb eine solche Ebene, da sie durch zwei sich schneidende Gerade bestimmt ist, durch ihre **Spuren** e_1 und e_2 auf den

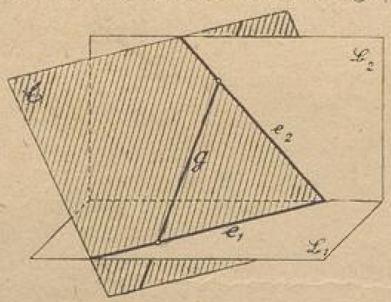

Fig. 66.

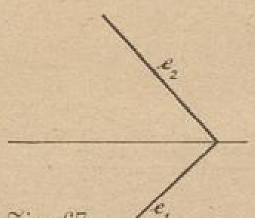

Fig. 67.

Projektionsebenen, das sind ihre Schnittgeraden mit den Projektionsebenen, darzustellen (Fig. 67). Die Schnittgerade e_1