Grundlehren der darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive

Lötzbeyer, Philipp

Dresden, 1918

§ 18. Bestimmung des Schnittpunktes einer Geraden mit einer Ebene.

urn:nbn:de:hbz:466:1-83258

Lösung. Man fälle (Fig. 77) von dem beliebigen Punkte A der Spur e_2 auf die Achse das Lot AA_x, ebenso von A_x auf die erste Spur e_1 das Lot A_xB und beschreibe um A_x mit A_xB als Radius

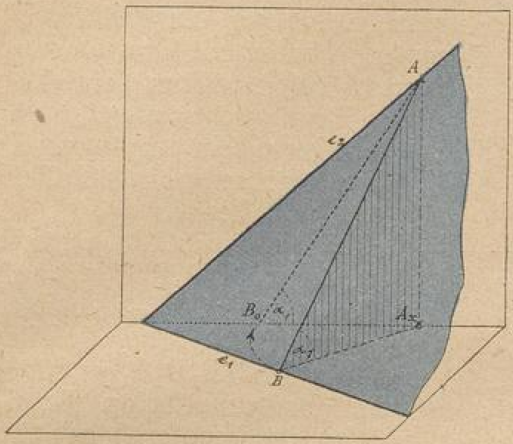

Fig. 76.

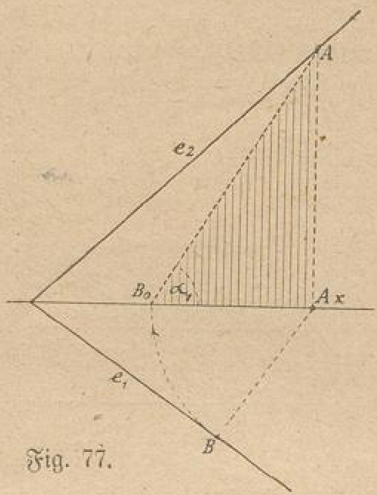

Fig. 77.

den Kreis, der die Achse in B_0 trifft. Dann ist $\sphericalangle AB_0A_x = \alpha_1$. Bestimme entsprechend die zweite Tafelneigung α_2.

Aufgabe 9 (Umkehrung von 8). Von einer Ebene $\mathfrak{E}$ ist die erste Spur e_1 und ihre erste Tafelneigung α_1 gegeben. Die zweite Spur der Ebene zu bestimmen.

§ 18. Bestimmung des Schnittpunktes einer Geraden mit einer Ebene.

1) Aufgabe 1. Den Schnittpunkt S einer Geraden $g = (g_1, g_2)$ mit einer Ebene $\mathfrak{E} = (e_1, e_2)$ zu bestimmen (Fig. 78).

Die Lösung für die wichtige Aufgabe findet man am besten an der Hand eines Schrägbildes. Durch g lege man eine zur ersten Bildebene senkrechte Hilfsebene $\mathfrak{H}$. Ihre erste Spur h_1 fällt mit g_1 zusammen, ihre zweite h_2 steht senkrecht zur Achse. Da die Hilfsebene $\mathfrak{H}$ die Gerade g enthält, so liegt der Schnittpunkt S von g mit der gegebenen Ebene $\mathfrak{E}$ auch auf der Schnittgeraden s der Ebenen $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$. Der Aufriß S_2 von S ergibt sich daher als Schnittpunkt von g_2 mit s_2. Den Grundriß S_1 des Durchdringungspunktes erhält man endlich durch Herunterloten auf $g_1 = s_1$. Zeichnung!

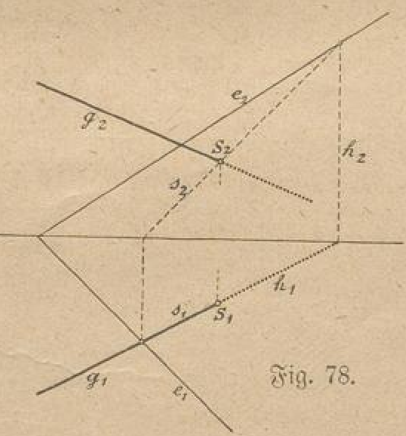

Fig. 78.

Aufgabe 2. Den Schnittpunkt S einer Geraden $g = (g_1, g_2)$ mit der Ebene eines Parallelogramms ABCD zu bestimmen.

Als Hilfsebene benutze man wieder die durch g gehende erste Lotebene (vgl. § 14 Aufg. 4).

2) Gerade in senkrechter Lage zu einer Ebene.

Projiziert man (Fig. 79) eine Gerade g, die auf einer Ebene $\mathfrak{E}$ senkrecht steht, senkrecht auf eine Ebene $\mathfrak{B}$, so bildet die Projektion g_1 der Geraden mit der Spur e der Ebene $\mathfrak{E}$ einen rechten Winkel.

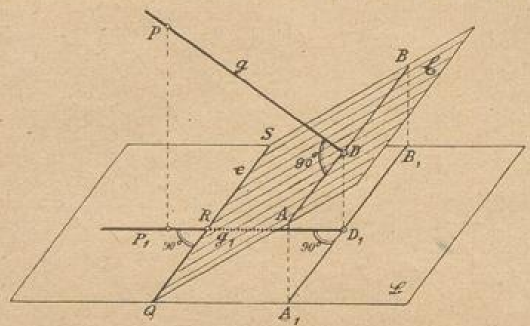

Fig. 79.

Denn zieht man durch den Durchdringungspunkt D der Geraden g die Parallele AB zur Bildebene, so ist, da $A_1D_1 \parallel AD$ und AD senkrecht zur Ebene DD_1P_1P ist, auch A_1D_1 senkrecht zu dieser Ebene (L. I. § 65, 2), folglich zunächst $\sphericalangle P_1D_1A_1 = 90°$.[1] Als Gegenwinkel an Parallelen ist dann auch der von g_1 und der Spur e gebildete Winkel $P_1RQ = 90°$. Daraus folgt:

Die Projektionen einer Geraden, die zu einer Ebene senkrecht steht, schneiden die gleichnamigen Spuren der Ebene unter rechten Winkeln.

Aufgabe 3. Von einem gegebenen Punkte $P = (P_1, P_2)$ auf eine Ebene $\mathfrak{E} = (e_1, e_2)$ das Lot zu fällen und den Abstand des Punktes von der Ebene zu bestimmen (Fig. 80). (Schrägbild!)

Von P_1 und P_2 hat man die Senkrechten zu den gleichnamigen Spuren der Ebene zu zeichnen, um die erste und zweite Projektion des gesuchten Lotes zu erhalten. Die Projektionen des Fußpunkts D des Lotes ergeben sich nach Aufg. 1.

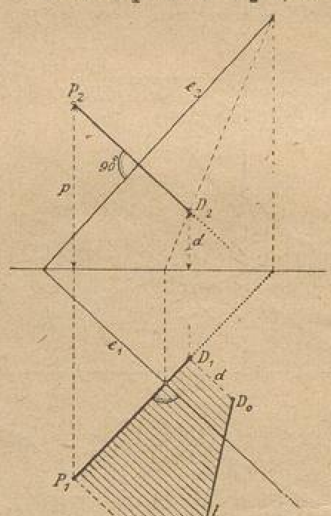

Fig. 80.

Die wahre Länge P_0D_0 des Abstandes $PD = l$ erhalten wir nach § 13, 2 aus dem zur ersten Bildebene senkrechten Trapez P_1D_1DP, das wir in diese Ebene um P_1D_1 als Achse umlegen.

Aufgabe 4. Den Abstand zweier windschiefer Geraden $g = (g_1, g_2)$ und $l = (l_1, l_2)$ zu bestimmen. Anleitung s. L. I. § 69 Aufg. 2.

§ 19. Einführung einer dritten Bildebene.

1) Eine ebene Figur, die in einer zur Bildachse senkrechten Ebene liegt, ist durch ihre beiden Projektionen nicht bestimmt. Ein in

[1] Das Normalbild eines rechten Winkels, von dem ein Schenkel der Bildebene parallel ist, ist also wieder ein rechter!