Grundlehren der darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive

Lötzbeyer, Philipp

Dresden, 1918

Dritter Abschnitt. Schattenbestimmung der Parallelprojektion.

urn:nbn:de:hbz:466:1-83258

der Steinschnitt[1].) Aufgaben über ihn behandelten Desargues, 1593—1662 (Coupe des pierres, 1640) und Frézier, 1682—1772 (La théorie et la practique de la coupe des pierres et des bois, Straßburg 1738/39). Dieser benutzt Grund- und Aufriß und behandelt besonders Durchdringungen und Abwicklungen.

Dennoch blieb die wissenschaftliche Begründung und Entwicklung des Verfahrens dem großen französischen Geometer G. Monge (Géométrie descriptive, Paris 1798) vorbehalten. Dadurch, daß er die Schnittgerade der beiden Bildtafeln als Achse benutzte und um sie die eine in die andere umlegte, setzte er Grund- und Aufriß in eine feste Beziehung. Punkte, Gerade und Ebenen, ferner gekrümmte Linien und Flächen stellte er durch ihre Projektionen oder Spuren dar und hat durch die Behandlung von Aufgaben die Hauptverfahren der darstellenden Geometrie begründet und vollständig entwickelt. Vgl. § 1.

Anmerkung. In dem oben erwähnten Büchlein von Dürer findet man z. B. die Kegelschnitte, Schraubenlinien, Körper wie Dodekaeder, Ikosaeder in Grund- und Aufriß nebst Abwicklung so dargestellt, wie man sie nicht anders in einem guten neueren Buch erwarten kann. Um das überaus lehrreiche Buch weiteren Kreisen zugänglich zu machen, hat der Maler Hans Thoma eine Neuherausgabe im Verlage der süddeutschen Monatshefte veranlaßt und sie mit einem Vorwort versehen unter dem Titel „Albrecht Dürers Unterweisung der Messung um einiges gekürzt und dem neueren Sprachgebrauch angepaßt“, herausgeg. von Alfred Peltzer.

Dritter Abschnitt.

Schattenbestimmung der Parallelprojektion.

§ 25. Allgemeines. Hauptsätze über Schatten von Strecken bei Parallelbeleuchtung.

1 a) Von einer Zeichnung fordern wir mit Recht, daß sie eine deutliche Vorstellung von dem abgebildeten Gegenstande bei dem Beschauer hervorrufe. Durch die bisherigen Darstellungen, die bloße Linearzeichnungen (Name!) sind, wird das nicht immer erreicht. Dagegen lassen sich Lage und Gestalt eines Körpers aus seiner Darstellung leichter erkennen und der gezeichnete Körper besser anschaulich auffassen, wenn wir ihn uns beleuchtet denken und die Schatten, die er auf die Bildebene oder auf einen anderen Körper wirft, in die Zeichnung mit aufnehmen.

[1]) Die Kunst des Steinschnitts ist uralt. 1. Kön. 6, 7 heißt es vom Tempelbau Salomos: „Und da das Haus gesetzet ward, waren die Steine zuvor ganz zugerichtet, daß man keinen Hammer, noch Beil, noch irgend ein eisern Werkzeug im Bauen hörte.“

b) Um die Schattenbestimmung möglichst einfach zu gestalten, nehmen wir die Lichtquelle als punktförmig an.

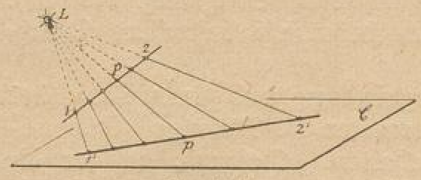

Fig. 111.

Ist Fig. 111 L eine solche Lichtquelle und P ein materieller **Punkt,** so wird durch ihn die Wirkung des Lichtstrahles LP in seiner Verlängerung aufgehoben, so daß hinter ihm ein geradliniger Schattenraum entsteht, den wir als den vom Punkte P geworfenen **Schattenstrahl** bezeichnen. Trifft dieser eine hinter P befindliche Auffangfläche, z. B. die Ebene E, im Punkte p, so ist an dieser Stelle kein Licht vorhanden. Der Punkt p heißt der **Schlagschatten** des Punktes P.

Man findet also den Schlagschatten eines Punktes P auf eine Fläche E, indem man den durch P gehenden Lichtstrahl mit E zum Schnitt bringt.

Eine **Gerade** 1 2 (Fig. 111), die wir uns materiell denken müssen (dünner Stab, Draht), wirft hinter sich einen ebenenförmigen Schatten, die **Schattenebene.** Der Schlagschatten, 1′2′, den die Gerade auf die Ebene E wirft, ist daher im allgemeinen eine Gerade. In welchem Falle ist er nur ein Punkt?

Bei einem undurchsichtigen **Körper** (Fig. 112) erscheint der der Lichtquelle zugewandte Teil (1234) der Oberfläche erleuchtet. Der dem Lichte abgewandte Teil befindet sich im Schatten, er liegt, wie man sagt, im **Selbst- oder Eigenschatten.** Die Grenze zwischen dem beleuchteten Teil und dem Eigenschatten heißt die **Schattengrenze** (1234). Diese kann man sich dadurch erhalten denken, daß man einen Lichtstrahl an dem Körper entlanggleiten läßt, so daß er die Oberfläche dauernd streift. Dabei beschreibt der Lichtstrahl eine Pyramidenfläche oder, wenn es sich um einen krummflächigen Körper handelt, eine Kegelfläche. Innerhalb des von diesen Flächen begrenzten Raumes liegen sämtliche Strahlen, die den Körper beleuchten. Eine hinter dem Körper befindliche Ebene E wird von diesen Strahlen nicht getroffen. Das unbeleuchtete Stück (1′2′3′4′) der Ebene E ist der **Schlagschatten des Körpers.**

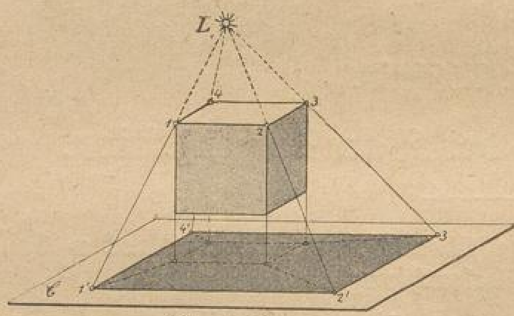

Fig. 112.

Der Umriß des Schlagschattens eines Körpers ergibt sich demnach als der Schlagschatten seiner Schattengrenze.

c) Denken wir uns die Lichtstrahlen parallel (Parallelbeleuchtung), so geht die den Körper streifende Strahlenpyramide (Strahlenkegel) in ein Strahlenprisma (Strahlenzylinder) über. Der Umriß des Schlagschattens eines Körpers auf eine Ebene E ist dann nichts anderes als die Parallelprojektion seiner Schattengrenze auf E.

2) Im folgenden werden wir uns nur mit **Parallelbeleuchtung** beschäftigen, indem wir als Lichtquelle die Sonne betrachten, deren Strahlen wir wegen ihrer gewaltigen Entfernung von der Erde als parallel ansehen können. Dabei sind die Schlagschatten einfache Parallelprojektionen,[1]) wobei die Projektionsstrahlen der Lichtrichtung parallel sind. Die Schattenbestimmung gründet sich auf die folgenden **Hauptsätze:**

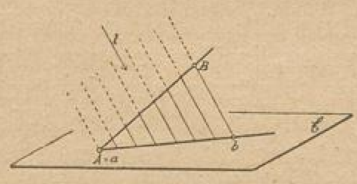

Fig. 113.

I. **Der Schlagschatten einer Geraden auf eine Ebene geht durch ihren Schnittpunkt mit der Ebene** (Fig. 113).

II. **Der Schlagschatten einer Strecke auf eine zu ihr parallele Ebene ist zur Strecke parallel und hat die gleiche Länge** (Beweis!).

III. **Der Schlagschatten einer lotrechten Strecke auf eine wagerechte Ebene ist parallel der senkrechten Projektion der Lichtrichtung auf die Ebene.**

Bezeichnet l (Fig. 114) die Richtung der Lichtstrahlen, so erhalten wir den Schlagschatten A_1a der zu E lotrechten Strecke A_1A, indem wir durch A zu l die Parallele ziehen, die E in a trifft, und a mit A_1 verbinden. A_1a ist die senkrechte Projektion der Strecke Aa. Um die senkrechte Projektion P_1p der Richtungslinie l der Lichtstrahlen zu bestimmen, fällen wir von einem beliebigen Punkte P von l auf E das Lot PP_1, verlängern l bis zum Schnittpunkte p mit E und ziehen P_1p. Da $AA_1 \parallel PP_1$ und $Aa \parallel Pp$ ist, so sind die Ebenen der beiden Dreiecke AA_1a und PP_1p parallel (L. I. § 69, 2). Daher ist $A_1a \parallel P_1p$ (§ 70, 1).

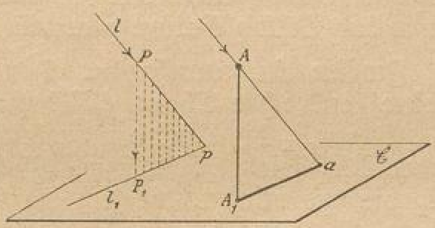

Fig. 114.

Daraus ergibt sich weiter, daß die Schlagschatten aller Lotstrecken der Auffangebene auf diese untereinander parallel sind. Das gilt auch allgemein für parallele Strecken von beliebiger Lage zur Auffangebene.

IV. **Parallele Strecken werfen auf eine Ebene parallele Schatten und bilden mit ihren Schattenlängen das gleiche Verhältnis** (Beweis!).

[1]) Die früher für die Parallelprojektion abgeleiteten Sätze (s. § 3) gelten in entsprechender Abänderung daher auch für unsere Schattenkonstruktionen.

I.

§ 26. Schattenbestimmung der schiefen Parallelprojektion.

1) Die Richtung der Lichtstrahlen nimmt man im allgemeinen so an, daß die Strahlen von links oben und vorn nach rechts unten und hinten verlaufen. Welche Richtung haben dagegen die projizierenden Sehstrahlen? Da zur Grundebene senkrechte Strecken parallele Schatten von gleichen Verhältnissen haben, so könnten wir, ähnlich wie bei der schiefen Parallelprojektion die Richtung der Sehstrahlen, die Richtung der Lichtstrahlen festlegen durch den Winkel, den die Schatten lotrechter Strecken mit der Achse bilden, und durch das Verhältnis der Schattenlänge einer Lotrechten zu dieser.

Wir ziehen es jedoch vor, die Lichtrichtung einfach dadurch festzulegen, daß wir im Schrägbilde (Fig. 114) einen Lichtstrahl l und seinen Grundriß l_1 zeichnen. Denn durch die Schrägprojektion der Lichtrichtungslinie ist die Richtung der Lichtstrahlen noch nicht völlig bestimmt. (Warum nicht?) Das wird sofort erreicht, sobald man das Schrägbild l_1 des Grundrisses der Lichtrichtung hinzufügt, das man innerhalb der durch die angenommene Lichtrichtung bedingten Grenzen beliebig annehmen kann.

2) Erste Grundaufgabe: Den Schlagschatten eines Punktes P auf die Grundebene G zu bestimmen (Fig. 114).

Bedeutet l das Schrägbild der Richtungslinie der Lichtstrahlen und l_1 das seiner senkrechten Projektion auf die Grundrißebene, so finden wir den Schlagschatten p von P auf G unmittelbar nach Hauptsatz III.

Zweite Grundaufgabe. Den Schlagschatten eines Punktes P auf eine senkrechte Ebene (Bildebene) zu bestimmen (Fig. 115).

Es sei P_1 die Grundrißprojektion des schattenwerfenden Punktes P und PP_1 seine Höhenlinie. Ziehen wir durch P zu l und durch P_1 zu l_1 die Parallelen, die sich im Punkte p_1 schneiden, so wäre p_1 der Schlagschatten auf G. Doch dieser Schatten kommt nicht zustande. Nur das Stück P_1k des Schattens der Höhenlinie liegt auf der Grundebene G. Im Punkte k hat die Schattenlinie einen sog. „Knickpunkt", sie läuft jetzt in der Bildebene weiter. Der auf die Bildebene entfallende Teil ist die Spur der durch die Höhenlinie PP_1 gehenden Lichtebene, ist daher senkrecht auf der Achse (Hauptsatz II). Um den Schlagschatten p_2 auf B zu erhalten, haben wir also im „Knickpunkte" k die Senkrechte zur Achse zu ziehen, die die durch P zu l gezogene Parallele in p_2 trifft.

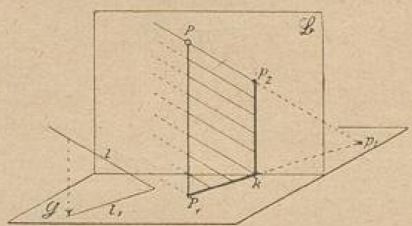

Fig. 115.

Bemerkung. Beispiele zur Bestätigung des Gesagten bietet uns die Natur in Fülle. Man beachte nur den Verlauf der Schatten von Baumstämmen oder senkrechten Stangen, die in der Nähe von senkrechten Mauerwänden stehen, so daß ihre Schatten zum Teil auch auf diese fallen. Versuche mit dem Bleistift!

3) **Aufgabe 1.** Den Schlagschatten eines Würfels auf die Grundebene zu zeichnen, sowie seinen Eigenschatten zu bestimmen (Fig. 116).

Der Würfel ruhe mit zwei Seitenflächen parallel zu B so auf der Grundebene, daß diese den ganzen Schatten aufnehmen kann. Die Lichtstrahlen sollen parallel der Diagonale 53 einfallen. Dadurch ist auch die Schattenrichtung der zu G senkrechten Strecken festgelegt. Der Schatten der Ecke 5 ist 3 und daher der Schatten der Kante 15, der in Wirklichkeit nicht zustande kommt, 1 3. Die Schatten der anderen Seitenkanten sind parallel 1 3.

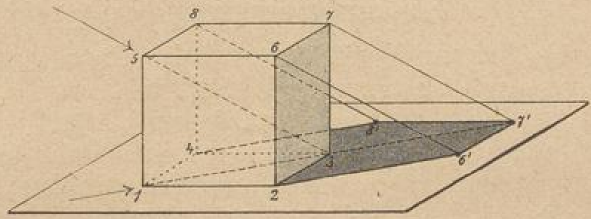

Fig. 116.

Welche Flächen des Würfels befinden sich im Eigenschatten? Schattengrenze?

Die Darstellung des Würfels gewinnt durch Hinzufügung des Schattens, wie die Figur deutlich zeigt, bedeutend an Anschaulichkeit, weil der Körper dadurch scharf aus der Grundebene hervorgehoben wird.

Die im Selbstschatten liegenden Flächen sollten eigentlich dunkel sein, da sie von der Lichtquelle selbst kein Licht empfangen. Das trifft tatsächlich nicht zu. Denn die in der Nähe liegenden beleuchteten Körper werfen einen Teil des empfangenen Lichtes zurück auf die im Selbstschatten liegenden Flächen (Reflexlicht) und bewirken dort einen gewissen Grad von Helligkeit. Wir bringen das in den Darstellungen dadurch zum Ausdruck, daß wir die betreffenden Flächen weniger dunkel als den Schlagschatten anlegen.

Aufgabe 2. Den Schlagschatten und Eigenschatten einer fünfseitigen Pyramide zu bestimmen, die so auf der Grundebene steht, daß der Schatten zum Teil auf die Bildebene fällt (Fig. 117).

Man bestimme zunächst den Schlagschatten der Spitze S auf die Bild- und Grundebene und ziehe von dem erhaltenen „ideellen" Schattenpunkt s_1 auf G die Streifgeraden an die Grundfläche s_1A und s_1C.

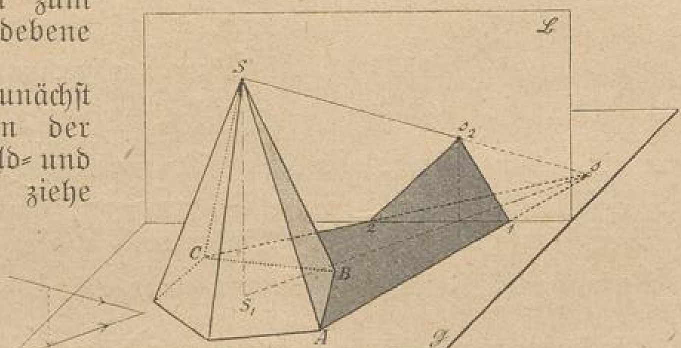

Fig. 117.

ABCs_1 stellt dann den Schlagschatten auf die Grundebene dar, der aber nur bis zur Achse auf G zur Wirkung kommt. Den auf B entfallenden Teil des Schattens erhält man, wenn man den Schatten s_2 der Spitze S auf B mit den „Knickpunkten" 1 und 2 der Schatten der Seitenkanten SA und SC verbindet. Schattengrenze?

II.

§ 27. Schattenbestimmung der geraden Parallelprojektion.

1) Bei den Darstellungen in gerader Parallelprojektion pflegt man eine ganz bestimmte Lichtstrahlenrichtung zu wählen, die erfahrungsgemäß eine sehr günstig wirkende Beleuchtung gibt. Und zwar nimmt man die Richtung der Lichtstrahlen so an, daß sie von links oben und vorn nach rechts unten parallel der Richtung der Diagonale eines Würfels verlaufen, von dem drei Kanten mit den Bildachsen zusammenfallen (s. Fig. 116). **Die Projektionen l_1 und l_2** (Fig. 118) **der Lichtstrahlenrichtung l bilden dann mit der x-Achse je einen Winkel von 45°.**

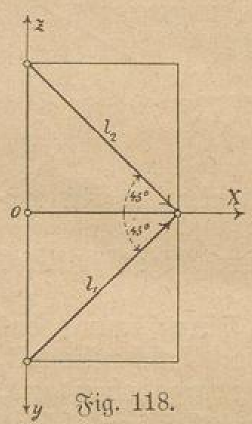

Fig. 118.

Grundaufgabe. Den Schlagschatten zu bestimmen, den ein durch seine Projektionen gegebener Punkt P auf die Bildebene wirft (Fig. 119).

Der Schlagschatten ist der erste oder zweite Spurpunkt des durch den Punkt P gehenden Lichtstrahles, dessen Projektionen mit der x-Achse je einen Winkel von 45° einschließen. Der erste Spurpunkt p_1 kommt als Schattenpunkt nicht in Betracht, da der Schattenstrahl zuerst die zweite Projektionsebene (die wir als undurchsichtig annehmen) trifft.

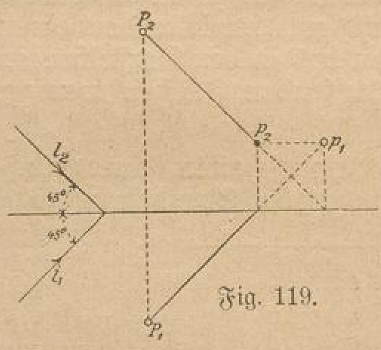

Fig. 119.

Wann fällt der Schlagschatten eines Punktes a) auf die Achse, b) auf die erste, c) auf die zweite Bildebene?

Übungsaufgaben: Bestimme den Schlagschatten eines Punktes P a) auf eine beliebige Ebene $\mathfrak{E} = (e_1, e_2)$, b) auf eine ebene Figur, c) auf eine Pyramide (Kegelfläche), d) auf ein Prisma (eine Zylinderfläche). Vgl. § 23, Aufg. 5 u. 6.

2) Schlagschatten gerader Linien und ebener Figuren.

Aufgabe 1. Den Schlagschatten einer Strecke AB zu bestimmen (Fig. 120).

Wir bestimmen die Schlagschatten a_1b_1 und a_2b_2 der Strecke AB auf die erste und zweite Bildebene. Die Schattenstrecken schneiden

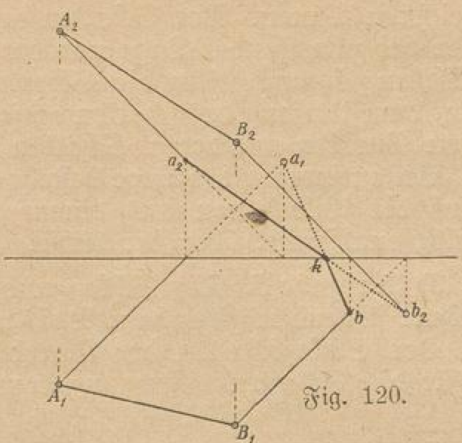

Fig. 120.

sich im Punkte k auf der x-Achse. Von ihnen kommen als wirkliche Schatten nur die in $\mathfrak{B}_1$ gelegene Strecke b_1k und die in $\mathfrak{B}_2$ gelegene ka_2 zur Geltung. Die gebrochene Linie b_1ka_2 ist der gesuchte Schlagschatten mit dem „Knickpunkte“ k.

Die Schatten müssen sich auf der Achse schneiden, da sie die Spuren der Lichtebene durch AB sind. Bestimme den Punkt der Strecke AB, dessen Schattenbild der Knickpunkt ist!

Aufgabe 2. Den Schlagschatten a) eines durch seine Projektionen gegebenen Rechtecks ABCD, das parallel $\mathfrak{B}_1$ ist, b) eines durchbrochenen Rechtecks (vgl. Türrahmen), das $\mathfrak{B}_2$ parallel ist, zu zeichnen.

Lösung zu b) s. Fig. 121.

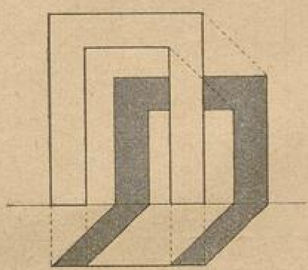
Fig. 121.

Aufgabe 3. Den Schlagschatten eines durch seine Projektionen gegebenen Dreiecks ABC zu bestimmen (Fig. 122).

Wir ermitteln die Schlagschatten der Dreiecksseiten nach Aufg. 1 und gewinnen dadurch die Begrenzungslinien des gesuchten Schlagschattens des Dreiecks ABC. $\triangle\, a_1 b_1 c_1$ ist der Schlagschatten auf $\mathfrak{B}_1$, $\triangle\, a_2 b_2 c_2$ der auf $\mathfrak{B}_2$. Von dem ersten kommt nur der vor der Achse, von dem letzten nur der über der Achse gelegene Teil als Schatten zur Geltung.

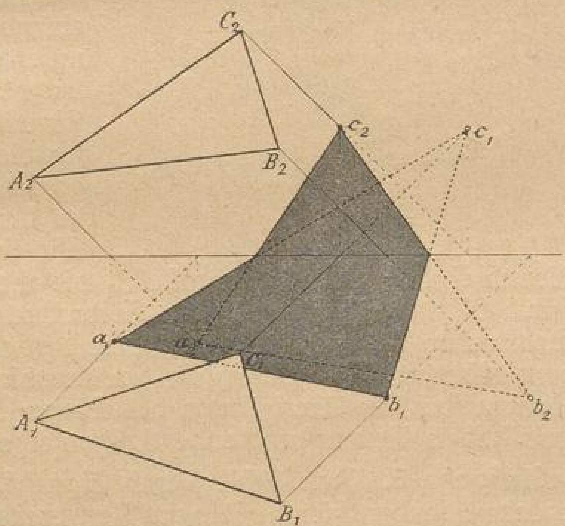

Fig. 122.

Den **Schlagschatten einer Kurve** finden wir, indem wir die Schatten einer hinreichend großen Zahl ihrer Punkte bestimmen und diese durch einen stetigen Kurvenzug verbinden.

Aufgabe 4. Den Schlagschatten einer $\mathfrak{B}_1$ parallelen Kreisfläche mit dem Mittelpunkte M zu zeichnen.

Der Schatten auf $\mathfrak{B}_1$ ist ein dem gegebenen Kreis kongruenter Kreis, den wir nach Ermittlung des Schlagschattens von M sofort zeichnen können. Der Schatten auf B_2 dagegen ist eine Ellipse, von der bei zutreffender Lage nur der über der Achse gelegene Teil zur Wirkung kommt. Um die Schattenellipse zu erhalten, nehmen wir auf dem Umfang des schattenwerfenden Kreises eine beliebige Anzahl von Punkten an, deren Schatten auf B_2 wir bestimmen.

Bei entsprechender Lage besteht also der Schlagschatten des Kreises auf die Bildebenen aus einem Kreisabschnitt unter und einem Ellipsenabschnitt über der Achse.

3) Aufgabe 5. Den Schlag- und Selbstschatten eines auf der Grundebene stehenden geraden Prismas zu bestimmen (Fig. 123).

Der Schlagschatten der Grundfläche fällt mit dieser zusammen. Für die Schattenbestimmung kommen daher nur die Seitenkanten und die Deckfläche in Betracht, wobei jedoch der in voller Beleuchtung liegende Eckpunkt 6 samt den von ihm ausgehenden Kanten nicht verwendet zu werden braucht. Die Grenze zwischen dem beleuchteten und dem im Eigenschatten liegenden Teile der Oberfläche, die sog. Schattengrenze, bilden die Kanten, längs derer eine zur Lichtstrahlenrichtung parallel bewegte Gerade den Körper bloß streift, ohne in ihn einzudringen (Schrägbild!). Bei unserem Prisma besteht die Schattengrenze aus dem geschlossenen Linienzuge 1 2 7 8 9 10 5 1. Wichtig für die Ermittlung der Schattengrenze ist hier die Bestimmung der zu ihr gehörenden Seitenkanten. Wir finden sie, indem wir an den Grundriß des Prismas parallel l_1 die Streifstrahlen ziehen, die hier durch 2′ und 5′ gehen. Die Seitenkanten 2 7 und 5 10 samt den Deckkanten 7 8, 8 9, 9 10 gehören deshalb zur Schattengrenze auf dem Körper. Die Schlagschatten der die Schattengrenze bildenden Kanten sind die Umrißlinien des Körperschattens auf den Bildebenen und haben die entsprechende Reihenfolge.

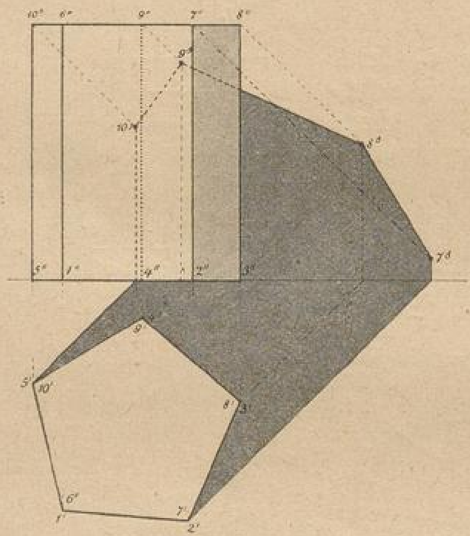

Fig. 123.

Aufgabe 6. Den Schlag- und Eigenschatten einer auf der Grundebene stehenden fünfseitigen Pyramide zu bestimmen (vgl. § 26, Aufg. 2).

Aufgabe 7. Den Schlag- und Eigenschatten eines geraden Kreiskegels, dessen Grundfläche in B_1 liegt, zu zeichnen (Fig. 124).

Wir ermitteln zunächst die Schlagschatten s_1 und s_2 der Kegelspitze S auf B_1 und B_2. Die von s_1 an den Grundkreis gezogenen Tangenten s_1A_1 und s_1B_1 bilden die seitlichen Grenzen des Schattens auf B_1, von dem nur der vor der Achse liegende Teil zur Geltung kommt.

Der auf $\mathfrak{B}_2$ entfallende Teil des Schlagschattens besteht aus dem Dreieck s_2mn. Die Grenzlinien A_1m und B_1n sind die Grundrißspuren der von den streifenden Lichtstrahlen gebildeten Lichtebene, die den Kegel in den Mantellinien AS und BS berühren. AS und BS bilden die Schattengrenze auf dem Kegelmantel.

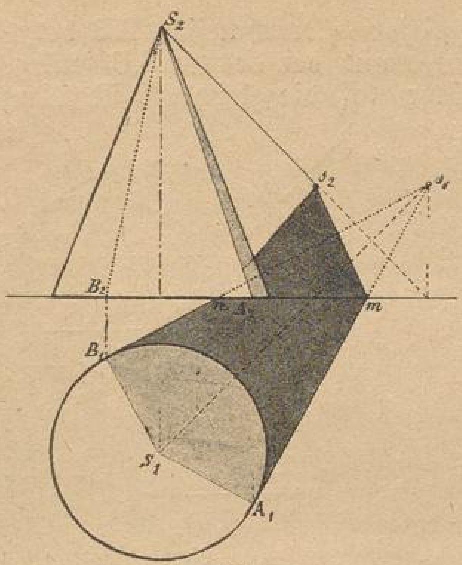

Fig. 124.

Aufgabe 8. Den Schlag- und Eigenschatten eines auf der Grundrißebene stehenden Kreiszylinders zu zeichnen.

Aufgabe 9. Den Schlag- und Eigenschatten einer auf der Grundebene ruhenden Kugel zu bestimmen (Fig. 125).

Um die Aufgabe einfach und anschaulich zu lösen, nehmen wir eine zu $\mathfrak{B}_1$ senkrechte, den Lichtstrahlen parallele dritte Bildebene zu Hilfe. Auf diese Hilfsebene projizieren wir die gegebene Kugel K und legen sie dann um ihre erste Spur e_1 in die erste Bildebene um. Der durch den Mittelpunkt K gehende Lichtstrahl l trifft $\mathfrak{B}_1$ in dem Spurpunkte k_1 (Konstruktion!), der zugleich als Schlagschatten von K zu betrachten ist. Der Winkel $Kk_1K_1 = \alpha$ ist dann der Neigungswinkel, unter dem die Lichtstrahlen $\mathfrak{B}_1$ treffen. Seine wahre Größe ergibt sich unmittelbar aus der dritten Projektion des rechtwinkligen Dreiecks Kk_1K_1.

Sämtliche die Kugel berührenden Lichtstrahlen bilden eine Zylinderfläche, die die Kugel in einem Hauptkreise berührt. Die Ebene dieses Kreises, der die Schattengrenze auf dem Körper darstellt, ist senkrecht zu den Lichtstrahlen und projiziert sich daher auf die Hilfsebene als Durchmesser A_3B_3, der zu der dritten Projektion l_3 des durch K gehenden Lichtstrahls l senkrecht ist. Aus der dritten Projektion A_3B_3 des Grenzkreises gewinnen wir genau wie sonst aus dem Aufriß die Ellipse $A_1C_1B_1D_1$ mit den Hauptachsen A_1B_1 und C_1D_1 als seine erste Projektion. Die beiden zueinander senkrechten Kreisdurchmesser AB und CD erscheinen auch im Grundriß in senkrechter Lage (Grund? §18, 2. S.). Die zweite Projektion der Schattengrenze erhalten wir durch Hinaufloten beliebig vieler Punkte des Grundrisses, wobei zu beachten ist, daß der zweite Bildabstand eines Punktes (z. B. von A) unmittelbar aus der Hilfsebene entnommen werden kann ($A_2A_x = A_3A_e$).

Die Schlagschatten des Grenzkreises sind in beiden Bildebenen Ellipsen, von denen in $\mathfrak{B}_1$ nur der vor und in $\mathfrak{B}_2$ der über der Achse gelegene Abschnitt zur Geltung kommt. Der Mittelpunkt der Grundrißellipse ist der schon zuvor bestimmte Punkt k_1. Der Schlagschatten

$(a_1 b_1)$ des Durchmessers AB des Grenzkreises bildet für sie die Hauptachse und der des zu AB senkrechten Durchmessers CD die Nebenachse $c_1 d_1$, die gleich CD ist (Grund?). Wie können die Achsen sofort

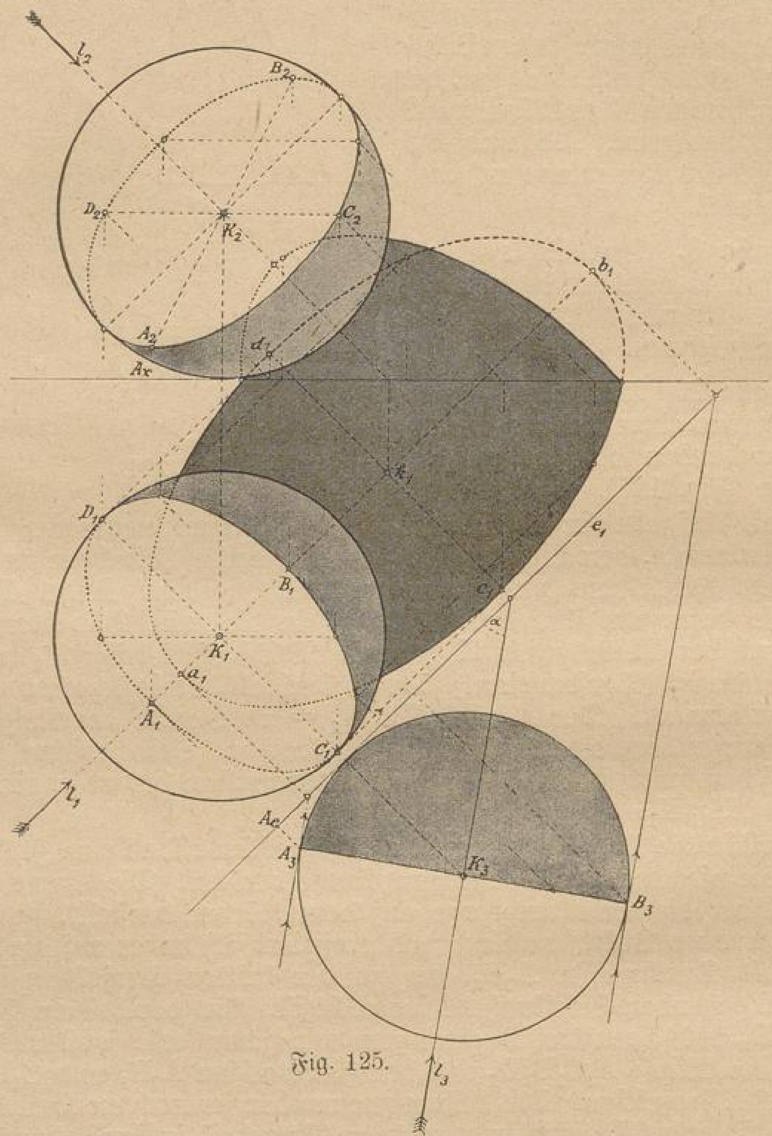

Fig. 125.

mit Hilfe der dritten Projektion der durch AB und K gelegten Lichtstrahlen bestimmt werden? Den Schlagschatten auf $\mathfrak{B}_2$ ermitteln wir endlich dadurch, daß wir die Schlagschatten einer Anzahl von Punkten des Grenzkreises auf $\mathfrak{B}_2$ bestimmen. Von der Schattenellipse auf $\mathfrak{B}_2$ ist in der Figur nur der zur Geltung kommende Abschnitt gezeichnet.