



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Grundlehren der darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive

Lötzbeyer, Philipp

Dresden, 1918

§ 26. Schattenbestimmung der schiefen Parallelprojektion.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83258](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83258)

I.

§ 26. Schattenbestimmung der schiefen Parallelprojektion.

1) Die Richtung der Lichtstrahlen nimmt man im allgemeinen so an, daß die Strahlen von links oben und vorn nach rechts unten und hinten verlaufen. Welche Richtung haben dagegen die projizierenden Sehstrahlen? Da zur Grundebene senkrechte Strecken parallele Schatten von gleichen Verhältnissen haben, so könnten wir, ähnlich wie bei der schiefen Parallelprojektion die Richtung der Sehstrahlen, die Richtung der Lichtstrahlen festlegen durch den Winkel, den die Schatten lotrechter Strecken mit der Achse bilden, und durch das Verhältnis der Schattenlänge einer Lotrechten zu dieser.

Wir ziehen es jedoch vor, die Lichtrichtung einfach dadurch festzulegen, daß wir im Schrägbilde (Fig. 114) einen Lichtstrahl l und seinen Grundriß l_1 zeichnen. Denn durch die Schrägprojektion der Lichtrichtungslinie ist die Richtung der Lichtstrahlen noch nicht völlig bestimmt. (Warum nicht?) Das wird sofort erreicht, sobald man das Schrägbild l_1 des Grundrisses der Lichtrichtung hinzufügt, das man innerhalb der durch die angenommene Lichtrichtung bedingten Grenzen beliebig annehmen kann.

2) Erste Grundaufgabe: Den Schlagschatten eines Punktes P auf die Grundebene G zu bestimmen (Fig. 114).

Bedeutet l das Schrägbild der Richtungslinie der Lichtstrahlen und l_1 das seiner senkrechten Projektion auf die Grundrißebene, so finden wir den Schlagschatten p von P auf G unmittelbar nach Hauptsatz III.

Zweite Grundaufgabe. Den Schlagschatten eines Punktes P auf eine senkrechte Ebene (Bildebene) zu bestimmen (Fig. 115).

Es sei P_1 die Grundrißprojektion des schattenwerfenden Punktes P und PP_1 seine Höhenlinie. Ziehen wir durch P zu l und durch P_1 zu l_1 die Parallelen, die sich im Punkte p_1 schneiden, so wäre p_1 der Schlagschatten auf G . Doch dieser Schatten kommt nicht zustande. Nur das Stück P_1k des Schattens der Höhenlinie liegt auf der Grundebene G .

Im Punkte k hat die Schattenlinie einen sog. „Knickpunkt“, sie läuft jetzt in der Bildebene weiter. Der auf die Bildebene entfallende Teil ist die Spur der durch die Höhenlinie PP_1 gehenden Lichtebeue, ist daher senkrecht auf der Achse (Hauptsatz II). Um den Schlagschatten p_2 auf B zu erhalten, haben wir also im „Knickpunkte“ k die Senkrechte zur Achse zu ziehen, die die durch P zu l gezogene Parallele in p_2 trifft.

Bemerkung. Beispiele zur Bestätigung des Gefagten bietet uns die Natur in Fülle. Man beachte nur den Verlauf der Schatten von Baum-

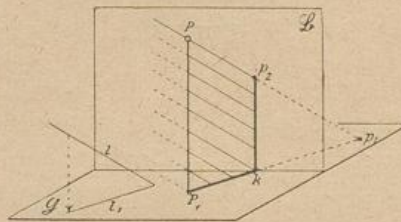


Fig. 115.

stämmen oder senkrechten Stangen, die in der Nähe von senkrechten Mauerwänden stehen, so daß ihre Schatten zum Teil auch auf diese fallen. Versuche mit dem Bleistift!

3) Aufgabe 1. Den Schlagschatten eines Würfels auf die Grundebene zu zeichnen, sowie seinen Eigenschatten zu bestimmen (Fig. 116).

Der Würfel ruhe mit zwei Seitenflächen parallel zu B so auf der Grundebene, daß diese den ganzen Schatten aufnehmen kann. Die Lichtstrahlen sollen parallel der Diagonale 53 einfallen. Dadurch ist auch die Schattenrichtung der zu G senkrechten Strecken festgelegt. Der Schatten der Ecke 5 ist 3 und daher der Schatten der Kante 15 , der in Wirklichkeit nicht zustande kommt, 13 . Die Schatten der anderen Seitenkanten sind parallel 13 .

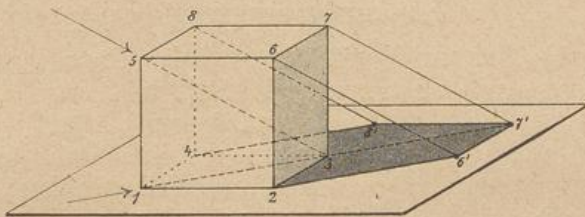


Fig. 116.

Welche Flächen des Würfels befinden sich im Eigenschatten? Schattengrenze?

Die Darstellung des Würfels gewinnt durch Hinzufügung des Schattens, wie die Figur deutlich zeigt, bedeutend an Anschaulichkeit, weil der Körper dadurch scharf aus der Grundebene hervorgehoben wird.

Die im Selbstschatten liegenden Flächen sollten eigentlich dunkel sein, da sie von der Lichtquelle selbst kein Licht empfangen. Das trifft tatsächlich nicht zu. Denn die in der Nähe liegenden beleuchteten Körper werfen einen Teil des empfangenen Lichtes zurück auf die im Selbstschatten liegenden Flächen (Reflexlicht) und bewirken dort einen gewissen Grad von Helligkeit. Wir bringen das in den Darstellungen dadurch zum Ausdruck, daß wir die betreffenden Flächen weniger dunkel als den Schlagschatten anlegen.

Aufgabe 2. Den Schlagschatten und Eigenschatten einer fünfseitigen Pyramide zu bestimmen, die so auf der Grundebene steht, daß der Schatten zum Teil auf die Bildebene fällt (Fig. 117).

Man bestimme zunächst den Schlagschatten der Spitze S auf die Bild- und Grundebene und ziehe von dem erhaltenen „ideellen“ Schattenpunkt s_1 auf G die Streifgeraden an die Grundfläche s_1A und s_1C .

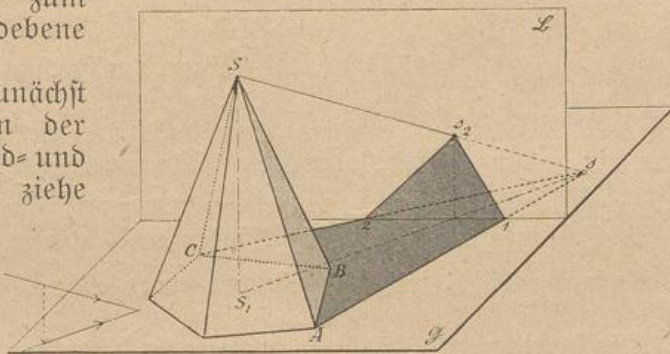


Fig. 117.

$ABCs_1$ stellt dann den Schlagschatten auf die Grundebene dar, der aber nur bis zur Achse auf G zur Wirkung kommt. Den auf B entfallenden Teil des Schattens erhält man, wenn man den Schatten s_2 der Spitze S auf B mit den „Knickpunkten“ 1 und 2 der Schatten der Seitenkanten SA und SC verbindet. Schattengrenze?

II.

§ 27. Schattenbestimmung der geraden Parallelprojektion.

1) Bei den Darstellungen in gerader Parallelprojektion pflegt man eine ganz bestimmte Lichtstrahlenrichtung zu wählen, die erfahrungsgemäß eine sehr günstig wirkende Beleuchtung gibt. Und zwar nimmt man die Richtung der Lichtstrahlen so an, daß sie von links oben und vorn nach rechts unten parallel der Richtung der Diagonale eines Würfels verlaufen, von dem drei Kanten mit den Bildachsen zusammenfallen (s. Fig. 116). Die Projektionen l_1 und l_2 (Fig. 118) der Lichtstrahlenrichtung l bilden dann mit der x -Achse je einen Winkel von 45° .

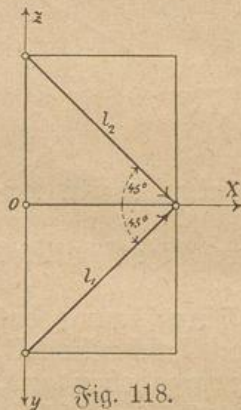


Fig. 118.

Grundaufgabe. Den Schlagschatten zu bestimmen, den ein durch seine Projektionen gegebener Punkt P auf die Bildebene wirft (Fig. 119).

Der Schlagschatten ist der erste oder zweite Spurpunkt des durch den Punkt P gehenden Lichtstrahles, dessen Projektionen mit der x -Achse je einen Winkel von 45° einschließen. Der erste Spurpunkt p_1 kommt als Schattenpunkt nicht in Betracht, da der Schattenstrahl zuerst die zweite Projektionsebene (die wir als undurchsichtig annehmen) trifft.

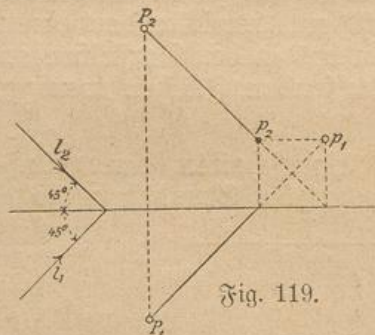


Fig. 119.

Wann fällt der Schlagschatten eines Punktes a) auf die Achse, b) auf die erste, c) auf die zweite Bildebene?

Übungsaufgaben: Bestimme den Schlagschatten eines Punktes P a) auf eine beliebige Ebene $G = (e_1, e_2)$, b)

auf eine ebene Figur, c) auf eine Pyramide (Kegelfläche), d) auf ein Prisma (eine Zylinderfläche). Vgl. § 23, Aufg. 5 u. 6.

2) Schlagschatten gerader Linien und ebener Figuren.

Aufgabe 1. Den Schlagschatten einer Strecke AB zu bestimmen (Fig. 120).

Wir bestimmen die Schlagschatten a_1b_1 und a_2b_2 der Strecke AB auf die erste und zweite Bildebene. Die Schattenstrecken schneiden