



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Grundlehren der darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive

Lötzbeyer, Philipp

Dresden, 1918

§ 37. Perspektivische Teilung und Messung von Breiten-, Höhen- und
Tiefenlinien. Perspektivische Maßstäbe.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83258](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83258)

von ihm entfernt, je größer die Ausdehnung des Bildes ist, um mit einem Blick ohne lästige Bewegungen des Kopfes das Ganze übersehen zu können. Nun ist man imstande, mit einem Blick ein Gesichtsfeld zu überblicken, das einem Sehfeld mit einem Öffnungswinkel von ungefähr 60° entspricht. Das trifft zu, wenn der Augabstand von der Bildfläche, die Distanz, das ein- bis zweifache der größeren Ausdehnung des Bildes nach der Seite oder Höhe beträgt. Damit haben wir die zweite wichtige Regel:

Die Distanz ist gleich der ein- bis zweifachen größeren Ausdehnung des Bildes nach der Seite oder Höhe zu nehmen.

Zu dem gleichen Ergebnis gelangt man auch, wenn man ein an die Grundlinie stoßendes Quadrat für verschiedene Distanzen abbildet. Ist die Distanz gleich der einfachen Bildbreite, so wird im Bilde die hintere Quadratseite gleich der Hälfte ihrer wahren Länge a , ist sie gleich der doppelten Bildbreite, so wird sie auf $\frac{2}{3}a$ verjüngt. Wird die Distanz so gewählt, daß die hintere Seite kleiner als $\frac{1}{2}a$ oder größer als $\frac{2}{3}a$ wird, so wirkt das Bild unnatürlich (Grund?).

Für die genauere Bestimmung des Hauptpunktes und des Augabstandes innerhalb des durch die Regeln gegebenen weiten Spielraums sind neben anderen Gründen, die sich aus der Natur der dargestellten Gegenstände ergeben, in der Hauptsache Schönheitsrücksichten maßgebend. So wird man bei einer senkrecht zur Bildebene verlaufenden Säulenhalle niemals den Hauptpunkt genau in der Mitte der beiden Säulenreihen annehmen, weil sonst das Bild einen steifen und einförmigen Eindruck machen würde. Bei architektonischen Gegenständen wie Gebäuden, die von der Straße aus gezeichnet werden sollen, ergibt sich die Aughöhe und damit auch die Lage des Hauptpunktes von selbst; sie ist gleich der Körperlänge des Zeichners zu nehmen.

Wird der Augabstand zu klein genommen, so treten an den Seiten starke perspektivische Verzerrungen auf. Bekannt ist ja, daß bei photographischen Gruppenaufnahmen die Personen an den Seiten leicht zu dick werden. Um das zu vermeiden, nimmt der Photograph eine große Distanz und läßt kräftige Personen möglichst in der Mitte Platz nehmen oder so sich aufstellen, daß sie die schmale Seite dem Apparat zutehren. Kleine Distanzen eignen sich jedoch für die Darstellung von Innenräumen, die man ja gewohnt ist aus geringer Entfernung zu sehen und die dadurch viel anheimelnder wirken. Es ist deswegen auch kein Zufall, daß bei Raffaels vatikanischen Gemälden und bei Leonardos Abendmahl die Distanz gleich der einfachen Bildbreite ist.

Bei zu großer Distanz geht der eigentümliche perspektivische Reiz verloren.

§ 37. Perspektivische Teilung und Messung von Breiten-, Höhen- und Tiefenlinien. Perspektivische Maßstäbe.

1) Tragen wir auf einer geraden Linie eine bestimmte Strecke, z. B. 1 cm, als Maßeinheit wiederholt ab, so erhalten wir einen Maßstab. Mit Hilfe eines solchen Maßstabes können wir bei Darstellungen in gerader Parallelprojektion Breiten-, Höhen- und Tiefenstrecken sowohl unmittelbar abtragen als auch umgekehrt aus ihren Bildern

ihre wahren Längen unmittelbar bestimmen.¹⁾ Höchstens ist dabei die Verkleinerungszahl in Rechnung zu ziehen. Bei perspektivischen Darstellungen dagegen ist das nicht möglich. Hier bedürfen wir, um im Bilde Strecken nach der Breite, Höhe und Tiefe abzutragen und zu messen, der sogenannten **perspektivischen Maßstäbe**, der Breiten-, Höhen- und Tiefenmaßstäbe. Diese beziehen wir auf einen bestimmten Maßstab, den wir der Einfachheit halber auf der Grundlinie auftragen (Fig. 151), wo im allgemeinen 1 cm im Bilde 1 m in der Wirklichkeit entsprechen soll, und bezeichnen ihn deshalb als **Grundmaßstab**.

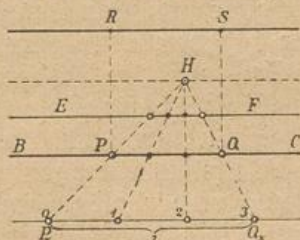


Fig. 151.

2a) Teilung und Messung von Breitenlinien. Breitenmaßstäbe.

Aufgabe 1. Auf der Bildbreitenlinie BC, die der Grundebene angehört, vom Punkte P aus die Strecke $1 = 3$ cm perspektivisch abzutragen (Fig. 151).

Wir verbinden den Hauptpunkt H mit P und tragen vom Schnittpunkte P_x der Verlängerung von HP mit der Grundlinie die Strecke $P_x Q_x = 1 = 3$ cm ab. Die Tiefenlinie $Q_x H$ trifft BC in Q. Die Strecke PQ ist dann perspektivisch gleich $P_x Q_x = 1 = 3$ cm. Beweis! Was für eine Figur stellt das Trapez $P_x Q_x QP$ dar? Zeichne die Figur in der Grundebene!

Gehört die gegebene Breitenlinie, etwa RS, im Urbild nicht der Grundebene an, so tragen wir zunächst auf ihrem Grundriß (BC) die gegebene Strecke perspektivisch ab und finden durch Hinaufloten die gesuchte Bildstrecke $RS = 1$.

Aufgabe 2. Die der Grundebene angehörende Bildstrecke PQ, die zur Grundlinie parallel ist, perspektivisch a) in $n = 3$ gleiche Teile, b) im Verhältnis $m : n = 2 : 3$ zu teilen.

Zu a) Man teile $P_x Q_x$ (Fig. 151) in $n = 3$ gleiche Teile und verbinde die Teilpunkte mit H. Die Bildstrecke PQ wird durch die Hauptstrahlen in $n = 3$ gleiche Teile geteilt. Zeichnung in der Grundebene!

Aufgabe 3. Die wahre Länge der Bildstrecke PQ, die der Grundlinie parallel ist und deren Urbild der Grundebene angehört, zu bestimmen (Fig. 152).

Die Lösung vollzieht sich umgekehrt wie die der Aufgabe 1.

Da mit Hilfe des Hauptpunktes H Breitenstrecken des Bildes geteilt oder gemessen werden können, so wird H auch als **Teilungs-** oder **Messpunkt für die Breitenlinien** bezeichnet. Zum Messen von Breitenstrecken kann auch jeder beliebige

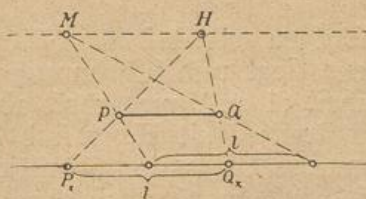


Fig. 152.

¹⁾ Darin besteht ja hauptsächlich der Vorteil der geraden Parallelprojektion, dem sie auch ihre weitgehende praktische Anwendung verdankt.

auf dem Horizont gelegene Punkt, z. B. M, benutzt werden. Denn die Verlängerungen der von M nach P und Q gezogenen Verbindungsstrecken schneiden auf der Grundlinie ebenfalls die wahre Länge 1 der gegebenen Bildstrecke ab. Beweis!

Soll auf der Bildbreitenlinie BC (Fig. 151) vom Punkte P aus die Einheitsstrecke perspektivisch mehrfach abgetragen werden, so ziehen wir nach Aufg. 1 die Tiefenlinie HP, die die Grundlinie in P_x schneidet, tragen von P_x aus auf dieser die Längeneinheit, z. B. 1 cm, wiederholt ab und verbinden die Teilpunkte mit H.¹⁾ Die von den Tiefenlinien begrenzten Abschnitte auf der Breitenlinie BC sind einander gleich (Beweis!). Da jeder von ihnen der Längeneinheit in Wirklichkeit entspricht, so bildet die Strecke PQ den **Maßstab** für beliebige, auf der Breitenlinie BC liegende Strecken und alle Breitenlinien derselben Tiefe. Ebenso bildet die Breitenlinie EF mit ihren Abschnitten den Breitenmaßstab für alle Strecken, die auf der Breitenlinie EF liegen. Die Maßeinheiten für die Breitenlinien werden nach hinten immer kleiner, und zwar um so mehr, je weiter diese in Wirklichkeit hinter der Bildebene liegen.

b) Teilung und Messung von Höhenlinien. Höhenmaßstäbe.

Aufgabe 4. In einem Bildpunkte P, der der Grundebene angehört, die Höhenstrecke $h = 4$ cm perspektivisch aufzutragen (Fig. 153).

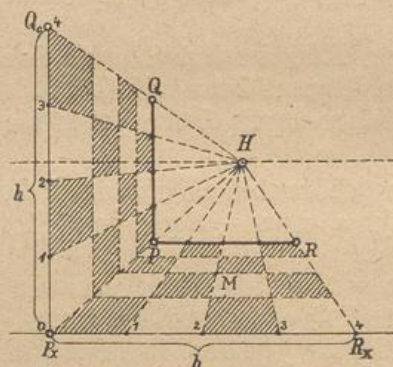


Fig. 153.

Wir ziehen die Tiefenlinie HP, die in ihrer Verlängerung die Grundlinie in P_x trifft, und errichten auf dieser das Lot $P_x Q_0 = h = 4$ cm. Die Tiefenlinie $Q_0 H$ schneidet die in P gezogene Höhenlinie in Q. PQ ist dann perspektivisch gleich $P_x Q_0 = h$. Beweis!

Eine andere Lösung ergibt sich, wenn wir durch P die Breitenlinie ziehen, auf ihr mit Hilfe des Grundmaßstabes die Strecke PR perspektivisch gleich $P_x R_x = h$ abschneiden und in P die Höhenstrecke $PQ = PR$ ziehen. Beweis!

Tragen wir auf der Höhenlinie $P_x Q_0$ (Fig. 153), die in der Bildebene liegt und sich darauf in wahrer Größe abbildet, die Längeneinheit (1 cm) wiederholt ab und verbinden die Endpunkte der Einheitsstrecken mit H, so sind die von den Tiefenstrahlen auf PQ bestimmten Abschnitte bildgleich der Längeneinheit. Die Strecke PQ mit den einander gleichen Abschnitten bildet den **Höhenmaßstab** für alle Höhenstrecken der gleichen Tiefe. Das Auftragen von Höhen wird wesentlich vereinfacht durch die Anwendung der Höhenmaßstäbe.

Der Teilungspunkt für die Höhenlinien ist der Hauptpunkt.

¹⁾ Zeichne auch die zugehörige, in der Grundebene liegende Figur.

Die Maßeinheiten für die Höhenlinie PQ sind die gleichen wie die der Breitenlinie PR derselben Tiefe (Beweis! Vgl. die Perspektive eines Würfels in Frontansicht!). Es gilt daher der Satz:

Höhen- und Breitenlinien derselben Tiefe haben den gleichen Maßstab.

Von diesem Satze macht man Gebrauch, um bei Personen, die auf

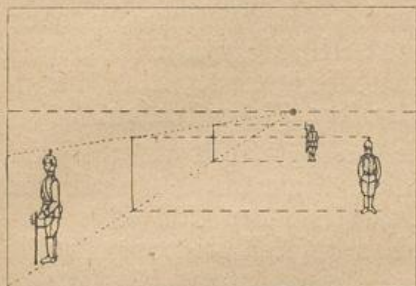


Fig. 154.

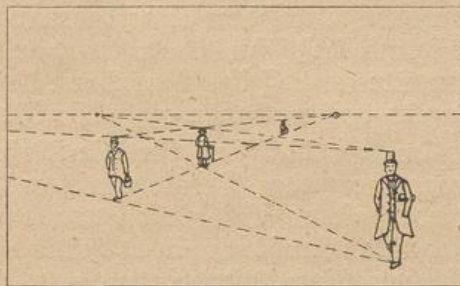


Fig. 155.

der Grundebene stehen, die Höhe von einer auf die andere zu übertragen (Fig. 154). Ein anderes allgemeineres Verfahren ist aus Fig. 155 ersichtlich.

c) Teilen und Messen von Tiefenstrecken. Tiefenmaßstäbe.

Aufgabe 6. Auf der Tiefenlinie $P_x H$, deren Urbild der Grundebene angehört, vom Punkte P aus die Strecke l perspektivisch abzutragen (Fig. 156).

Die Lösung erhellet sofort, wenn wir die Zeichnung in der Grundebene hinzufügen. Wir ziehen den Distanzstrahl $D_1 P$, dessen Verlängerung die Grundlinie in R trifft, tragen auf dieser $RS = l$ ab und verbinden S mit D_1 . Die von den Distanzstrahlen RD_1 und SD_1 auf AH abgeschnittene Strecke PQ ist bildgleich $RS = l$.

Aufgabe 7. Die auf der Tiefenlinie $P_x H$ gelegene Bildstrecke PQ , deren Urbild der Grundebene angehört, a) in $n = 5$, b) im Verhältnis $m:n = 2:3$ perspektivisch zu teilen.

Die Lösungen ergeben sich leicht an der Hand der Zeichnung in der Grundebene (Fig. 156).

Zu a) Man ziehe die Distanzstrahlen $D_1 P$ und $D_1 Q$, die die Grundlinie in R und S treffen, teile RS in $n = 5$ gleiche Teile und verbinde die Teilpunkte mit D . Die zu den Teilpunkten gehörigen Distanzstrahlen schneiden auf PQ $n = 5$ bildgleiche Abschnitte ab.

Aus den Lösungen der Aufgaben a) und b) folgt, daß die per-

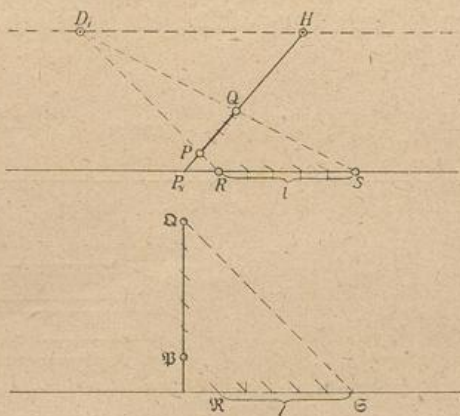


Fig. 156.

spektivische Teilung von Tiefenstrecken mit Hilfe der Distanzpunkte geschieht. **Die Distanzpunkte sind deshalb die Teilungspunkte der Bildtiefenlinien** (vgl. Fig. 131).

Aufgabe 8. Die wahre Länge der Bildtiefenstrecke PQ , deren Urbild der Grundebene angehört, zu bestimmen (Fig. 156).

Als Umkehrung der Aufgabe 6 nimmt die Lösung der vorliegenden Aufgabe auch den umgekehrten Verlauf. Die Distanzstrahlen DP und DQ schneiden auf der Grundlinie die wahre Länge l der Strecke PQ im Maßstabe der Grundlinie aus. Die Distanzpunkte heißen daher auch die **Messpunkte der Tiefenstrecken**.

Um den **Maßstab für die Tiefenlinie** OH (Fig. 153) zu zeichnen, tragen wir vom Punkte O aus auf der Grundlinie die Längeneinheit wiederholt ab und ziehen von den Endpunkten der Einheitsstrecken die Distanzstrahlen nach D_1 . Diese schneiden auf OH die perspektivisch gleichen Einheitsstrecken ab.

Einen klaren Einblick in die Art und Weise, wie sich die Breiten-, Höhen- und Tiefenmaße nach hinten verjüngen, gewährt die in Fig. 153 gegebene Abbildung eines in der Grundebene und eines in einer Seitenebene (d. h. einer zur Grundlinie senkrechten Ebene) liegenden Netzes von Quadraten, deren Seitenlänge gleich der Längeneinheit 1 m des Grundmaßstabes ist. Die in Wirklichkeit gleich weit voneinander entfernten Breiten- und Höhenlinien rücken im Bilde immer näher zusammen.

Die Abbildung des in der Grundebene liegenden Quadratnetzes gibt die Möglichkeit, die Lage jedes Punktes der Grundebene aus seinem Bildpunkte zu bestimmen und umgekehrt. Wieviel Meter liegt z. B. der Bildpunkt M hinter der Bildebene und wieviel Meter rechts von der linken Begrenzungslinie? Gib das Bild des Punktes der Grundebene an, der 3 m rechts von der linken Begrenzungslinie und $2\frac{1}{2}$ m hinter der Bildebene liegt. Überzieht man Pläne von Straßenzügen, Gartenanlagen usw. mit einem solchen Netz von Quadraten, so kann man die Pläne leicht mit Hilfe des Netzes in Perspektive setzen.

3) Die perspektivischen Maßstäbe geben uns die Mittel an die Hand, die Perspektive eines beliebigen Gegenstandes, der durch seine Ausmessungen und seine Lage genau angegeben ist, unmittelbar zu zeichnen.

Aufgabe 9.

Eine vierstufige einfache Treppe in Frontansicht zu zeichnen (Fig. 157).

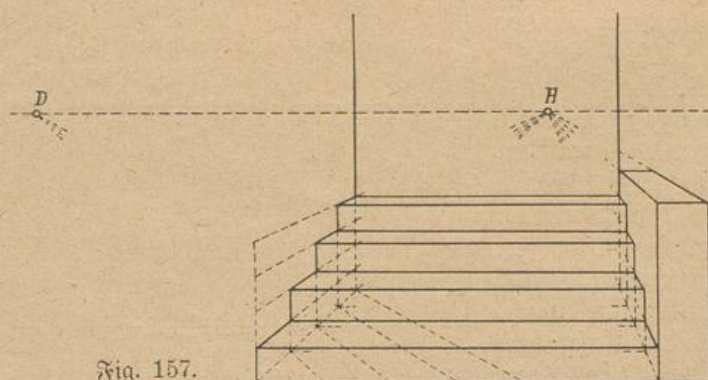


Fig. 157.

Die erste Stufe liegt mit der vorderen Fläche in der Bildebene. Breite der Stufen 2,40 m, Höhe 0,20 m, Tiefe 0,40 m. Augenhöhe 1,60 m und Augabstand 3 m. Maßstab der Zeichnung 1 : 50.

Lösung s. Zeichnung. In dieser ist rechts noch eine Wange von 1 m Höhe und 30 cm Breite gezeichnet.

Aufgabe 10. Einen zur Bildebene senkrechten Säulengang zu zeichnen.

Jede Säulenreihe werde von drei Säulen gebildet. Jede einzelne von diesen bestehe aus 7 würfelförmigen Quadern, deren Kantenlänge je 40 cm betrage. Der lichte Abstand der Säulen soll 2,40 m nach der Seite und nach der Tiefe betragen. Die Vorderfläche der ersten beiden Säulen liege 2 m hinter der Bildebene. Augenhöhe 1,60; Distanz 4 m. Maßstab der Zeichnung 1 : 20.



Fig. 158.

Aufgabe 11. Eine zur Bildebene senkrechte Bogenstellung (z. B. Fensterreihe mit Rund- oder Spitzbogen) in Perspektive zu setzen.

Zur Zeichnung eines Fensters mit Spitzbogen s. Fig. 158.

§ 38. Perspektivische Teilung beliebiger, der Grundebene angehörender Geraden. Teilungspunkt.

1) **Aufgabe 1.** Auf einer in der Grundebene gegebenen Geraden PD , die mit der Grundlinie den Winkel α bildet, ist die Strecke $RS = 1$ gegeben. Die Perspektive der Geraden samt der auf ihr liegenden Strecke zu zeichnen (Fig. 159).

Mit Hilfe des herabgeschlagenen Augpunktes (A) ermitteln wir die durch den Fluchtpunkt F gehende Perspektive PQ der gegebenen Geraden PD , tragen auf der Grundachse $PR_0 = PR$ und $PS_0 = PS$ ab und ziehen RR_0 und SS_0 . Die durch (A) zu diesen parallelen Verbindungsstrecken gezogene Parallele trifft den Horizont in T , ihrem gemeinsamen Fluchtpunkte. Verbinden wir ihre auf die Grundlinie hinaufgeloteten Spurpunkte R_0 und S_0 mit T , so schneiden R_0T und S_0T , die Perspektiven der durch R_0R und S_0S gehenden Geraden, auf PF die Strecke RS ab. Diese ist perspektivisch gleich der gegebenen Strecke $RS = 1$.

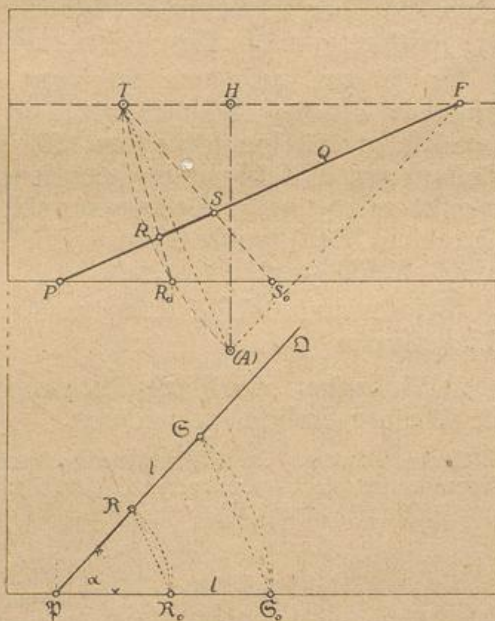


Fig. 159.