



**Grundlehrnen der darstellenden Geometrie mit Einschluss  
der Perspektive**

**Lötzbeyer, Philipp**

**Dresden, 1918**

§ 25. Allgemeines. Hauptsätze über Schatten von Strecken bei  
Parallelbeleuchtung.

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83258](https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:466:1-83258)

der **Steinschnitt**<sup>1)</sup>.) Aufgaben über ihn behandelten Desargues, 1593—1662 (Coupe des pierres, 1640) und Frézier, 1682—1772 (La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois, Straßburg 1738/39). Dieser benutzt Grund- und Aufriss und behandelt besonders Durchdringungen und Abwicklungen.

Dennoch blieb die wissenschaftliche Begründung und Entwicklung des Verfahrens dem großen französischen Geometer G. Monge (Géométrie descriptive, Paris 1798) vorbehalten. Dadurch, daß er die Schnittgerade der beiden Bildtafeln als Achse benutzte und um sie die eine in die andere umlegte, setzte er Grund- und Aufriss in eine feste Beziehung. Punkte, Gerade und Ebenen, ferner gekrümmte Linien und Flächen stellte er durch ihre Projektionen oder Spuren dar und hat durch die Behandlung von Aufgaben die Hauptverfahren der darstellenden Geometrie begründet und vollständig entwickelt. Vgl. § 1.

**Anmerkung.** In dem oben erwähnten Büchlein von Dürer findet man z. B. die Regelschnitte, Schraubenlinien, Körper wie Dodekaeder, Ikozaeder in Grund- und Aufriss nebst Abwicklung so dargestellt, wie man sie nicht anders in einem guten neueren Buch erwarten kann. Um das überaus lehrreiche Buch weiteren Kreisen zugänglich zu machen, hat der Maler Hans Thoma eine Neuherausgabe im Verlage der süddeutschen Monatshefte veranlaßt und sie mit einem Vorwort versehen unter dem Titel „Albert Dürers Unterweisung der Messung um einiges gekürzt und dem neueren Sprachgebrauch angepaßt“, herausgeg. von Alfred Pelscher.

### Dritter Abschnitt.

#### Schattenbestimmung der Parallelprojektion.

##### § 25. Allgemeines. Hauptsätze über Schatten von Strecken bei Parallelbeleuchtung.

**1 a)** Von einer Zeichnung fordern wir mit Recht, daß sie eine deutliche Vorstellung von dem abgebildeten Gegenstande bei dem Beschauer hervorrufe. Durch die bisherigen Darstellungen, die bloße Linearzeichnungen (Name!) sind, wird das nicht immer erreicht. Dagegen lassen sich Lage und Gestalt eines Körpers aus seiner Darstellung leichter erkennen und der gezeichnete Körper besser anschaulich auffassen, wenn wir ihn uns beleuchtet denken und die Schatten, die er auf die Bildebene oder auf einen anderen Körper wirft, in die Zeichnung mit aufnehmen.

<sup>1)</sup> Die Kunst des Steinschnitts ist uralt. 1. Kön. 6, 7 heißt es vom Tempelbau Salomos: „Und da das Haus gesetzt ward, waren die Steine zuvor ganz zugerichtet, daß man keinen Hammer, noch Beil, noch irgend ein eisern Werkzeug im Bauen hörte.“

b) Um die Schattenbestimmung möglichst einfach zu gestalten, nehmen wir die Lichtquelle als punktförmig an.

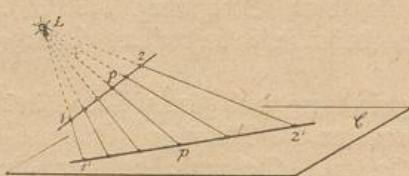


Fig. 111.

nen. Trifft dieser eine hinter P befindliche Auffangfläche, z. B. die Ebene E, im Punkte p, so ist an dieser Stelle kein Licht vorhanden. Der Punkt p heißt der **Schlagschatten** des Punktes P.

Man findet also den Schlagschatten eines Punktes P auf eine Fläche E, indem man den durch P gehenden Lichtstrahl mit E zum Schnitt bringt.

Eine **Gerade** 1 2 (Fig. 111), die wir uns materiell denken müssen (dünner Stab, Draht), wirft hinter sich einen ebenenförmigen Schatten, die **Schattenebene**. Der Schlagschatten, 1' 2', den die Gerade auf die Ebene E wirft, ist daher im allgemeinen eine Gerade. In welchem Falle ist er nur ein Punkt?

Bei einem undurchsichtigen **Körper** (Fig. 112) erscheint der der Lichtquelle zugewandte Teil (1 2 3 4) der Oberfläche erleuchtet. Der

dem Lichte abgewandte Teil befindet sich im Schatten, er liegt, wie man sagt, im **Selbst- oder Eigenschatten**. Die Grenze zwischen dem beleuchteten Teil und dem Eigenschatten heißt die **Schattengrenze** (1 2 3 4). Diese kann man sich dadurch erhalten denken, daß man einen Lichtstrahl an dem Körper entlanggleiten läßt, so daß er die Oberfläche

dauernd streift. Dabei beschreibt der Lichtstrahl eine Pyramidenfläche oder, wenn es sich um einen frumflächigen Körper handelt, eine Regelfläche. Innerhalb des von diesen Flächen begrenzten Raumes liegen sämtliche Strahlen, die den Körper beleuchten. Eine hinter dem Körper befindliche Ebene E wird von diesen Strahlen nicht getroffen. Das unbeleuchtete Stück (1' 2' 3' 4') der Ebene E ist der **Schlagschatten des Körpers**.

Der Umriss des Schlagschattens eines Körpers ergibt sich demnach als der Schlagschatten seiner Schattengrenze.

c) Denken wir uns die Lichtstrahlen parallel (Parallelbeleuchtung), so geht die den Körper streifende Strahlenpyramide (Strahlenkegel)

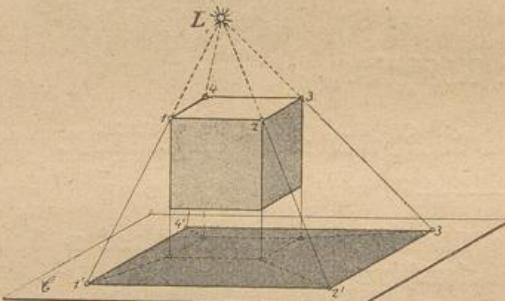


Fig. 112.

in ein Strahlenprisma (Strahlenzylinder) über. Der Umriß des Schlagschattens eines Körpers auf eine Ebene  $E$  ist dann nichts anderes als die Parallelprojektion seiner Schatten-grenze auf  $E$ .

2) Im folgenden werden wir uns nur mit **Parallelbeleuchtung** beschäftigen, indem wir als Lichtquelle die Sonne betrachten, deren Strahlen wir wegen ihrer gewaltigen Entfernung von der Erde als parallel ansehen können. Dabei sind die Schlagschatten einfache Parallelprojektionen,<sup>1)</sup> wobei die Projektionsstrahlen der Lichtrichtung parallel sind. Die Schattenbestimmung gründet sich auf die folgenden **Hauptsätze**:

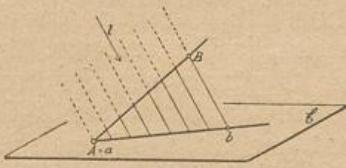


Fig. 113.

I. Der Schlagschatten einer Geraden auf eine Ebene geht durch ihren Schnittpunkt mit der Ebene (Fig. 113).

II. Der Schlagschatten einer Strecke auf eine zu ihr parallele Ebene ist zur Strecke parallel und hat die gleiche Länge (Beweis!).

III. Der Schlagschatten einer lotrechten Strecke auf eine wange-rechte Ebene ist parallel der senkrechten Projektion der Lichtrichtung auf die Ebene.

Bezeichnet 1 (Fig. 114) die Richtung der Lichtstrahlen, so erhalten wir den Schlagschatten  $A_1a$  der zu  $E$  lotrechten Strecke  $A_1A$ , indem wir durch  $A$  zu 1 die Parallele ziehen, die  $E$  in  $a$  trifft, und  $a$  mit  $A_1$  verbinden.  $A_1a$  ist die senkrechte Projektion der Strecke  $Aa$ . Um die senkrechte Projektion  $P_1p$  der Richtungs-line 1 der Lichtstrahlen zu bestimmen, fällen wir von einem beliebigen Punkte  $P$  von 1 auf  $E$  das Lot  $PP_1$ , verlängern 1 bis zum Schnittpunkte  $p$  mit  $E$  und ziehen  $P_1p$ . Da  $AA_1 \parallel PP_1$  und  $Aa \parallel Pp$  ist, so sind die Ebenen der beiden Dreiecke  $AA_1a$  und  $PP_1p$  parallel (§ 69, 2). Daher ist  $A_1a \parallel P_1p$  (§ 70, 1).

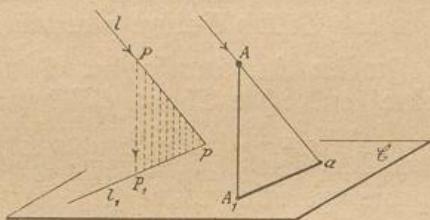


Fig. 114.

Daraus ergibt sich weiter, daß die Schlagschatten aller Lot-strecken der Aufsangebene auf diese untereinander parallel sind. Das gilt auch allgemein für parallele Strecken von beliebiger Lage zur Aufsangebene.

IV. Parallele Strecken werfen auf eine Ebene parallele Schatten und bilden mit ihren Schattenlängen das gleiche Verhältnis (Beweis!).

<sup>1)</sup> Die früher für die Parallelprojektion abgeleiteten Sätze (§ 3) gelten in entsprechender Abänderung daher auch für unsere Schattenkonstruktionen.