



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Grundlehren der darstellenden Geometrie mit Einschluss der Perspektive

Lötzbeyer, Philipp

Dresden, 1918

Dritter Abschnitt. Schattenbestimmung der Perspektive.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83258](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83258)

Dritter Abschnitt.

Schattenbestimmung der Perspektive.

§ 39. Allgemeines. Hauptsätze.

1) Bei perspektivischen Darstellungen ist die Einzeichnung des Schattens ganz besonders angebracht. Dieser ist naturgemäß so einzuzeichnen, wie wir ihn sehen, also ebenfalls in Perspektive.

Wir beschränken uns auf den Fall der **Parallelbeleuchtung** und nehmen als die von der Natur gegebene Lichtquelle die Sonne an, deren Strahlen wir als parallel betrachten.

2) Zur Schattenbestimmung im allgemeinen dienen die bereits in § 25 angeführten Betrachtungen und Sätze. Sie wird danach zurückgeführt auf die Ermittlung der Schlagschatten von Punkten. Um diese Aufgabe in Perspektive zu lösen, haben wir zunächst die **Abbildung der „parallelen“ Sonnenstrahlen** zu betrachten.

Es bezeichne l (Fig. 161) den durch einen Punkt P gehenden Lichtstrahl, der die Grundebene in p trifft, und P_1 den Grundriß von P . Dann ist die durch p und P_1 bestimmte Gerade l_1 die Grundrißprojektion des Lichtstrahls l .

Ziehen wir nun durch den Augpunkt A den Parallelstrahl zu l , der die Bildebene im Punkte S durchstößt, so stellt S den Fluchtpunkt aller parallelen Lichtstrahlen dar und ist, da der Fluchtstrahl AS nach dem unendlich fern gedachten Lichtpunkte, dem Mittelpunkte der Sonne, hinget, als das Bild dieses Punktes anzusehen. Mit Recht wird deshalb S als **Sonnen- oder Lichtpunkt** bezeichnet. Wegen seiner Eigenschaft als Fluchtpunkt der parallelen Lichtstrahlen gilt der Satz:

I. Die Bilder der parallelen Lichtstrahlen laufen in dem Sonnenpunkte zusammen.

Nun fällen wir von S auf die Aughöhenlinie das Lot SS_1 und verbinden dessen Fußpunkt S_1 mit A . Sodann ist $AS_1 \parallel l_1$ und folglich S_1 der Fluchtpunkt der senkrechten Projektionen der parallelen Lichtstrahlen. Für den **Sonnen- oder Lichtfußpunkt** S_1 haben wir daher den Satz:

II. Die Grundrißbilder der parallelen Lichtstrahlen gehen durch den Sonnenfußpunkt (vgl. Fig. 162).

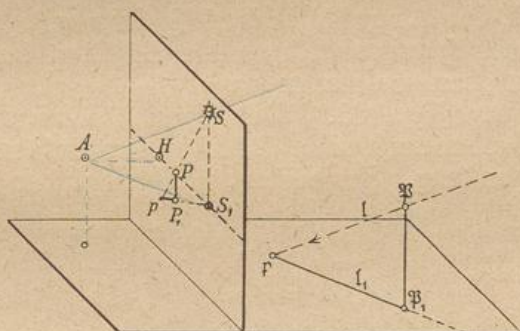


Fig. 161.

Im folgenden nehmen wir den Sonnenpunkt S stets als gegeben an.

§ 40. Grund- und Übungsaufgaben.

1) Erste Grundaufgabe. Den Schlag- oder Bodenschatten eines Bildpunktes P , dessen Grundrißbild P_1 gegeben ist, zu bestimmen.

Bedeutet (Fig. 162) P das Bild des Punktes P und P_1 das seines Grundrißes, so ist PS das Bild des durch P gehenden Lichtstrahls und P_1S_1 das seines Grundrißes. Der Schnittpunkt p der Verlängerungen von PS und P_1S_1 ist das Bild des Spurpunktes p des durch P gehenden Lichtstrahls, also das Bild des gesuchten Schlagschattens auf die Grundebene. Löse danach die Aufgabe an Hand der Fig. 162.

2) Der Schatten der zur Grundebene senkrechten Strecke PP_1 (Fig. 161) fällt mit dem Grundriß des durch P gehenden Lichtstrahls zusammen. P_1p (s. Fig. 162) ist daher das Bild des Schattens von P_1P , ebenso Q_1q von Q_1Q und R_1r von R_1R . Die Schlag- oder Stangen) stellen sich so dar, daß sie nach rückwärts verlängert im Punkte S_1 zusammenlaufen. Ihre Schatten werden um so länger, je tiefer die Sonne sinkt.

Hinsichtlich der Stellung der Sonne zur Bildebene sind 3 Fälle zu unterscheiden:

1. (Fig. 162.) Die Sonne steht, wie auch in Fig. 161 angenommen ist, im Angesichte des Zeichners. Ihr Bild erscheint dann über dem Horizont, und die Schatten der lotrechten Strecken kommen auf den Beschauer zu.

2. (Fig. 163.) Die Sonne steht im Rücken des Zeichners oder Beobachters. Die Schatten der Lotstrecken fallen jetzt nach vorn von ihm weg. In diesem Falle liegt der Fluchtpunkt S der von hinten

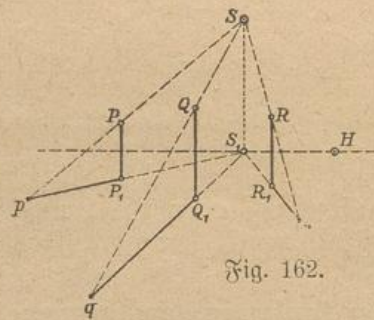


Fig. 162.

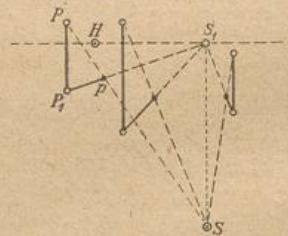


Fig. 163.

nach vorn sich neigenden Lichtstrahlen unter dem Horizont. Obwohl S jetzt eigentlich nicht mehr als das Bild der punktförmig gedachten Sonne betrachtet werden kann (Grund?),

bleibt die Bezeichnung Sonnenpunkt für ihn bestehen (Schrägbild!).
3. Die Sonne steht so, daß die Lichtstrahlen der Bildebene parallel sind. Die Lichtstrahlen bilden sich dann parallel der ursprünglichen Richtung ab. Ihre senkrechten Projektionen sind parallel der Grundlinie und erscheinen daher auch im Bilde als Breitenlinien. Durch die Lichtrichtungslinie l sind die Schatten der Lotstrecken bestimmt. Wie verlaufen die Bodenschatten der Lotstrecken? Wo liegen S und S_1 ?

Aufgabe 1. Den Schlag- und Eigenschatten eines auf der Grundebene stehenden Würfels (Quaders) in Frontansicht für die drei verschiedenen Stellungen der Sonne zu zeichnen.

Bemerkung. Die Wahl der Sonne im Angesicht des Beschauers kommt besonders für landschaftliche Darstellungen in Betracht (Landschaft bei Sonnenuntergang!), eignet sich aber nicht für die Darstellung architektonischer Vorwürfe, da hierbei gerade die dem Beschauer zugekehrten Teile im Selbstschatten liegen. Für solche ist die Annahme der Sonne im Rücken besonders günstig.

Aufgabe 2. Den Schlag- und Eigenschatten einer regelmäßig-sechseckigen Pyramide, die auf der Grundebene steht, zu zeichnen, wenn die Sonne im Rücken des Beobachters angenommen wird.

Aufgabe 3. Ebenso für einen auf der Grundebene stehenden Kegel.

Aufgabe 4. Den Schlag- und Eigenschatten eines auf der Grundebene stehenden a) regelmäßig-sechseckigen Prismas, b) geraden Zylinders zu zeichnen, wenn die Sonnenstrahlen parallel der Bildfläche sind.

Aufgabe 5. Den Schlag- und Eigenschatten eines einfachen Lozes in schräger Ansicht für die zweite und dritte Stellung der Sonne zu bestimmen.

3) Zweite Grundaufgabe. Den Schatten eines Bildpunktes P , dessen Grundrißbild P_1 gegeben ist, a) auf eine lotrechte Fläche, b) auf eine wagrechte Fläche zu bestimmen.

Zu a) Die gegebene lotrechte Fläche $KLMN$ (Fig. 164) denken wir uns bis zu ihrem Schnitt MN mit der Grundebene erweitert. Der Bodenschatten der materiell gedachten Lotstrecke P_1P geht vom Fußpunkt P_1 aus, fällt auf das Grundrißbild P_1S_1 des durch P gehenden Lichtstrahls und trifft die Spur MN im „Knickpunkte“ k . Dort steigt er (vgl. § 26, 2) an der lotrechten Fläche lotrecht empor und schneidet PS in p , dem gesuchten Schattenbild von P .

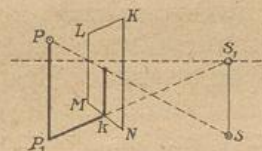


Fig. 164.

Zu b) Die Schatten empfangende Fläche sei eine wagrechte Fläche (Fig. 165) einer zweistufigen Treppe. Die Lotstrecke P_1P denken wir uns wieder materiell. Ihr Bodenschatten geht von ihrem Fußpunkt nach S_1 , trifft im Knickpunkte 1 die untere Begrenzungslinie der vorderen Fläche der unteren Stufe, an der er lotrecht bis zum Knickpunkte 2 emporsteigt. Vom Punkte 2 an verläuft der Schlagschatten in der wagrechten Deckfläche und muß, da er in Wirklichkeit parallel dem Bodenschatten ist, im Bilde nach S_1 streben.

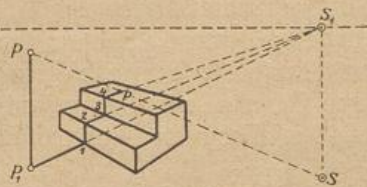


Fig. 165.

4) **Übungsaufgaben.** Den Schlag und Eigenschaften der folgenden perspektivisch dargestellten Gegenstände zu bestimmen:

- a) eines Quaders (Zylinders), der auf quadratischer (zylindrischer) Grundplatte ruht,
- b) eines auf quadratischer Grundplatte stehenden Obeliskens mit aufgesetzter Pyramide,
- c) einer vierstufigen Treppe mit Wangen.

§ 41. Geschichte der Perspektive und ihre Bedeutung für die Entwicklung der Malerei. Ihre heutige Stellung. Umkehrung der Aufgabe der Perspektive (Bildmeßkunst).

1) Wie aufgedeckte Wandmalereien, landschaftliche Darstellungen auf Vasen und in Mosaik, ferner einige Stellen aus dem schon in § 24 erwähnten Buche des römischen Baumeisters M. Vitruvius Pollio beweisen, waren bereits die Griechen und Römer mit der Anwendung der perspektivischen Grundgesetze auf künstlerische Aufgaben vertraut. Die vorhandenen Kenntnisse gingen jedoch im Mittelalter verloren, und an die Stelle der perspektivischen Darstellung trat die unmalerische Parallelprojektion.

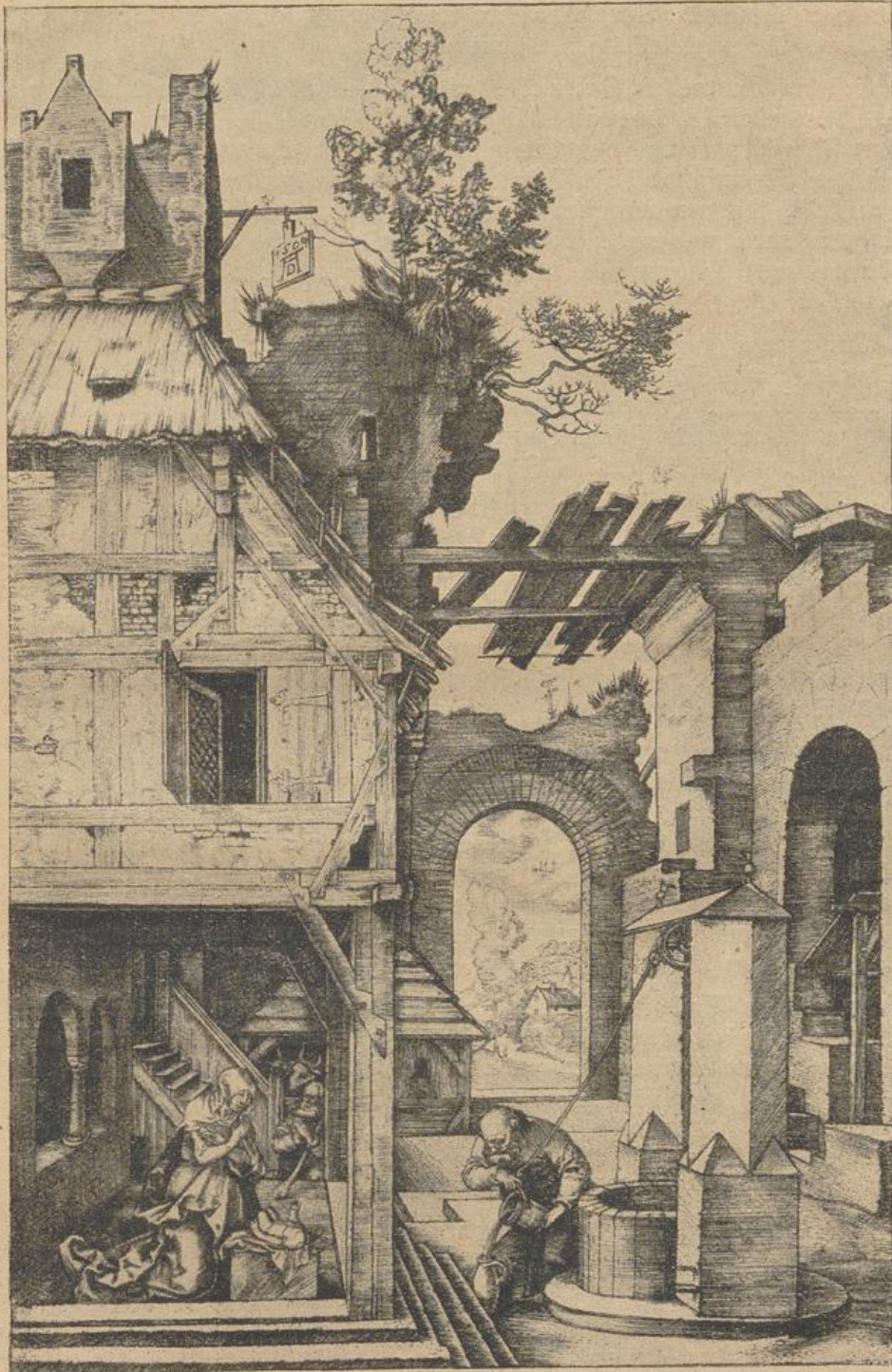
Erst beim Wiederaufleben der Künste und Wissenschaften im Zeitalter der Renaissance (im 15. Jahrhundert) wurden die Regeln der Perspektive in den Niederlanden und in Italien neu aufgefunden, weiter ausgebildet und von den großen Künstlern jener Zeit in geradezu meisterhafter Weise angewandt.

Recht früh ist der Sinn für perspektivische Darstellung in den Niederlanden, in Flandern, erwacht. Dort sind es zuerst die Brüder Hubert (1366—1426) und Jan van Eyck (1385—1440), die in ihren berühmten Genter Altarbildern die Fluchtpunkte rein erfahrungsgemäß, wenn auch nicht immer ganz streng, verwerten, während ihre Nachfolger zur weiteren Ausbildung der perspektivischen Darstellung beitragen.

In der italienischen Kunst erfolgt die Anwendung der Perspektive etwas später, entwickelt sich aber um so gewaltiger. Gerade diese Zeit genauer zu betrachten, ist ungemein lehrreich, da wir dadurch am besten ein Verständnis für ihre Bedeutung für die Entwicklung der Malerei gewinnen.

Um die Wende des 13. Jahrhunderts findet in Italien die dekorative Kunst des Mittelalters, die nur den Zweck verfolgte, die Wände zu schmücken, ihren Abschluß. Auf ihren Werken erscheinen die Gestalten in schmuckreichem Umriß nebeneinander mit goldenem oder blauem Hintergrunde.¹⁾ Als dann die Maler beginnen, vor allem Giotto (1276—1336), ihre Darstellungen in Landschaften und Baulichkeiten zu verlegen, da tritt an ihre Kunst die Aufgabe heran, die Malerei aus einer Flächenkunst zu einer Raumkunst zu gestalten, in die Tiefe zu gehen und die Personen auf verschiedenen Plätzen in richtigem Verhältnis darzustellen. Doch

¹⁾ Es ist zu empfehlen, die Entwicklung der Malerei jener Zeit an der Hand einer Kunstgeschichte mit guten Abbildungen zu verfolgen. Auch in den anregenden Vorträgen von Fr. Schilling: Über die Anwendungen der darst. Geometrie usw., und dem Buche von H. G. Timmerding: Die Erziehung der Anschauung, finden sich zahlreiche Abbildungen nebst fesselnden Bemerkungen.



Таб. 4.

bleibt es ihm und seinen Schülern noch ver sagt, auf ihren Bildern eine wirkliche Tiefenvorstellung hervorzurufen.

Erst der Baumeister Brunellesco (1377—1466) findet, unterstützt von dem Mathematiker Toscanelli, das grundlegende Gesetz der Perspektive vom Fluchtpunkt des Raumes und stellt als erster den Satz auf, daß die Gegenstände desto kleiner erscheinen, je weiter sie vom Auge entfernt sind. Die neu aufgefundenen Gesetze werden mit großer Begeisterung aufgenommen, und unter ihrem ersten Einfluß entstehen die Bilder eines Masaccio,¹⁾ Mantegna, Gozzoli, Lippi, Ghirlandajo u. a., in denen die Regeln der Perspektive aufs sorgfältigste angewandt sind.

Naturgemäß waren schon gewisse Vorarbeiten vorhanden, die den berühmten Baumeister zur Auffindung des grundlegenden Gesetzes der Perspektive führten. In einem sehr bemerkenswerten Aufsatz: Die Anfänge der zentralperspektivischen Konstruktion in der italienischen Malerei des 14. Jahrhunderts,²⁾ hat G. J. Kern in lichtvoller Weise gezeigt, daß die Entwicklung der Perspektive wie das Emporwachsen alles Organischen langsam und stetig erfolgt ist. Nach ihm hat die symmetrische Anordnung in der Malerei des Altertums zunächst für den Fluchtpunkt der Einzelebene die Grundlage gegeben. Das älteste Bild, in dem er das Zusammenlaufen der Tiefenlinie einer Ebene nachweisen konnte, ist die „Verkündigung“ von Lorenzetti aus dem Jahre 1344. Sicher hat Brunellesco ebenso wie Jan van Eyck, der den Fluchtpunkt des Raumes im Norden gefunden hat, den Fluchtpunkt der Einzelebene gefannt.

Die von Brunellesco praktisch gefundenen Regeln wurden von dem Baumeister und vielseitigen Gelehrten Leo Battista Alberti (1404 bis 1472) in einer um 1440 verfaßten Schrift „De pictura“, dem ersten selbständigen Werk über den Gegenstand, begründet und erweitert. Auch verdankt man ihm die Erfindung des Quadratnetzes, das die Möglichkeit gibt, die schwierigsten Aufgaben der Perspektive mit fast mathematischer Genauigkeit zu lösen.

In höchster Vollendung, aber auch mit der durch künstlerische Rücksichten gebotenen Freiheit sind die Regeln der Perspektive angewandt bei den großen Meistern der Hochrenaissance, Leonardo da Vinci (1452—1519), Raffael Santi (1483—1520) und Michelangelo Buonarotti (1475—1564). Von diesen hat der vielseitige und gelehrte Leonardo eine Abhandlung über die Perspektive geschrieben. Seine ausführlichen Perspektivstudien zu seinen Gemälden sind bekannt. Auch Raffael hat in seinen vatikanischen Gemälden, wie z. B. „Schule von Athen“, und „die Vertreibung des Heliodor“, Bilder von stärkster Raumwirkung geschaffen. Beim ersten sprengt seine Kunst gleichsam die Mauern und der

¹⁾ Masaccio (1401—1429) zeigt als erster eine vollkommene Beherrschung des Raumproblems in seinem berühmten Fresko der Dreifaltigkeit in der Kirche Santa Maria Novella in Florenz.

²⁾ Mitteilungen des kunsthist. Instituts in Florenz, 2. Bd. 1913, Berlin.

Beschauer wird Schritt für Schritt in die Tiefe des festlichen Raumes gezogen.

In Deutschland hat vor allem Albrecht Dürer (1471—1528) die perspektivische Darstellung bekanntgemacht und in seinem berühmten Büchlein: *Ueberwehung der Messung mit Zirkel und richtscheit usw.*, das er am Abend seines Lebens verfaßte, die deutsche Kunst auf wissenschaftliche Grundlagen zu stellen gesucht. Alle Kupferstiche (s. Abb. 4, die Geburt Christi) und Holzschnitte des Meisters zeigen die gleiche Freude an genauer perspektivischer Darstellung.

Die malerische Perspektive hatte schon eine lange Entwicklung hinter sich, bevor zu Beginn des 17. Jahrhunderts Guido Ubaldo und Simon Stevin den Anfang machten, sie zu einem streng mathematisch begründeten Darstellungsverfahren mit einer einzigen Bildebene auszubilden. W. J. van 's Gravesande (*Essay de perspective*, 1711) bestimmte gerade Linien durch Spur- und Fluchtpunkte und J. H. Lambert behandelte in seinem klassischen Büchlein „*Freie Perspektive*“ (Zürich 1759) die Aufgabe, das perspektivische Bild eines Gegenstandes „von freien Stücken und ohne Grundriß zu verfertigen“.

2) Um die Stellung der Perspektive zur Malerei richtig beurteilen zu können, ist es notwendig hervorzuheben, daß erstens die Grundlagen der Perspektive durchaus anfechtbar sind und daß ferner die Malerei keine angewandte Geometrie ist. Es ist deswegen auch kein Wunder, daß schon die großen Maler der Hochrenaissance sich mancherlei Abweichungen im Interesse der künstlerischen Wirkung von den strengen Regeln der Perspektive gestatteten. Man beachte z. B. auf Raffaels „*Schule von Athen*“ die Darstellung der beiden Kugeln, die von Personen rechts in der Gruppe der Astronomen in der Hand gehalten werden, ferner die Darstellung der Figuren. Bei strenger Anwendung der Perspektive müßten deren Köpfe mit elliptischem Umriß gezeichnet werden, der um so gestreckter sein müßte, je weiter die Figuren nach der Seite stehen, und ihre Körper müßten nach der Seite dicker dargestellt werden. Gleichgroße Säulen, die in einer Reihe parallel zur Bildebene stehen, werden im Bilde gleichbreit wiedergegeben, obwohl die äußeren breiter gezeichnet werden müßten. Es sei hier auf das lesenswerte Schriftchen von Guido Hauck, „*Die malerische Perspektive, ihre Praxis, Begründung und ästhetische Wirkung*“ (Berlin 1882), hingewiesen.

Bei den heutigen Malern genießt die Perspektive vielfach nur geringe Wertschätzung. Denn manche Richtungen der heutigen Malerei sehen ihre eigentliche Aufgabe nicht so sehr in der überzeugenden Wiedergabe der Natur, als in der reizvollen Belebung an sich toter Flächen. Eine räumliche Durchbrechung der Bildfläche läuft ihren Anschauungen zuwider. Deshalb müssen sie auf die Wirkungen der Perspektive mehr oder weniger verzichten. Die Folge sind häufig grobe und störende Verzeichnungen.

Bei den Japanern hat die Perspektive erst im letzten Jahrhundert Eingang gefunden und wird vereinigt mit dem alten parallelperspektivischen Darstellungsverfahren in den Schulen gelehrt. Die Bilder nach

dem althergebrachten Verfahren sind nicht ohne eigentümlichen Reiz. Man sieht auf ihnen die Personen und Begebenheiten wie von einem Berge herunter. Vgl. die Bilder des berühmten Hofujai.

3) Die Umkehrung der Aufgabe der Perspektive ist die Aufgabe der Photogrammetrie oder Bildmefskunst, die in unserer Zeit eine gewaltige praktische Bedeutung gewonnen hat. Sie besteht darin, aus einer oder mehreren gegebenen Perspektiven (photographischen Aufnahmen) eines räumlichen Gebildes seine wahre Gestalt zu bestimmen.