UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1895

§ 93. Rückwärts-Einschneiden mit Richtungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-83060

Visual Library

§ 93. Rückwärtseinschneiden mit Richtungen.

Als Gegensatz zu der *Vor*wärts-Einschneidungs-Ausgleichung des vorigen § 92. nehmen wir nun das *Rück*wärts-Einschneiden mit Richtungen, und zwar mit mehr als *drei* Richtungen. Wenn z. B. in Fig. 1. von S. 185 auf dem Punkte Hochschule die fünf Richtungen nach den 5 festen Punkten Schanze, Steuerndieb, Aegidius, Wasserturm und Burg in einem Satze gemessen sind, so sind 2 Richtungen überschüssig, weil durch 3 Richtungen der Standpunkt bestimmt ist.

Wir denken uns daher 3 Richtungen ausgewählt, und mit den Coordinaten der zugehörigen 3 Punkte die Coordinaten des Standpunktes in bekannter Weise berechnet (nach dem Schema unseres II. Bandes, 3. Aufl. S. 300), oder es mögen aus früheren Messungen solche Coordinaten verfügbar sein; kurz wir nehmen wieder an, man habe Näherungs-Coordinaten (x), (y) des Standpunktes, und wir wollen dieselben durch Zufügen von δx, δy so verbessern, dass die gemessenen Richtungen möglichst geringe Änderungen v erleiden.

Es könnte auf den ersten Blick scheinen, dass dabei die δx, δy als einzige Unbekannte der Ausgleichung auftreten, ähnlich wie beim Vorwärtseinschneiden auch δx, δy die Unbekannten waren, allein wir werden sehen, dass ausser den Coordinaten-Änderungen δx, δy auch eine Verdrehung z des gemessenen Richtungssatzes zu bestimmen sein wird, so dass die Ausgleichung 3 Unbekannte z, δx, δy haben wird.

Ein gemessener Richtungssatz auf einem *neuen* Punkte hat keine bestimmte Orientierung; man kann z. B. irgend eine Richtung $= 0° \, 0' \, 0''$ setzen; aber sobald man eine Näherungsberechnung für die Coordinaten des neuen rückwärts eingeschnittenen Punktes gemacht hat, oder wenn man von anderwärts nur einen genäherten Richtungswinkel zur Verfügung hat, kann man auch den gemessenen Richtungssatz näherungsweise so drehen, dass alle Richtungen nahezu mit den trigonometrischen Richtungswinkeln (Katasterbezeichnung „Neigungen") der betreffenden Strahlen stimmen. Wir wollen dieses sogleich an dem Richtungssatze von Hochschule zeigen, welcher auf S. 186 unter 7. angegeben ist. Daselbst ist Aegidius $= 0° \, 0' \, 0''$ gesetzt, da wir aber aus der Gegenrichtung $315° \, 2' \, 32{,}6''$ von S. 207 oder auch aus der Ausgleichung des vorigen § 92. S. 343 wissen, dass der Strahl Hochschule-Aegidius ungefähr den Richtungswinkel $135° \, 2' \, 30''$ erhalten wird, können wir nun den ganzen Satz 7. von S. 186 (mit Weglassung des hierher nicht gehörigen Dreifaltigkeit) entsprechend verdrehen:

Standpunkt Hochschule

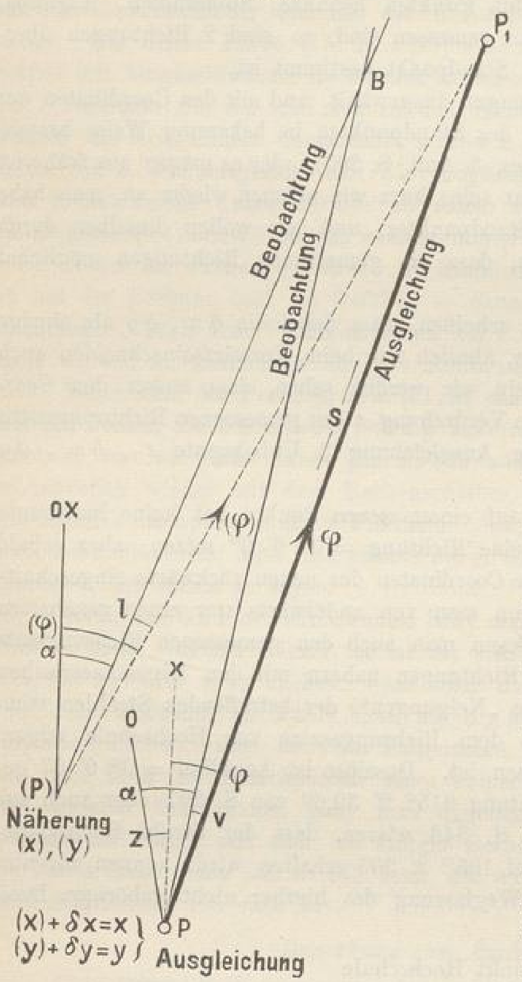
	gemessen (S. 186)	genähert orientiert	
1. Schanze	249° 12′ 49,4″	$\alpha_1 =$ 24° 15′ 19,4″	
2. Steuerndieb	304 11 45,1	$\alpha_2 =$ 79 14 15,1	
3. Aegidius	0 0 0,0	$\alpha_3 =$ 135 2 30,0	(1)
4. Wasserturm	65 34 18,8	$\alpha_4 =$ 200 36 48,8	
5. Burg	194 1 35,2	$\alpha_5 =$ 329 4 5,2	

Diese α haben immer noch den Charakter von *Originalmessungen*, da man jeden Richtungssatz beliebig drehen kann; wir wollen die Bildung solcher α für das Folgende zu Grunde legen, doch ist das nur Bequemlichkeitssache, damit die nun noch nötige Gesamtverdrehung, welche wir mit z bezeichnen, stets *klein* ist.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Nach diesen Vorbereitungen wollen wir mit Fig. 1. die geometrische Betrachtung zur Bildung der Fehlergleichungen beginnen, wir können dabei aber von allen gemessenen Richtungen $\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3\ \alpha_4$ und von allen festen Zielpunkten $P_1\ P_2\ P_3\ P_4 \ldots$ je nur *einen* in die Figur aufnehmen.

Fig. 1.



Es sei nämlich in Fig. 1. P_1 dieser *eine* feste Zielpunkt; dazu sei (P) der Näherungs-Standpunkt, welcher den Näherungs-Coordinaten (x), (y) entspricht und P sei der endgültige ausgeglichene Standpunkt mit den Coordinaten $(x) + \delta x = x$ und $(y) + \delta y = y$.

In (P) ziehen wir die x Richtung des Coordinatensystems, von welcher aus die trigonometrischen Richtungswinkel, in unserem Falle genähert (φ), gezählt werden, und da wir näherungsweise orientierte Richtungsmessungen α voraussetzen, nehmen wir die x-Richtung zugleich näherungsweise als Nullrichtung der α, so dass Winkel $X(P)P_1 = (\varphi)$ u. $O(P)B = X(P)B = \alpha$ und, wie gewöhnlich, $(\varphi) - \alpha = l$.

In P ziehen wir auch die x-Richtung, aber davon abweichend die Nullrichtung O der gemessenen Richtungen, welche gegen X nach links die kleine Verdrehung z bilde, und dann haben wir mit den sonst eingeführten Bezeichnungen: $XPP_1 = \varphi$ und $OPB = \alpha$.

Der Beobachtungsstrahl $(P)B$ oder PB wird im Allgemeinen nicht durch den festen Zielpunkt P_1 gehen, sondern links oder rechts davon vorbei, und es ist BPP_1 der scheinbare Fehler v der Beobachtung α.

Sobald man sich alle diese Verhältnisse geometrisch anschaulich klar gemacht hat, wobei stets im Auge zu behalten, dass P_1 nur *ein* Repräsentant der Zielpunkte $P_1\ P_2\ P_3\ P_4 \ldots$ ist (deren mindestens 4 erforderlich sind, wenn Ausgleichung sein soll) und nachdem die Bedeutung der Bezeichnungen erfasst ist, kann man alsbald die Fehlergleichung aus der Figur entnehmen.

Da von (P) nach P die Coordinatenverschiebungen δx und δy betragen, so at man nach § 89. Fig. 4. S. 328 die Gleichung:

$$\varphi - (\varphi) = d\varphi = + \frac{\sin\varphi}{s}\,\varrho\,\delta x - \frac{\cos\varphi}{s}\,\varrho\,\delta y$$

oder wenn man wie früher δx und δy in Decimetern zählt und dabei setzt:

$$+\frac{\sin\varphi}{10\,s}\,\varrho = a \qquad -\frac{\cos\varphi}{10\,s}\,\varrho = b$$

so hat man

$$\varphi - (\varphi) = d\,\varphi = +\,a\,\delta x + b\,\delta y$$

dabei ist nach geometrischer Anschauung

$$\alpha + v = z + \varphi$$

was mit dem vorhergehenden giebt:

$$v = z + a\,\delta x + b\,\delta y + l \qquad \text{wo } (\varphi) - \alpha = l \tag{2}$$

Will man die Hilfsgrössen $\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{y}$ nach der Hilfstafel S. [10]—[15] des Anhangs benützen, so muss man, weil φ vom veränderlichen diesseitigen Punkte zum festen jenseitigen Punkte gerechnet ist, so rechnen (mit s in Kilometern):

$$a = -\frac{\mathfrak{x}}{s} \qquad b = -\frac{\mathfrak{y}}{s} \tag{3}$$

Nachdem die Form (2) der Fehlergleichung für eine Richtung erkannt ist, wird man leicht vollends die Ausgleichung erlangen. Bei n gemessenen Richtungen ($n > 3$) hat man auch n Fehlergleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} v_1 = z + a_1\,\delta x + b_1\,\delta y + l_1 \\ v_2 = z + a_2\,\delta x + b_2\,\delta y + l_2 \\ \cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot \\ v_n = z + a_n\,\delta x + b_n\,\delta y + l_n \end{array}\right\} \tag{4}$$

die dazu gehörigen Normalgleichungen sind:

$$\left.\begin{array}{l} n\;z + [a]\;\delta x + [b]\;\delta y + [l] = 0 \\ \underline{[a]}\,z + \underline{[aa]}\,\delta x + [ab]\,\delta y + [al] = 0 \\ [b]\,z + \overline{[ab]\,\delta x} + \underline{[bb]\,\delta y} + [bl] = 0 \text{ mit } [l\,l] \end{array}\right\} \tag{5}$$

Wenn man die erste Unbekannte z in gewöhnlicher Weise eliminiert, so bekommt man:

$$\left.\begin{array}{l} \left([a\,a] - \frac{[a]}{n}[a]\right)\delta x + \left([a\,b] - \frac{[a]}{n}[b]\right)\delta y + \left([a\,l] - \frac{[a]}{n}[l]\right) = 0 \\ \left([a\,b] - \frac{[b]}{n}[a]\right)\delta x + \left([b\,b] - \frac{[b]}{n}[b]\right)\delta y + \left([b\,l] - \frac{[b]}{n}[l]\right) = 0 \end{array}\right\} \tag{6}$$

Dafür wollen wir neue Zeichen einführen, nämlich:

$$\left.\begin{array}{l} [A\,A]\,\delta x + [A\,B]\,\delta y + [A\,L] = 0 \\ [A\,B]\,\delta x + [B\,B]\,\delta y + [B\,L] = 0 \end{array}\right\} \tag{7}$$

damit kann man in gewöhnlicher Weise weiterrechnen und δx, δy bestimmen.

Es giebt aber noch eine andere Form der Elimination von z nach der Methode der reduzierten Fehlergleichungen (§ 26.), welche von Gauss schon im Januar 1822 in den „Astr. Nachr., I. Band S. 82" für eine solche Ausgleichung angegeben wurde und sich heute allgemeiner Beliebtheit erfreut.

Dieses Verfahren besteht darin, dass man aus den Fehlergleichungen (4) die Summe und das Mittel bildet, oder was dasselbe ist, die erste Normalgleichung von (5) durch n dividiert:

$$0 = z + \frac{[a]}{n}\,\delta x + \frac{[b]}{n}\,\delta y + \frac{[l]}{n} \tag{8}$$

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Diese Gleichung zieht man von jeder einzelnen der Gleichungen (4) ab:

$$\left.\begin{array}{l} v_1 = \left(a_1 - \frac{[a]}{n}\right)\delta x + \left(b_1 - \frac{[b]}{n}\right)\delta y + \left(l_1 - \frac{[l]}{n}\right) \\ v_2 = \left(a_2 - \frac{[a]}{n}\right)\delta x + \left(b_2 - \frac{[b]}{n}\right)\delta y + \left(l_2 - \frac{[l]}{n}\right) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \qquad (9)$$

Dazu sollen neue Zeichen eingeführt werden, nämlich:

$$\begin{array}{lll} a_1 - \frac{[a]}{n} = A_1 & b_1 - \frac{[b]}{n} = B_1 & l_1 - \frac{[l]}{n} = L_1 \\ a_2 - \frac{[a]}{n} = A_2 & b_2 - \frac{[b]}{n} = B_2 & l_2 - \frac{[l]}{n} = L_2 \text{ u. s. w.} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \end{array}$$

damit wird weiter gerechnet:

$$[A\,A] = A_1^2 + A_2^2 + \ldots = a_1^2 - 2\,a_1 \frac{[a]}{n} + \frac{[a]^2}{n^2}$$

$$+ a_2^2 - 2\,a_2 \frac{[a]}{n} + \frac{[a]^2}{n^2} + \ldots$$

$$[A\,A] = [a\,a] - 2\,[a]\frac{[a]}{n} + \frac{[a]}{n}[a] = [a\,a] - \frac{[a]}{n}[a]$$

Das so berechnete $[A\,A]$ ist also mit dem auf anderem Wege als Zeichen bei (6) und (7) eingeführten $[A\,A]$ identisch; und ebenso ist es mit $[A\,B]$, $[B\,B]$ u. s. w., wie man auf ebenso einfache Art wie soeben bei $[A\,A]$ beweist.

Damit haben wir einen Satz gefunden, welcher im Anschluss an das Vorhergehende so lautet: Bei n Fehlergleichungen von der Form (4) bildet man die Durchschnittswerte der Coefficienten und der Absolutglieder, nämlich mit Einführung der Zeichen $a_0\ b_0\ l_0$:

$$\frac{[a]}{n} = a_0 \qquad \frac{[b]}{n} = b_0 \qquad \frac{[l]}{n} = l_0 \qquad (10)$$

dann die Abweichungen von den Mitteln:

$$\left.\begin{array}{lll} a_1 - a_0 = A_1 & b_1 - b_0 = B_1 & l_1 - l_0 = L_1 \\ a_2 - a_0 = A_2 & b_2 - b_0 = B_2 & l_2 - l_0 = L_2 \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \end{array}\right\} \qquad (11)$$

Damit rechnet man weiter, wie wenn die Unbekannte z gar nicht da wäre:

$$\left.\begin{array}{l} v_1 = A_1\,\delta x + B_1\,\delta y + L_1 \\ v_2 = A_2\,\delta x + B_2\,\delta y + L_2 \\ \ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \qquad (12)$$

Hieraus die Normalgleichungen (7) mit ihrer Auflösung nach δx und δy und ausserdem mit dem Schlussgliede

$$[L\,L\,.\,2] = [v\,v] \qquad (13)$$

Man kann auch noch gewisse Grössen V einführen durch:

$$V = a\,\delta x + b\,\delta y + l \text{ mit } v = V + z \qquad (14)$$

dieses ist nach (8) und (9) richtig, und kann auch noch so geschrieben werden:

$$a\,\delta x + b\,\delta y = \delta\varphi \quad , \quad V = \delta\varphi + l \quad , \quad v = V + z \qquad (15)$$

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Alles dieses wird am besten klar gemacht durch ein Zahlenbeispiel, das wir auf S. 350—351 in aller Ausführlichkeit durchgerechnet haben.

Als Näherungs-Coordinaten des Punktes Hochschule nehmen wir wieder dieselben wie im vorhergehenden Beispiele von § 92., und mit Zuziehung der Coordinaten der 5 gegebenen Punkte von S. 206 können wir alsbald den ersten Teil von Seite 350 ausfüllen und bis zu (φ_4) herunterrechnen. Dabei haben wir auch die genäherten Entfernungen s mit 4 Stellen des *log.* ausgerechnet für den Fall, dass man kein genügend genaues Netzbild S. 185 habe, um daraus die s auf $0{,}1^{km}$ abzustechen. Wenn man will, kann man auf S. 350 auch die genaue Berechnung der a und b nach dem Muster von § 91. S. 338 anfügen.

Es folgt die Ausfüllung des oberen Teiles von S. 351 mit den gemessenen α nach (1) S. 345 und mit den von S. 350 herübergesetzten (φ), worauf auch l , L und L^2 sich sofort geben.

Auch der zweite Teil von S. 351 bedarf nach Verständnis der Theorie der Gleichungen (10)—(11) kaum weiterer Erklärungen; man kann alles mit dem Rechenschieber, mit der Quadrattafel und fast im Kopfe machen.

Auch die Elimination ist kurzer Hand mit dem Rechenschieber zu machen: $\frac{48}{101} 48 = 23$ u. s. w. bis herunter $[L\,L\,.\,2] = 33$ oder 32, und *nötigenfalls* dritte Probe mit 33.

Nachdem $(y) + \delta\,y = y$ und $(x) + \delta\,x = x$ zusammengesetzt ist, kommt der untere Teil von 350 und damit der untere Teil von 351 mit α , φ , $\varphi - \alpha$, v bis $[v^2] = 31{,}8$. Wenn dieses mit $[L\,L\,.\,2] = 32$ oder 33 genügend stimmt, so kann man die Rechnung abschliessen, ohne die linksseitig untere Probe mit $a\,\delta\,x + b\,\delta\,y$ auf S. 351 noch zu machen; wenn aber $[v\,v]$ schlecht stimmen sollte, so wird man wohl die $a\,\delta\,x + b\,\delta\,y$ ausrechnen, natürlich nur mit dem Rechenschieber, indem man 0,20 einstellt und nach dem Anblick der Spalte a sofort $a\,\delta\,x = +\,0{,}4''$, $+\,0{,}8''$ u. s. w. abschiebt u. s. w. Wenn dann $\delta\,\varphi$ mit $\varphi - (\varphi)$ überall innerhalb $0{,}1'' - 0{,}2''$ stimmt, ist hier alles gut, denn das übrige wird ja in den *Summen* der V u. s. w. schon contolliert. Man kann auch $a_0\,\delta\,x + b_0\,\delta\,y + l = -\,z$ mit dem z als Durchschnitt der V vergleichen u. s. w., kurz alles was in den Gleichungen (12)—(15) enthalten ist, benützen, indessen sind *zu* viele Proben dem erfahrenen Rechner nur Aufenthalt. Wir rechnen gewöhnlich nur mit $[L\,L\,.\,2] = [v^2]$ und benützen den übrigen Probe-Vorrat nur im Notfalle.

Namentlich die 3te Probe $[v\,v] = [L\,L] + [A\,L]\,\delta\,x + [B\,L]\,\delta\,y$, welche zwischen der Elimination auf S. 350 nur als vertikal geschriebene Gleichung angedeutet, aber nicht mehr ausgerechnet ist, wird man im Allgemeinen unbenützt lassen.

Was bei der wichtigen Probe $[L\,L\,.\,2] = [v\,v]$ *hinreichendes* Stimmen ist, muss der praktische Rechner nach den Umständen beurteilen; in unserem Falle ist 33, 32 und 31,8 jedenfalls hinreichend stimmend, wenn aber grössere Beträge v vorkommen, so kann diese Probe ziemlich ausschlagen, ohne dass die Rechnung falsch wäre; z. B. $v = 8{,}0$ oder $8{,}2$ geben $v^2 = 64{,}00$ oder $67{,}24$ d. h. bereits um 3,24 verschieden, obgleich 0,2 als Unsicherheit eines v noch wohl erlaubt ist. Erst nach einiger Rechen-Übung wird sich der richtige und rasche Blick einstellen zur Beurteilung, ob die Probe genügend stimmt, oder ob man auch noch die $\delta\,\varphi$ ausrechnen muss, u. s. w.

Als Probe für die $[A\,A]$, $[A\,B]$ u. s. w. ist auch die zweite Methode hier sogleich zu erwähnen, welche im nächsten § 94. auf S. 352 unten gegeben wird.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Berechnung der Richtungswinkel zu S. 351.

Punkt P Punkt A (S. 206)	y_p . . . . . . y_a . . . . . . $y_p - y_a = \Delta y$	x_p . . . . . . x_a . . . . . . $x_p - x_a = \Delta x$	$log\ \Delta y$ $log\ \Delta x$ $log\ tang\,(A\ P)$	Entfernung s mit Spalte rechts
		I. Vor der Ausgleichung.		
Schanze . . .	— 23086,933	— 23266,607	3.210283	3.5565
Hochschule .	— 24709,800	— 26868,300	3.556507	9.9599
	+ 1622,867	+ 3601,693	9.653776	3.5966
			$(\varphi_1) = 24°\ 15'\ 20{,}0''$	$s_1 = 3950^m$
Steuerndieb .	— 19888,668	— 25951,884	3.683149	3.6831
Hochschule .	— 24709,800	— 26868,300	2.962093	9.9923
	+ 4821,132	+ 916 416	0.721056	3.6908
			$(\varphi_2) = 79°\ 14'\ 14{,}7''$	$s_2 = 4907^m$
Aegidius . .	— 23271,813	— 28308,395	3.157755	3.1584
Hochschule .	— 24709,800	— 26868,300	3.158391	9.8498
	+ 1437,987	— 1440,095	9.999364	3.3086
			$(\varphi_3) = 135°\ 2'\ 31{,}0''$	$s_3 = 2035^m$
Wasserturm .	— 25538,488	— 29071,474	2.918391	3.3430
Hochschule .	— 24709,800	— 26868,300	3.343049	9.9713
	— 828,688	— 2203,174	9.575342	3.3717
			$(\varphi_3) = 200°\ 36'\ 46{,}7''$	$s_4 = 2353^m$
Burg	— 25842,799	— 24977,399	3.054230	3.2767
Hochschule .	— 24709,800	— 26868,300	3.276669	9.9334
	— 1132,999	+ 1890,901	9.777561	3.3433
			$(\varphi_4) = 329°\ 4'\ 14{,}2''$	$s_5 = 2204^m$
		II. Nach der Ausgleichung.		
Schanze . . .	— 23086,933	— 23266,607	3.210273	
Hochschule .	— 24709,762	— 26868,280	3.556504	
	+ 1622,829	+ 3601,673	9.653769	
			$\varphi_1 = 24°\ 15'\ 18{,}8''$	
Steuerndieb .	— 19888,668	— 25951,884	3.683145	
Hochschule .	— 24709,762	— 26868,280	2.962083	
	+ 4821,094	+ 916,396	0.721062	
			$\varphi_2 = 79°\ 14'\ 15{,}3''$	
Aegidius . .	— 23271,813	— 28308,395	3.157744	
Hochschule .	— 24709,762	— 26868,280	3.158397	
	+ 1437,949	— 1440,115	9.999347	
			$\varphi_3 = 135°\ 2'\ 35{,}0''$	
Wasserturm .	— 25538,488	— 29071,474	2.918411	
Hochschule .	— 24709,762	— 26868,280	3.343055	
	— 828,726	— 2203,194	9.575358	
			$\varphi_4 = 200°\ 36'\ 49{,}2''$	
Burg . . .	— 25842,799	— 24977,399	3.054244	
Hochschule .	— 24709,762	— 26868,280	3.276665	
	— 1133,037	+ 1890,881	9.777579	
			$\varphi_5 = 329°\ 4'\ 10{,}4''$	

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Rückwärtseinschneiden nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Eingeschnittener Punkt Hochschule (Fig. 1. S. 185).

Nr.	Standpunkt	Zielpunkt	Gemessene Richtung α (S. 345)	Näherungs-Richtungs-winkel (φ) S. 350 I	$(\varphi)-\alpha=l$	$l-l_0=L$	L^2
1	Hochschule	Schanze	24° 15′ 19,4″	24° 15′ 20,0″	+0,6	−1,0	1,00
2	„	Steuerndieb	79 14 15,1	79 14 14,7	−0,4	−2,0	4,00
3	„	Aegidius	135 2 30,0	135 2 31,0	+1,0	−0,6	0,36
4	„	Wasserturm	200 36 48,8	200 36 46,7	−2,1	−3,7	13,69
5	„	Burg	329 4 5,2	329 4 14,2	+9,0	+7,4	54,76
		Summe	72 58,5	73 06,6	+ 8,1	+ 0,1	73,81
		Mittel			$l_0=+1,6$		

№	(φ)	$\mathfrak{x}$ Hilfstafel Anhang S. [10]—[15]	$\mathfrak{y}$	s km	$-\frac{\mathfrak{x}}{s}=a$	$-\frac{\mathfrak{y}}{s}=b$	$a-a_0=A$	$b-b_0=B$	L	A^2	B^2	$A\,B$ (+ −)	$A\,L$ (+ −)	$B\,L$ (+ −)
1	24°20′	− 8,5	+ 18,8	3,95	+2,2	−4,8	+1,1	−5,2	−1,0	1	27	− 6	− 1	+ 5
2	79 10	− 20,3	+ 3,9	4,91	+4,2	−0,8	+3,1	−1,2	−2,0	10	1	− 4	− 6	+ 2
3	135 0	− 14,6	− 14,6	2,04	+7,2	+7,2	+6,1	+6,8	−0,6	37	46	+41	− 4	− 4
4	200 40	+ 7,3	− 19,3	2,35	−3,1	+8,2	−4,2	+7,8	−3,7	18	61	−33	+16	−29
5	329 0	+ 10,6	+ 17,7	2,20	−4,8	−8,0	−5,9	−8,4	+7,4	35	71	+50	−44	−62
				Summen	+ 5,7	+ 1,8	+ 0,2	− 0,2	+ 0,1	+101	+206	+48	−39	−88
				Mittel	+ 1,1 $=a_0$	+ 0,4 $=b_0$	Probe 0,0							

	A]	B]	L]
[A	+101	+ 48	− 39
	[B	+206	− 88
		− 23	+ 19
		[L	+ 74
			− 15
	[BB.1]=	+183	+ 69
			+ 59
			− 26
		[LL.2]=	+ 33

$\delta y = +0{,}38^{dm}$
$\delta y = +0{,}038^{m}$
$(y) = -24709{,}800$
$y = -24709{,}762^{m}$

Nötigenfalls 3. Probe: $[vv]=[LL]+[AL]\delta x+[BL]\delta y$

[B	[A	[L	
+206	+ 48	− 88	B]
	+101	− 39	A]
	− 11	+ 21	
		+ 74	L]
		− 38	
[AA.1]=	+90	− 18	
		+ 36	
		− 4	
	[LL.2]=	+ 32	

$\delta x = +0{,}20^{dm}$
$\delta x = +0{,}020^{m}$
$(x) = -26868{,}300$
$x = -26868{,}280^{m}$

Nr.	Nötigenfalls Probe für $\delta\varphi$: $a\,\delta x+b\,\delta y=\delta\varphi$			$\varphi-(\varphi)$	Gemessene Richtung α (s. oben)	Endgültiger Richtungs-winkel φ S. 350 II	$\varphi-\alpha=V$	$V+z=v$	v^2
1	+0,4″	−1,8″	−1,4″	−1,2″	24° 15′ 19,4″	24° 15′ 18,3″	−0,6″	−2,6″	6,76
2	+0,8	−0,3	+0,5	+0,6	79 14 15,1	79 14 15,3	+0,2	−1,8	3,24
3	+1,4	+2,7	+4,1	+4,0	135 2 30,0	135 2 35,0	+5,0	+3,0	9,00
4	−0,6	+3,1	+2,5	+2,5	200 36 48,8	200 36 49,2	+0,4	−1,6	2,56
5	−1,0	−3,0	−4,0	−3,8	329 4 5,2	329 4 10,4	+5,2	+3,2	10,24
Summe	+1,0	+0,7			118,5	128,7	+10,2	+0,2	31,80
Mittel	+0,22	+0,15					+ 2,0 $=-z$	soll 0,0	
	$a_0\,\delta x+b_0\,\delta y+l_0=-z=+2{,}0$								

$[v\,v]=[l\,l\,.\,2]=32$	$\log\,[v\,v]$	1.5051	$\log m^2$	1.2041	$\log m^2$	1.2041
$n-3=2$	$\log\,[n-3]$	0.3010	$\log[BB.1]$	2.2625	$\log[AA.1]$	1.9542
	$\log m^2$	1.2041	$\log m\,y^2$	8.9416	$\log m\,x^2$	9.2499
	$\log m$	0.6020	$\log m\,y$	9.4708	$\log m\,x$	9.6250
	$m=\pm 4{,}0''$		$m\,y \pm 0{,}30^{dm}$		$m\,x=\pm 0{,}42^{dm}$	

Schluss-Ergebnis:

Hochschule $y = -24709{,}762^{m}$ $\pm 0{,}030^{m}$ $\qquad x = -26868{,}280^{m}$ $\pm 0{,}042^{m}$

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN