UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Grundlehren der darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive

Lötzbeyer, Philipp

Dresden, 1918

§ 19. Einführung einer dritten Bildebene.

urn:nbn:de:hbz:466:1-83258

Visual Library

Als Hilfsebene benutze man wieder die durch g gehende erste Lotebene (vgl. § 14 Aufg. 4).

2) Gerade in senkrechter Lage zu einer Ebene.

Projiziert man (Fig. 79) eine Gerade g, die auf einer Ebene $\mathfrak{E}$ senkrecht steht, senkrecht auf eine Ebene $\mathfrak{B}$, so bildet die Projektion g_1 der Geraden mit der Spur e der Ebene $\mathfrak{E}$ einen rechten Winkel.

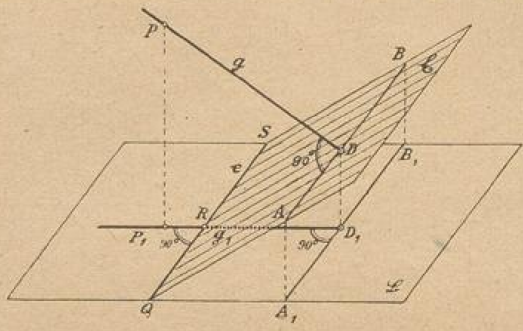

Fig. 79.

Denn zieht man durch den Durchdringungspunkt D der Geraden g die Parallele AB zur Bildebene, so ist, da $A_1D_1 \parallel AD$ und AD senkrecht zur Ebene DD_1P_1P ist, auch A_1D_1 senkrecht zu dieser Ebene (L. I. § 65, 2), folglich zunächst $\sphericalangle P_1D_1A_1 = 90°$.[1]) Als Gegenwinkel an Parallelen ist dann auch der von g_1 und der Spur e gebildete Winkel $P_1RQ = 90°$. Daraus folgt:

Die Projektionen einer Geraden, die zu einer Ebene senkrecht steht, schneiden die gleichnamigen Spuren der Ebene unter rechten Winkeln.

Aufgabe 3. Von einem gegebenen Punkte $P = (P_1, P_2)$ auf eine Ebene $\mathfrak{E} = (e_1, e_2)$ das Lot zu fällen und den Abstand des Punktes von der Ebene zu bestimmen (Fig. 80). (Schrägbild!)

Von P_1 und P_2 hat man die Senkrechten zu den gleichnamigen Spuren der Ebene zu zeichnen, um die erste und zweite Projektion des gesuchten Lotes zu erhalten. Die Projektionen des Fußpunkts D des Lotes ergeben sich nach Aufg. 1.

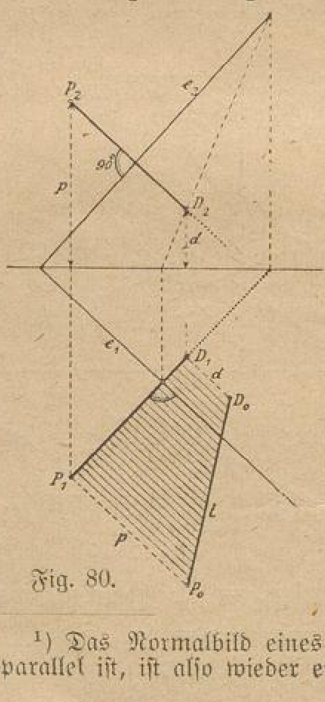

Fig. 80.

Die wahre Länge P_0D_0 des Abstandes $PD = l$ erhalten wir nach § 13, 2 aus dem zur ersten Bildebene senkrechten Trapez P_1D_1DP, das wir in diese Ebene um P_1D_1 als Achse umlegen.

Aufgabe 4. Den Abstand zweier windschiefer Geraden $g = (g_1, g_2)$ und $l = (l_1, l_2)$ zu bestimmen. Anleitung s. L. I. § 69 Aufg. 2.

§ 19. Einführung einer dritten Bildebene.

1) Eine ebene Figur, die in einer zur Bildachse senkrechten Ebene liegt, ist durch ihre beiden Projektionen nicht bestimmt. Ein in

[1]) Das Normalbild eines rechten Winkels, von dem ein Schenkel der Bildebene parallel ist, ist also wieder ein rechter!

solcher Lage befindlicher Kreis z. B. projiziert sich auf beide Bildebenen als eine seinem Durchmesser gleiche Strecke, die keinen sicheren Rückschluß auf das ursprüngliche Gebilde ermöglicht. Welche Projektionen hat ein gerader Zylinder, dessen Achse der Bildachse parallel ist? Um aber auch in solchen Fällen Gebilde, bei denen Flächen in normaler Lage zur Achse vorkommen, nach ihrer Gestalt festlegen zu können, nehmen wir eine dritte Bildebene, die **Seitenrißebene** B_3, zu Hilfe, die wir senkrecht zu B_1 und B_2, also senkrecht zur Bildachse annehmen. Die Projektion auf diese dritte Ebene heißt **dritte Projektion** oder **Seitenriß** (Profil), da sie eine seitliche Ansicht des Körpers wiedergibt. Vgl. Fig. 81, wo ein einfaches Haus mit Walmdach[1]) mit seinen drei Projektionen in schiefer Parallelprojektion gezeichnet ist. Um die drei Projektionen in derselben Zeichenebene darstellen zu können, denken wir uns nach Vereinigung der ersten mit der zweiten Bildebene die Seitenrißebene um OZ gedreht, bis sie in die Aufrißebene fällt. Wir erhalten dann die in Fig. 82 gegebene Darstellung.

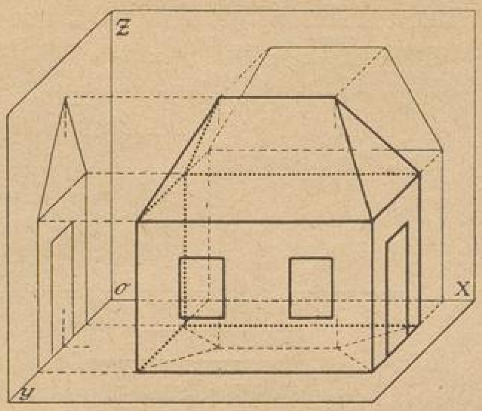

Fig. 81.

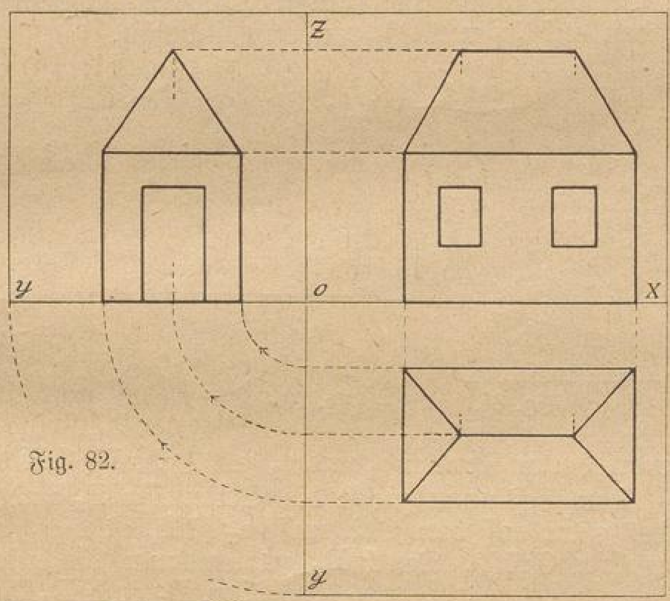

Fig. 82.

Durch das Hinzutreten von B_3 ergeben sich zwei neue Bildachsen (OY und OZ), die wir als y- oder Tiefenachse und z- oder Höhenachse unterscheiden (s. § 6, 1).

2) Aufgabe 1. Aus den beiden Projektionen P_1 und P_2 eines Punktes P die dritte P_3 zu bestimmen (Fig. 83 und 84).

[1]) Ein Walm- oder holländisches Dach entsteht aus einem einfachen zweiseitigen Dach dadurch, daß an Stelle der Giebel Dachflächen gesetzt werden, so daß die 4 Traufkanten auf gleicher Höhe liegen. Walm = schräg zurücktretender Dachgiebel.

Man fälle auf die Achse OZ das Lot P_2P_z und trage auf der Verlängerung $P_zP_3 = P_1P_x$ ab. Andere Lösung s. Fig.

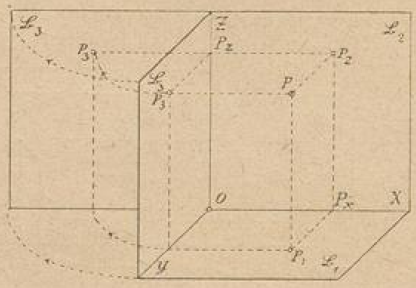

Fig. 83.

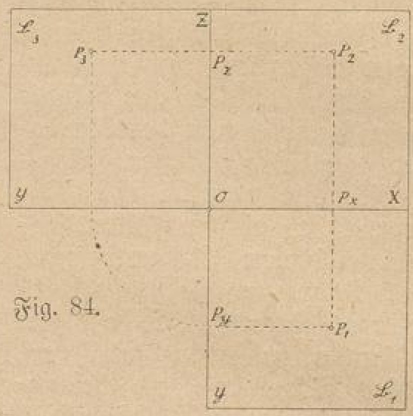

Fig. 84.

Aufgabe 2. Aus den beiden ersten Projektionen g_1 und g_2 einer Geraden die dritte g_3 zu bestimmen.

Man bestimme die dritten Projektionen der Spurpunkte der Geraden auf $\mathfrak{B}_1$ und $\mathfrak{B}_2$ und verbinde sie.

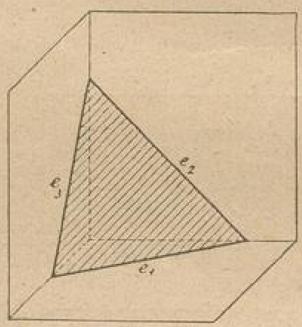

Fig. 85.

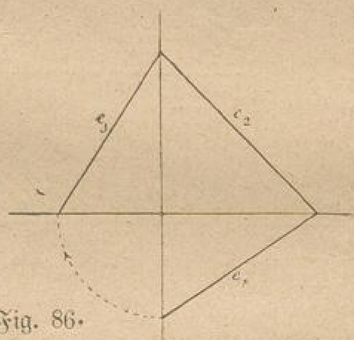

Fig. 86.

Aufgabe 3. Die dritte Spur e_3 einer Ebene (e_1, e_2) zu zeichnen.

Lösung s. Fig. 86, Darstellung in schiefer Parallelprojektion s. Fig. 85.

3) **Aufgabe 4.** Den Abstand eines Punktes P von einer Ebene $\mathfrak{E}$ zu bestimmen, deren Spuren e_1 und e_2 zur Bildachse OX parallel sind (Fig. 87).

Man bestimme zuerst die Seitenrisse P_3 und e_3. Das Lot P_3D_3, das man auf den Seitenriß e_3 fällt, ist der gesuchte Abstand in wahrer Größe. Durch D_3 gewinnt man die erste und zweite Projektion D_1 und D_2 des Lotfußpunktes.

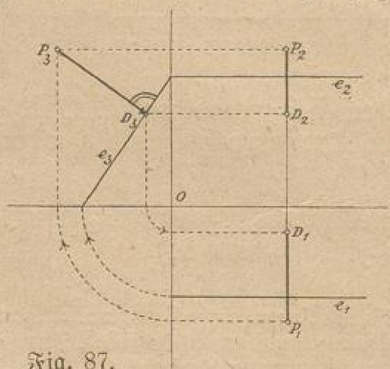

Fig. 87.

4) Die Lösung vieler Aufgaben erfährt durch die Einführung einer in jedem einzelnen Falle besonders zu wählenden beliebigen seitlichen Ebene, die zu einer Bildebene senkrecht ist, eine wesentliche Vereinfachung (vgl. auch § 21, Aufg. 4). Die Benutzung einer eigentlichen Seitenrißebene wäre dabei zwecklos.

Aufgabe. Von zwei Quadern I und

II, deren Kantenlängen gegeben sind, liegt der eine (I) mit einer Seitenfläche, der andere (II) nur mit der Kante $\overline{12}$ in der Grundebene und stützt sich mit einer Fläche auf die Kante 34 des ersten. Man soll die Projektionen des zweiten Quaders zeichnen (Fig. 88).

Wir wählen eine zu den Kanten $\overline{12}$ und $\overline{34}$ senkrechte *dritte Bildebene* S, die die Grundrißebene in der Spur s schneidet, und legen S, um die Zeichnung in derselben Zeichenebene ausführen zu können, um ihre Spur s in die Grundebene um. Da die Kantenlängen beider Körper gegeben sind, so können wir mit Hilfe des Grundrisses von I und aus der Lage der Kante $\overline{12}$ von II die Projektion der beiden Quader auf S leicht zeichnen. Wie kann daraus der Grundriß und Aufriß von II gefunden werden?

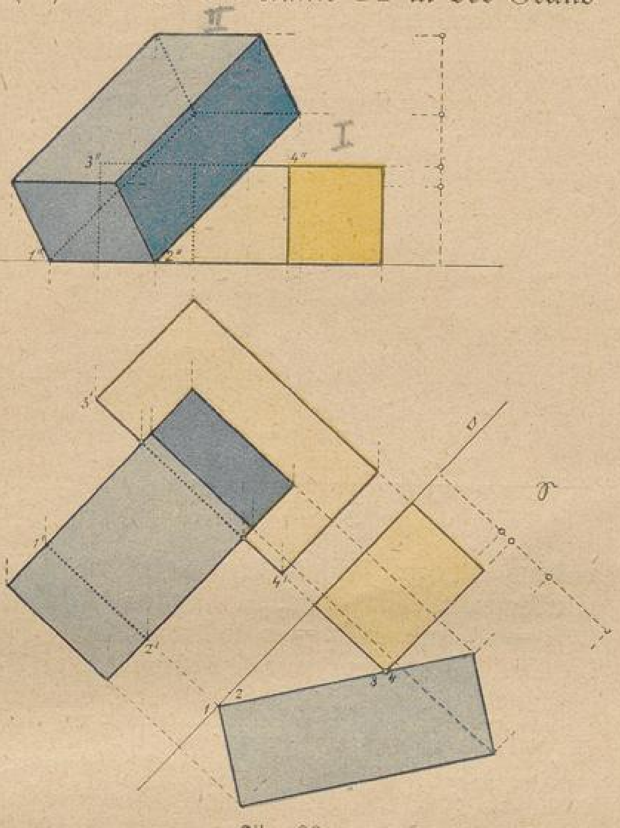

Fig. 88.

§ 20. Umlegung ebener Figuren und Bestimmung ihrer wahren Gestalt. Affinität.

1 a) Um die wahre Gestalt einer durch ihre Projektionen gegebenen ebenen Figur zu erhalten, denken wir uns die Ebene, in der die Figur liegt, um eine Spur (z. B. e_1) als Achse in die zugehörige Bildebene (B_1) umgelegt und bestimmen dann in der sich ergebenden Lage die ebene Figur.

Die Lösung dieser Aufgabe beruht, da eine ebene Figur durch die Lage ihrer Eckpunkte bestimmt ist, auf der Lösung der folgenden

Grundaufgabe: Einen in der Ebene $E = (e_1, e_2)$ gegebenen Punkt $P = (P_1, P_2)$ in die Grundebene umzulegen, d. h. man soll die Lage P_0 bestimmen, die P erhält, wenn die Ebene E um e_1 als Achse in die erste Bildebene umgeklappt wird.

Denken wir uns an der Hand des Schrägbildes (Fig. 89) die Ebene

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN