Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1895

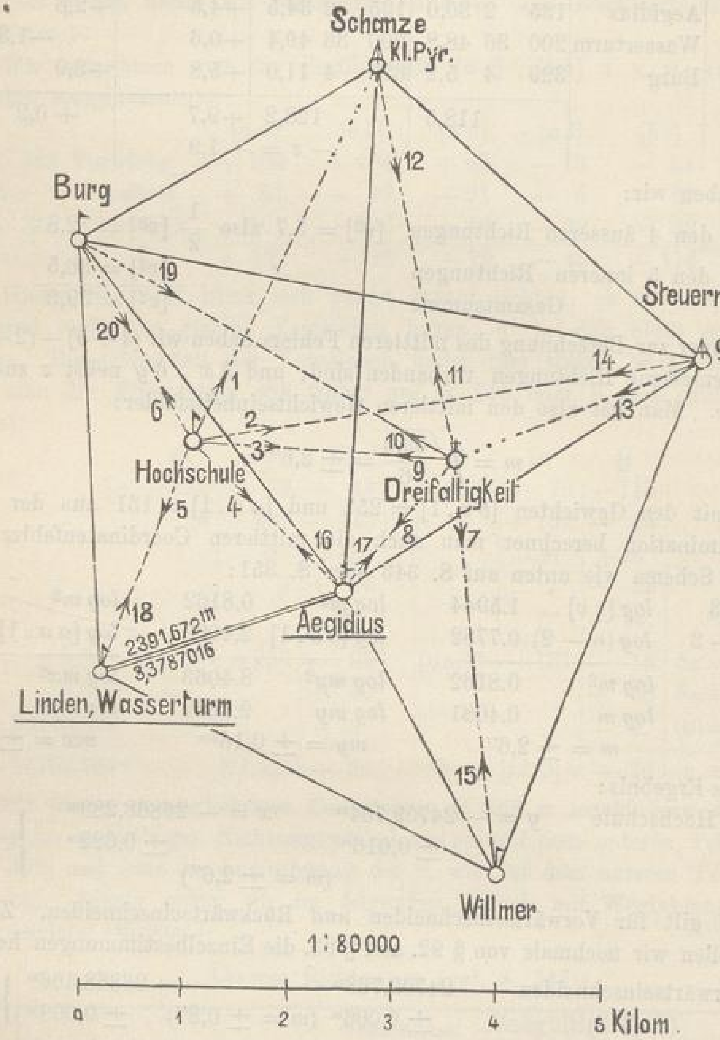
§ 99. Doppel-Punkt-Einschaltung

urn:nbn:de:hbz:466:1-83060

§ 99. Doppel-Punkt-Einschaltung.

In ähnlicher Weise, wie *ein* Punkt durch Vorwärtseinschneiden und Rückwärtseinscheiden gegen ein System fest gegebener Punkte bestimmt werden kann, können auch zwei Punkte zusammen eingeschaltet werden (und nicht bloss zwei, sondern beliebig viele Punkte, wovon später am Schlusse dieses Kapitels die Rede sein wird).

Fig. 1.



In Fig. 1. haben wir das frühere Netz von S. 185 nochmals vorgenommen, jedoch nur als Grundlage für die Einschaltung des Punktpaares Hochschule-Dreifaltigkeit.

Zur gemeinsamen Bestimmung dieser zwei Punkte ist die grosse Zahl von 20 gemessenen Richtungen vorhanden, welche wieder als äussere und innere Richtungen unterschieden werden können, nämlich erstens 9 äussere Richtungen, zweitens 6 innere Richtungen auf Hochschule und 5 innere Richtungen auf Dreifaltigkeit.

Für die Coordinaten haben wir die Wahl zwischen zwei Systemen, nämlich erstens System der Landesaufnahme § 63. und zweitens Katastersystem Celle § 64.

Wir wollen die Rechnung in dem ersteren Systeme (Landesaufnahme) führen, weil sie mit den dabei auftretenden Reduktionen $t - T$ für Richtungswinkel, geodätisch allgemeiner und interessanter ist. Allerdings kommt in der laufenden Kataster-Praxis eine solche Ausgleichung mit Richtungsreduktionen selten vor, allein man hat mit unserer Rechnung auch eine Anleitung für Ausgleichung in ebenem System, indem man nur anzunehmen braucht, jene $t - T$ seien alle = Null.

Die Coordinaten unserer fest gegebenen Punkte sind schon früher auf S. 205 mitgeteilt; wir wollen dieselben, um alles beisammen zu haben, nochmals hierhersetzen und auch Näherungs-Coordinaten der beiden Neupunkte gleich hinzufügen:

fest gegeben	Aegidius	$y = -244\,656{,}090^m$	$x = -30\,624{,}971^m$	(1)
" "	Wasserturm	$-246\,956{,}479$	$-31\,285{,}875$	
" "	Willmer	$-243\,280{,}909$	$-33\,328{,}385$	
" "	Steuerndieb	$-241\,167{,}896$	$-28\,421{,}362$	
" "	Burg	$-247\,076{,}504$	$-27\,179{,}218$	
" "	Schanze	$-244\,244{,}387$	$-25\,592{,}941$	

Näherungen	Hochschule	$(y_1) = -246\,028{,}90^m$	$(x_1) = -29\,120{,}56^m$	(2)
"	Dreifaltigkeit	$(y_2) = -24\,620{,}76$	$(x_2) = -29\,282{,}46$	

Mit diesen Coordinaten (1) und (2) sind nach den Formeln (5) S. 201 die Reduktionen $t - T$ berechnet worden, welche teils schon auf S. 204 mitgeteilt, teils nachher noch anzugeben sind.

Als beobachtete Richtungen nehmen wir nicht die eigentlichen aus den Beobachtungen hervorgegangenen T von S. 204, sondern die auf das ebene rechtwinklige System *reduzierten* t, welche in der letzten Spalte von S. 204 unter der Überschrift „Ausgeglichen t“ stehen, wobei sich aber das „Ausgeglichen“ nur auf die Orientierung bezieht; d. h. es gelten die in der letzten Spalte von S. 204 in Klammern gestellten Werte t nun als beobachtete äussere Richtungen.

Auch die inneren Richtungen, deren wirkliche Beobachtungen auf S. 186 unter 7. und 8. mitgeteilt sind, müssen wir durch $t - T$ auf das ebene System reduzieren, und gleichzeitig auch genähert orientieren. Diese $t - T$ werden nach (5) oder (6) S. 201 berechnet, und dadurch wird folgendes erhalten:

Richtungen	beobachtet (S. 186)	beobachtet und genähert orientiert		
		sphärisch T	$t - T$	eben t
1. Hochschule.				
Schanze	249° 12′ 49,37″	26° 49′ 59,05″	+ 2,19″	26° 50′ 1,24″
Steuerndieb . . .	304 11 45,10	81 48 54,78	+ 0,43	81 48 55,21
Dreifaltigkeit . . .	316 13 35,82	93 50 45,50	− 0,10	93 50 45,40
Aegidius	0 0 0,00	137 37 9,68	− 0,93	137 37 8,75
Linden, Wasserturm	65 34 18,81	203 11 28,49	− 1,35	203 11 27,14
Burg	194 1 35,18	331 38 44,86	+ 1,21	331 38 46,07
2. Dreifaltigkeit.				
Willmer	317° 33′ 31,20″	175° 11′ 55,77″	− 2,49″	175° 11′ 53,28″
Aegidius	0 0 0,00	217 38 24,57	− 0,83	217 38 23,74
Hochschule	56 12 25,93	273 50 50,50	+ 0,10	273 50 50,60
Burg	83 41 5,14	301 19 29,71	+ 1,30	301 19 31,01
Schanze	132 45 54,74	350 24 19,31	+ 2,28	350 24 21,59

Die so erhaltenen t, nebst den eingeklammerten t der letzten Spalte von S. 204 gehen als beobachtet α in die nächste Tabelle ein. Dabei werden auch die nach § 89. (bzw. nach der Hilfstafel S. [8]—[15] des Anhangs) zu berechnenden Richtungs-Coefficienten a , b , c , d und in der letzten Spalte die Gewichte p eingesetzt.

Richtung (vgl. Fig. 1. S. 374)		Beobachtet α	Näherung (t)	$(t)-\alpha = l$	a	b	c	d	p
Hochschule—Schanze	1.	26° 50′ 1,2″	26° 50′ 0,4″	− 0,8	+ 2,4	− 4,7			1
(δx_1 , δy_1) Steuerndieb	2.	81 48 55,2	81 48 53,4	− 1,8	+ 4,2	− 0,6			1
„ Dreifaltigkeit	3.	93 50 45,4	93 50 46,4	+ 1,0	+ 8,5	+ 0,6	− 8,5	− 0,6	1
„ Aegidius	4.	137 37 8,8	137 37 7,7	− 1,1	+ 6,8	+ 7,5			1
„ Wasserturm	5.	203 11 27,1	203 11 21,7	− 5,4	− 3,4	+ 8,0			1
„ Burg	6.	331 38 46,1	331 38 50,7	+ 4,6	− 4,4	− 8,2			1
Summe		3,8	0,3	− 3,5	+ 14,1	+ 2,6	− 8,5	− 0,6	$-\frac{1}{6}$
Dreifaltigkeit—Willmer	7.	175 11 53,3	175 11 54,7	+ 1,4			+ 0,4	+ 5,1	1
(δx_2 , δy_2) Aegidius	8.	217 38 23,7	217 38 20,5	− 3,2			− 7,4	+ 9,6	1
„ Hochschule	9.	273 50 50,6	273 50 46,4	− 4,2	+ 8,5	+ 0,6	− 8,5	− 0,6	1
„ Burg	10.	301 19 31,0	301 19 32,2	+ 1,2			− 4,4	− 2,7	1
„ Schanze	11.	350 24 21,6	350 24 22,2	+ 0,6			− 1,0	− 5,7	1
Summe		60,2	56,0	− 4,2	+ 8,5	+ 0,6	− 20,9	+ 5,7	$-\frac{1}{5}$
Schanze —Dreifaltigkeit	12.	170 24 22,4	170 24 22,2	− 0,2			− 1,0	− 5,7	0,5
Steuerndieb—Dreifaltigkeit	13.	250 39 20,7	250 39 21,4	+ 0,7			+ 7,5	− 2,6	0,5
„ Hochschule	14.	261 48 52,3	261 48 53,4	+ 1,1	+ 4,2	− 0,6			0,5
Willmer —Dreifaltigkeit	15.	355 11 56,2	355 11 54,7	− 1,5			+ 0,4	+ 5,1	0,5
Aegidius —Hochschule	16.	317 37 8,8	317 37 7,7	− 1,1	+ 6,8	+ 7,5			0,5
„ Dreifaltigkeit	17.	37 38 23,7	37 38 20,5	− 3,2			− 7,4	+ 9,6	0,5
Wasserturm—Hochschule	18.	23 11 25,8	23 11 21,7	− 4,1	− 3,4	+ 8,0			0,5
Burg —Dreifaltigkeit	19.	121 19 30,0	121 19 32,2	+ 2,2			− 4,4	− 2,7	0,5
„ Hochschule	20.	151 38 50,2	151 38 50,7	+ 0,5	− 4,4	− 8,2			0,5

Die inneren Richtungen haben alle das Gewicht $= 1$ und den äusseren Richtungen geben wir (nach § 97.) allen das Gewicht $= \frac{1}{2}$, die Coordinaten-Korrektionen sollen sein für Hochschule: δx_1 , δy_1 und für Dreifaltigkeit δx_2 , δy_2, damit heissen die ersten drei Fehlergleichungen für Hochschule:

$$v_1 = z + 2,4\,\delta x_1 - 4,7\,\delta y_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad - 0,8$$
$$v_2 = z + 4,2\,\delta x_1 - 0,6\,\delta y_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad - 1,8$$
$$v_3 = z + 1,0\,\delta x_1 + 8,5\,\delta y_1 - 8,5\,\delta x_2 - 0,6\,\delta y_2 + 1,0 \text{ u. s. w.}$$

Und für Dreifaltigkeit erhält man ähnliche Fehlergleichungen, aber mit einem *anderen* z':

$$v_7 = z' \quad . \; . \quad . \; . \quad + 0,4\,\delta x_2 + 5,1\,\delta y_2 + 5,1$$

Um die z und z' zu eliminieren, kann man eines der verschiedenen in § 94. angegebenen Verfahren wählen; wir wollen diesesmal die *Schreiber*sche Regel mit negativem Gewichte ($-1 : n$ für n Richtungen) anwenden, und haben dazu die Summen bei Hochschule und Dreifaltigkeit zugefügt, oder es sind nun die $6 + 1$ Fehlergleichungen für Hochschule, ausführlich herausgeschrieben, die folgenden:

$$
\begin{array}{llr}
v_1 = + \;\; 2{,}4\,\delta x_1 - 4{,}7\,\delta y_1 \quad . \; . \quad\quad . \; . & -0{,}8 & \text{Gew.} = 1 \\
v_2 = + \;\; 4{,}2\,\delta x_1 - 0{,}6\,\delta y_1 \quad . \; . \quad\quad . \; . & -1{,}8 & \text{„} \;\; 1 \\
v_3 = + \;\; 8{,}5\,\delta x_1 + 0{,}6\,\delta y_1 - 8{,}5\,\delta x_2 - 0{,}6\,\delta y_2 & +1{,}0 & \text{„} \;\; 1 \\
v_4 = + \;\; 6{,}8\,\delta x_1 + 7{,}5\,\delta y_1 \quad . \; . \quad\quad . \; . & -1{,}1 & \text{„} \;\; 1 \\
v_5 = - \;\; 3{,}4\,\delta x_1 + 8{,}0\,\delta y_1 \quad . \; . \quad\quad . \; . & -5{,}4 & \text{„} \;\; 1 \\
v_6 = - \;\; 4{,}4\,\delta x_1 - 8{,}2\,\delta y_1 \quad . \; . \quad\quad . \; . & +4{,}6 & \text{„} \;\; 1 \\
v' = + 14{,}1\,\delta x_1 + 2{,}6\,\delta y_1 - 8{,}5\,\delta x_2 - 0{,}6\,\delta y_2 & -3{,}5 & \text{„} \; -\frac{1}{6}
\end{array}
$$

Wenn man diese 7 Gleichungen wie gewöhnliche Fehlergleichungen mit ihren Gewichten weiter behandelt, so erhält man z. B.:

$$[a\,a] = 2{,}4^2 + 4{,}2^2 + \ldots + 4{,}4^2 - \frac{1}{6}\,14{,}1^2 = 172{,}81 - 33{,}14 = +139{,}67$$

und das ganze hiezu gehörige Normalgleichungssystem wird:

$$
\text{(Hochschule)} \quad
\left.
\begin{array}{r}
+\underline{139{,}67\,\delta x_1} + \;45{,}07\,\delta y_1 - 52{,}28\,\delta x_2 - 3{,}69\,\delta y_2 - \;\;2{,}12 = 0 \\
\ldots + \underline{209{,}17\,\delta y_1} - \;\;1{,}42\,\delta x_2 - 0{,}10\,\delta y_2 - 82{,}21 = 0 \\
\ldots + \underline{60{,}21\,\delta x_2} + 4{,}25\,\delta y_2 - 13{,}46 = 0 \\
\ldots + \underline{0{,}30\,\delta y_2} - \;\;0{,}95 = 0 \\
+\,\underline{54{,}37}
\end{array}
\right\} \quad \text{(H)}
$$

In gleicher Weise behandelt geben die inneren Richtungen von Dreifaltigkeit:

$$
\text{(Dreifaltigkeit)} \quad
\left.
\begin{array}{r}
+\underline{57{,}80\,\delta x_1} + 4{,}08\,\delta y_1 - 36{,}72\,\delta x_2 - \;\;14{,}79\,\delta y_2 - 28{,}56 = 0 \\
\ldots + \underline{0{,}29\,\delta y_1} - \;\;2{,}59\,\delta y_2 - \;\;\;1{,}04\,\delta y_2 - \;\;2{,}02 = 0 \\
\ldots + \underline{60{,}17\,\delta x_2} - \;\;22{,}49\,\delta y_2 + 36{,}50 = 0 \\
\ldots + \underline{151{,}81\,\delta y_2} - 22{,}93 = 0 \\
\ldots + \underline{28{,}11}
\end{array}
\right\} \quad \text{(D)}
$$

Endlich die 9 äusseren Richtungen 12.—20. ebenfalls als Gruppe für sich, mit ihren Gewichten 0,5 geben:

$$
\text{(Äussere Richtungen)} \quad
\left.
\begin{array}{r}
+\underline{47{,}40\,\delta x_1} + 28{,}68\,\delta y_1 \quad \ldots \quad\quad \ldots \quad\quad + \;\;4{,}44 = 0 \\
\ldots + \underline{93{,}92\,\delta y_1} \quad \ldots \quad\quad \ldots \quad\quad - \;\;8{,}14 = 0 \\
\ldots + \underline{65{,}76\,\delta x_2} - 35{,}46\,\delta y_2 + \;\;9{,}42 = 0 \\
\ldots + \underline{82{,}34\,\delta y_2} - 22{,}49 = 0 \\
\ldots + \underline{18{,}64}
\end{array}
\right\} \quad \text{(A)}
$$

Die 3 Gruppen (H), (D) und (A) werden dadurch in *eine* Ausgleichung gebracht, dass man die Coefficienten der 3 Gruppen gliedweise addiert. Man hätte überhaupt nicht nötig gehabt, die 3 Gruppen einzeln zu bilden, doch haben wir das gethan, weil es anschaulicher ist, indem z. B. die Gruppe (H) bei Weglassung von δx_2 und δy_2 nichts anderes vorstellt als die Normalgleichungen zum Rückwärtseinschneiden von Hochschule über den 6 Festpunkten Schanze bis Burg (also auch Dreifaltigkeit hier als Festpunkt betrachtet). Davon abgesehen haben wir also aus (H), (D), (A) durch Addition zu bilden:

Z. B.: $\quad 139{,}67 + 57{,}80 + 47{,}40 = +244{,}87.$

Zugleich abrundend erhält man auf diese Weise:

$$
\left.
\begin{array}{r}
+\underline{245\,\delta x_1} + \;\;78\,\delta y_1 - \;\;89\,\delta x_2 - \;\;18\,\delta y_2 - \;\;26 = 0 \\
\ldots + \underline{303\,\delta y_1} - \;\;\;4\,\delta x_2 - \;\;\;1\,\delta y_2 - 107 = 0 \\
\ldots + \underline{186\,\delta x_2} - \;\;54\,\delta y_2 + \;\;32 = 0 \\
\ldots + \underline{234\,\delta y_2} - \;\;46 - 0 \\
\ldots + \underline{101} = 0
\end{array}
\right\} \quad \text{(S)}
$$

Diese Gleichungen werden in üblicher Weise aufgelöst und geben:

$$\delta y_1 = +0{,}37^{dm} \ , \ \delta x_1 = -0{,}05^{dm} \ , \ \delta y_2 = +0{,}16^{dm} \ , \ \delta x_2 = -0{,}14^{dm} \qquad (3)$$

und das Fehlerquadratsummenglied $[l\,l\,.\,5] = 51$. (4)

(Einige Einzelheiten der Elimination von (S) werden wir in folgendem § 100. bringen S. 380, unten.)

Diese δx und δy zu den Näherungs-Coordinaten in (2) hinzugefügt, geben folgende Zusammensetzung:

	Hochschule		Dreifaltigkeit	(5)
Näherungen	$(y_1) = -246\,028{,}900$,	$(x_1) = -29\,120{,}560$	$(y_2) = -243\,620{,}760$,	$(x_2) = -29\,282{,}460$
Verbesserungen	$+0{,}037$	$-0{,}005$	$+0{,}016$	$-0{,}014$
Ergebnisse	$y_1 = -246\,028{,}863$,	$x_1 = -29\,120{,}565$	$y_2 = -243\,620{,}744$,	$x_2 = -29\,282{,}474$

Mit diesen endgültigen Coordinaten und mit den früher unter (1) schon gegebenen Coordinaten der festen Punkte berechnet man nun alle Richtungswinkel t von neuem und bekommt damit folgende zweite Tabelle, entsprechend der früheren Tabelle von S. 376, jedoch in Betreff der inneren Richtungen mehr nach dem Muster des unteren Teiles von § 93. S. 351, wozu auch noch bemerkt sei, dass die hier in diesem § 99 mit t bzw. (t) bezeichneten Richtungswinkel denselben Sinn haben wie die φ oder (φ) in § 92. und § 93.

Richtung		Beobachtet α	Ausgleichung t	$t-\alpha$ $= V$	$V+z$ $= v$	v^2
Hochschule—Schanze	1.	26° 50′ 1,2″	26° 49′ 58,5″	— 2,7	— 2,3	5,29
„ —Steuerndieb	2.	81 48 55,2	81 48 52,9	— 2,3	— 1,9	3,61
„ —Dreifaltigkeit	3.	93 50 45,4	93 50 47,3	+ 1,9	+ 2,3	5,29
„ —Aegidius	4.	137 37 8,8	137 37 10,2	+ 1,4	+ 1,8	3,24
„ —Wasserturm	5.	203 11 27,1	203 11 24,8	— 2,3	— 1,9	3,61
„ —Burg	6.	331 38 46,1	331 38 47,9	+ 1,8	+ 2,2	4,84
Summe		3,8	1,6	— 2,2	+ 0,2	25,88
Mittel			— z =	— 0,4	soll 0,0	
Dreifaltigkeit—Willmer	7.	175 11 53,3	175 11 55,4	+ 2,1	+ 2,2	4,84
„ —Aegidius	8.	217 38 23,7	217 38 23,1	— 0,6	— 0,5	0,25
„ —Hochschule	9.	273 50 50,6	273 50 47,3	— 3,3	— 3,2	10,24
„ —Burg	10.	301 19 31,0	301 19 32,4	+ 1,4	+ 1,5	2,25
„ —Schanze	11.	350 24 21,6	350 24 21,5	— 0,1	0,0	0,00
Summe		60,2	59,7	— 0,5	0,0	17,58
Mittel			— z =	— 0,1		
Schanze —Dreifaltigkeit	12.	170 24 22,4	170 24 21,5		— 0,9	0,81
Steuerndieb— „	13.	250 39 20,7	250 39 20,0		— 0,7	0,49
„ —Hochschule	14.	261 48 52,3	261 48 52,9		+ 0,6	0,36
Willmer —Dreifaltigkeit	15.	355 11 56,2	355 11 55,4		— 0,8	0,64
Aegidius —Hochschule	16.	317 37 8,8	317 37 10,2		+ 1,4	1,96
„ —Dreifaltigkeit	17.	37 38 23,7	37 38 23,1		— 0,6	0,36
Wasserturm—Hochschule	18.	23 11 25,8	23 11 24,8		— 1,0	1,00
Burg —Dreifaltigkeit	19.	121 19 30,0	121 19 32,4		+ 2,4	5,76
Burg —Hochschule	20.	151 38 50,2	151 38 47,9		— 2,3	5,29
						$\frac{16,67}{2} = 8,34$

Die Gesamtsumme $[p\,v^2]$ bekommt man nun, da die äusseren Strahlen nur halbes Gewicht haben, so:

von Hochschule	25,88
„ Dreifaltigkeit . . .	17,58
„ den äusseren Strahlen	8,34
	51,80

Diese Summe muss stimmen mit dem Restglied $[l\,l\,.\,5]$ der Elimination, welches wir bereits bei (4) mit $[l\,l\,.\,5] = 51$ angegeben haben. Da die Übereinstimmung genügend ist, können wir weiter gehen und den mittleren Fehler einer Richtung finden:

$$m = \sqrt{\frac{51{,}8}{14}} = \pm 1{,}9'' \tag{6}$$

Der Nenner 14 entsteht hier aus $20 - 6$, weil 20 gemessene Richtungen da sind, und 6 Unbekannte, nämlich δx_1, δy_1, δx_2, δy_2 und dazu die beiden z und z' für Hochschule und Dreifaltigkeit.

Weitere Rechenproben. Wenn die Summe $[v\,v]$ bzw. $[p\,v\,v]$ unmittelbar aus den einzelnen v berechnet mit dem Eliminationsschlussgliede so stimmt wie in unserem Falle, nämlich 52 gegen 51, so kann man die ganze Rechnung als richtig annehmen, allein auch dem etwaigen Bedürfnis nach weiteren Rechenproben kann man entsprechen, vor allem durch Ausrechnen der einzelnen v auch aus den Fehlergleichungen. Ohne näher hier darauf einzugehen, wollen wir kurz angeben, dass auch diese Proben vollständig stimmen, z. B. $V_1 = -0{,}12 - 1{,}74 - 0{,}80 = -2{,}66 = v_1 - z$, mit $z = +0{,}36$ giebt $v_1 = -2{,}30$ und die Gesamtsumme $[p\,v^2] = 51{,}3$. Auch die am Schlusse von § 91. S. 340 erwähnte Probe, nämlich $[v\,v] = [l\,l] + [a\,l]\,\delta x_1 + [b\,l]\,\delta y_1 + [c\,l]\,\delta x_2 + [d\,l]\,\delta y_2$ giebt genügende Stimmung, nämlich: $[v\,v] = 101 + 1{,}3 - 39{,}5 - 4{,}5 - 7{,}3 = 51{,}0$.

Die Berechnung des mittleren Fehlers in (6) kann man mit demselben Ergebnis, aber mit anderer Auffassung und Darstellung, auch so machen: die äusseren Richtungen haben das Gewicht $p = \frac{1}{2}$ erhalten, weil dabei angenommen ist, es sei jede äussere Richtung orientiert durch je *eine* zweite Richtung, welche an einen festen Strahl angelegt wurde, oder man kann auch sagen: jede äussere Richtung wird bestimmt durch einen gemessenen *Winkel*, dessen einer Schenkel an einen festen Strahl angelegt wird und dessen zweiter Schenkel den neuen Strahl zur Neupunktbestimmung giebt. Da nun ein Winkel nur halbes Gewicht im Vergleich mit einer Richtung hat, so ist die Gewichtsberechnung mit $p = \frac{1}{2}$ gerechtfertigt. Betrachtet man aber die beiden Schenkelrichtungen einzeln, so muss man statt der bisher angenommenen *einen* Verschiebung v mit $p = \frac{1}{2}$ nun *zwei* Verschiebungen $\frac{v}{2}$ mit je $p = 1$ annehmen; man hat also im ersten Falle $\frac{v^2}{2}$ und im zweiten Falle $\left(\frac{v}{2}\right)^2 + \left(\frac{v}{2}\right)^2 = \frac{v^2}{2}$ d. h. in beiden Fällen gleich. Allerdings besteht noch eine Ungleichheit beider Fälle in Betreff der Anzahl der Beobachtungen und der Zahl der Unbekannten. Im ersten Falle hat man 1 Beobachtung $\left(\text{mit } p = \frac{1}{2}\right)$ und im zweiten Fall hat man 2 Beobachtungen (mit $p = 1$), aber auch eine Unbekannte mehr, nämlich den Verschiebungsbetrag am festen Strahl; da aber im Nenner des Ausdrucks für den mittleren Fehler nur die Zahl der *überzähligen* Beobachtungen auftritt, so bleiben beide Fälle doch wieder gleich.

Man hat nämlich:

1. Fall: $$m^2 = \frac{25{,}9 + 17{,}6 + \dfrac{0{,}9^2}{2} + \dfrac{0{,}7^2}{2} + \ldots + \dfrac{2{,}3^2}{2}}{(6-3) + (5-3) + \qquad + 9} = \frac{51{,}8}{14}$$

2. Fall: $$m^2 = \frac{25{,}9 + 17{,}6 + 2\left(\dfrac{0{,}9}{2}\right)^2 + 2\left(\dfrac{0{,}7}{2}\right)^2 + \ldots 2\left(\dfrac{2{,}3}{2}\right)^2}{(6-3) + (5-3) + (18-9)} = \frac{51{,}8}{14}$$

Berechnung der Entfernungen nach der Ausgleichung.

Ebenso wie die Richtungswinkel t kann man auch die Entfernungen s aus den ausgeglichenen ebenen rechtwinkligen Coordinaten berechnen, und dann auch noch die $log\, s$ in $log\, S$ umwandeln (nach (3) oder (4) S. 201). Die Ergebnisse sind in unserem Falle folgende:

		$log\, s$	$log\, s$ — $log\, S$	$log\, S$
Hochschule—Schanze	1.	3.596 9583	3203	3.596 6380
„ —Steuerndieb	2.	3.691 1696	3163	3.690 8533
„ —Dreifaltigkeit	3.	3.382 6573	3195	3.382 3378
„ —Aegidius	4.	3.308 9058	3208	3.308 5850
„ —Wasserturm	5.	3.372 1089	3238	3.372 7851
„ —Burg	6.	3.343 6031	3240	3.343 2791
Dreifaltigkeit—Willmer	7.	3.608 5429	3159	3.608 2270
„ —Aegidius	8.	3.229 2614	3177	3.228 9437
„ —Hochschule	9.	3.382 6573	3195	3.382 3378
„ —Burg	10.	3.606 9708	3208	3.606 6500
„ —Schanze	11.	3.573 0886	3171	3.572 7715
Steuerndieb—Dreifaltigkeit	13.	3.414 9084	3132	3.414 5952

Die weiteren 12. 14. ... 20. sind als Gegen-Richtungen in den vorstehenden mit enthalten. Alle anderen Seiten sind schon früher auf S. 203 angegeben.

§ 100. Mittlere Coordinaten-Fehler und Entfernungs-Fehler nach der Ausgleichung.

Für die gewöhnlichen praktischen Zwecke kann die Rechnung unserer Doppelpunkteinschaltung mit dem vorigen § 99. abgeschlossen werden; was die Genauigkeit betrifft, so giebt der mittlere Fehler $m = \pm 1{,}9''$ nach (6) S. 379 genügende Beruhigung.

Indessen wollen wir doch die Gelegenheit benützen, auch noch einige mehr theoretische weitere Genauigkeitsberechnungen hier anzuschliessen, und zwar werden zuerst die mittleren Coordinaten-Fehler bzw. Gewichte in Betracht kommen.

Will man nicht bloss die δx und δy selbst, sondern auch deren Gewichte haben, so wird man schon bei der Auflösung der Normalgleichungen (S) auf S. 377 darauf Bedacht nehmen, indem man nach (22) S. 91 verfahrend, die Eliminationsordnung mindestens einmal ganz umkehrt, also, jedoch mit Weglassung der Summen-Kontrollglieder und der Glieder mit $[l\,l]$ so:

δx_1	δy_1	δx_2	δy_2	l
$+\underline{245}$	+ 78	− 89	− 18	− 26
	$+\underline{303}$	− 4	− 1	− 107
		$+\underline{186}$	− 54	+ 32
			$+\underline{234}$	− 46
	$+\underline{278}$	+ 24	+ 5	− 99
		$+\underline{154}$	− 61	+ 23
			$+\underline{233}$	− 48
		$+\underline{152}$	− 61	+ 31
			$+\underline{233}$	− 46
			$+\underline{209}$	− 34

$p\, y_2 = 209$

$$\delta y_2 = \frac{+34}{209} = +0{,}162^{dm}$$

δy_2	δx_2	δy_1	δx_1	l
$+\underline{234}$	− 54	− 1	− 18	− 46
	$+\underline{186}$	− 4	− 89	+ 32
		$+\underline{303}$	+ 78	− 107
			$+\underline{245}$	− 26
	$+\underline{174}$	− 4	− 93	+ 21
		$+\underline{303}$	+ 78	− 107
			$+\underline{244}$	− 30
		$+\underline{303}$	+ 76	− 107
			$+\underline{194}$	− 19
			$+\underline{175}$	+ 8

$p\, x_1 = 175$

$$\delta x_1 = -\frac{8}{175} = -0{,}046^{dm}$$