Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1895

§ 100. Mittlere Coordinatenfehler und Entfernungsfehler nach der Ausgleichung

Berechnung der Entfernungen nach der Ausgleichung.

Ebenso wie die Richtungswinkel t kann man auch die Entfernungen s aus den ausgeglichenen ebenen rechtwinkligen Coordinaten berechnen, und dann auch noch die $log\, s$ in $log\, S$ umwandeln (nach (3) oder (4) S. 201). Die Ergebnisse sind in unserem Falle folgende:

		$log\, s$	$log\, s - log\, S$	$log\, S$
Hochschule—Schanze	1.	3.596 9583	3203	3.596 6380
„ —Steuerndieb	2.	3.691 1696	3163	3.690 8533
„ —Dreifaltigkeit	3.	3.382 6573	3195	3.382 3378
„ —Aegidius	4.	3.308 9058	3208	3.308 5850
„ —Wasserturm	5.	3.372 1089	3238	3.372 7851
„ —Burg	6.	3.343 6031	3240	3.343 2791
Dreifaltigkeit—Willmer	7.	3.608 5429	3159	3.608 2270
„ —Aegidius	8.	3.229 2614	3177	3.228 9437
„ —Hochschule	9.	3.382 6573	3195	3.382 3378
„ —Burg	10.	3.606 9708	3208	3.606 6500
„ —Schanze	11.	3.573 0886	3171	3.572 7715
Steuerndieb—Dreifaltigkeit	13.	3.414 9084	3132	3.414 5952

Die weiteren 12. 14. ... 20. sind als Gegen-Richtungen in den vorstehenden mit enthalten. Alle anderen Seiten sind schon früher auf S. 203 angegeben.

§ 100. Mittlere Coordinaten-Fehler und Entfernungs-Fehler nach der Ausgleichung.

Für die gewöhnlichen praktischen Zwecke kann die Rechnung unserer Doppelpunkteinschaltung mit dem vorigen § 99. abgeschlossen werden; was die Genauigkeit betrifft, so giebt der mittlere Fehler $m = \pm 1{,}9''$ nach (6) S. 379 genügende Beruhigung.

Indessen wollen wir doch die Gelegenheit benützen, auch noch einige mehr theoretische weitere Genauigkeitsberechnungen hier anzuschliessen, und zwar werden zuerst die mittleren Coordinaten-Fehler bzw. Gewichte in Betracht kommen.

Will man nicht bloss die δx und δy selbst, sondern auch deren Gewichte haben, so wird man schon bei der Auflösung der Normalgleichungen (S) auf S. 377 darauf Bedacht nehmen, indem man nach (22) S. 91 verfahrend, die Eliminationsordnung mindestens einmal ganz umkehrt, also, jedoch mit Weglassung der Summen-Kontrollglieder und der Glieder mit $[l\, l]$ so:

δx_1	δy_1	δx_2	δy_2	l
$+\underline{245}$	+ 78	− 89	− 18	− 26
	$+\underline{303}$	− 4	− 1	−107
		$+\underline{186}$	− 54	+ 32
			$+\underline{234}$	− 46
	$+\underline{278}$	+ 24	+ 5	− 99
		$+\underline{154}$	− 61	+ 23
			$+\underline{233}$	− 48
		$+\underline{152}$	− 61	+ 31
			$+\underline{233}$	− 46
			$+\underline{209}$	− 34

$p\, y_2 = 209$

$$\delta y_2 = \frac{+34}{209} = +0{,}162^{dm}$$

δy_2	δx_2	δy_1	δx_1	l
$+\underline{234}$	− 54	− 1	− 18	− 46
	$+\underline{186}$	− 4	− 89	+ 32
		$+\underline{303}$	+ 78	−107
			$+\underline{245}$	− 26
	$+\underline{174}$	− 4	− 93	+ 21
		$+\underline{303}$	+ 78	−107
			$+\underline{244}$	− 30
		$+\underline{303}$	+ 76	−107
			$+\underline{194}$	− 19
			$+\underline{175}$	+ 8

$p\, x_1 = 175$

$$\delta x_1 = -\frac{8}{175} = -0{,}046^{dm}$$

Die Umkehrung in der vorletzten Gruppe bei 152 und 303 giebt auch:

$p\,x_2 = 136 \qquad \delta\,x_2 = -\,0{,}14^{dm} \qquad p\,y_1 = 273$ und $\delta\,y_1 + 0{,}366^{dm}$

Diese $\delta\,x$ und $\delta\,y$ sind dieselben, welche wir schon im vorigen § 99. bei (3) S. 378 angegeben hatten, und nun haben wir auch die $p\,x$, $p\,y$. (All dieses wird glatt mit dem Rechenschieber abgeschoben.) Mit diesen Gewichten und dem Gewichtseinheitsfehler $m = 1{,}9''$ werden auch die mittleren Coordinatenfehler berechnet, nach dem Verfahren, welches unten auf S. 343 oder S. 351 angegeben wurde. Man findet:

für	y_1	x_1	y_2	x_2
mittlere Fehler	$\pm\,0{,}12^{dm}$	$\pm\,0{,}14^{dm}$	$\pm\,0{,}13^{dm}$	$\pm\,0{,}16^{dm}$

Also nun die Coordinaten mit ihren mittleren Fehlern:

Hochschule		Dreifaltigkeit	
$y_1 = -\,246028{,}863^m$	$x_1 = -\,29120{,}565^m$	$y_2 = -\,243620{,}744^m$	$x_2 = -\,29282{,}474^m$
$\pm\,0{,}012$	$\pm\,0{,}014$	$\pm\,0{,}013$	$\pm\,0{,}016$

Mittlerer Entfernungsfehler.

Aus den Coordinaten beider Punkte berechnet man auch die Entfernung und zwar:

$$s = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

$$\log s = 3.382\,6573 \qquad s = 2413{,}556^m \text{ (Projection).}$$

Dazu kommt noch $\log s - \log S = 0.000\,3195$, wie schon am Schluss des vorigen § 100. S. 380 angegeben ist, also nun:

$$\log S = 3.382\,3378 \qquad S = 2411{,}780^m \text{ (Wirklichkeit).}$$

Um auch das Gewicht von s oder S zu bestimmen, muss man s differentiieren:

$$d\,s = -\frac{y_2 - y_1}{s}\,d\,y_1 + \frac{y_2 - y_1}{s}\,d\,y_2 - \frac{x_2 - x_1}{s}\,d\,x_1 + \frac{x_2 - x_1}{s}\,d\,x_2$$

oder

$$d\,s = -\sin t\,d\,y_1 + \sin t\,d\,y_2 - \cos t\,d\,x_1 + \cos t\,d\,x_2$$

Wenn man $d\,s$ in Millimetern, dagegen die $d\,x$, $d\,y$ in Decimetern zählt, so erhält man: $d\,s = +\,7\,d\,x_1 - 100\,d\,y_1 - 7\,d\,x_2 + 100\,d\,y_2$

d. h. die Coefficienten von (1) S. 92 sind:

$$f_1 = +\,7 \qquad f_2 = -\,100 \qquad f_3 = -\,7 \qquad f_4 = +\,100$$

Damit bekommt man nach Anleitung von (10a) S. 93 im Anschluss an die vorhergehenden Normalgleichungen folgendes (rasch mit dem Rechenschieber zu machen):

a	*b*	*c*	*d*	*f*
$+\underline{245}$	$+\,78$	$-\,89$	$-\,18$	$+\,7$
	$+\underline{303}$	$-\,4$	$-\,1$	$-\,100$
		$+\underline{186}$	$-\,54$	$-\,7$
			$+\underline{234}$	$+\,100$
				$\underline{0}$
	$+\underline{278}$	$+\,24$	$+\,5$	$-\,102$
		$+\underline{154}$	$-\,61$	$-\,4$
			$+\underline{223}$	$+\,101$
				$\underline{0}$
		$+\underline{152}$	$-\,61$	$+\,5$
			$+\underline{233}$	$+\,103$
				$-\,\underline{37}$
			$+\underline{209}$	$+\,105$
				$-\,\underline{37}$
				$-\,\underline{90} = -\dfrac{1}{P}$

Das Schlussglied 90 ist die Reciproke des gesuchten Gewichtes, also nun der mittlere Entfernungsfehler (für $\pm 1{,}91''$ mittl. Richtungsfehler):

$$ds = \pm 1{,}91 \sqrt{90} = + 18^{mm}$$

Im ganzen haben wir also:

Hochschule—Dreifaltigkeit $S = 2411{,}780^m$
$\pm 0{,}018^m$

Die $2{,}4^{km}$ lange Linie hat also einen mittleren Fehler von 18^{mm} oder $7{,}5^{mm}$ auf 1^{km}. Alle diese Genauigkeitsnachweise sind sehr befriedigend.

§ 101. Übertragung in das Kataster-System Celle.

Alles was in § 99. und 100. im conformen System der Landesaufnahme berechnet und ausgeglichen worden ist, wollen wir auch noch in das andere System von § 64., nämlich das Kataster-System mit dem Nullpunkt Celle, übertragen. Dieses kann sehr einfach dadurch geschehen, dass die ausgeglichenen Richtungen und Entfernungen von § 99. in den Abriss des § 64. S. 207 eingefügt werden, wodurch die dort noch bestehenden Lücken sich füllen müssen. Wir wollen dieses auch noch ausführlich geben mit der Bemerkung, dass die in dem Hauptnetze und in dem Abriss S. 207 noch mitgeführten Glieder von der Ordnung $\frac{1}{r^2}$ bei der Einschaltung von Hochschule—Dreifaltigkeit nicht mehr berücksichtigt sind.

Ergänzung des Abrisses S. 207 (System Celle).

	Beobachtet A	v	Ausgeglichen $\varphi = A + v$	$log\ S$
1. Aegidius.				
Hochschule . . .	315° 2′ 32,64″	+ 1,4″	315° 2′ 34,0″	3.308 585
Dreifaltigkeit . . .	35 3 47,73	— 0,6	35 3 47,1	3,228 944
2. Wasserturm.				
Hochschule . . .	20° 36′ 49,99″	— 1,0″	20° 36′ 49,0″	3,710 785
3. Willmer.				
Dreifaltigkeit . . .	352° 37′ 21,62″	— 0,8″	352° 37′ 20,8″	3.608 227
4. Steuerndieb.				
Dreifaltigkeit . . .	248° 4′ 43,63″	— 0,7″	248° 4′ 42,9″	3.414 595
Hochschule . . .	259 14 15,09	+ 0,6″	259 14 15,7	3.690 853
5. Schanze.				
Dreifaltigkeit . . .	167° 49′ 43,84″	— 0,9″	167° 49′ 42,9″	3.572 772
6. Burg.				
Dreifaltigkeit . . .	118° 44′ 52,26″	+ 2,4″	118° 44′ 54,7″	3.606 650
Hochschule . . .	149 4 12,32	— 2,3	149 4 10,0	3.343 279
7. Hochschule.				
Schanze	24° 15′ 21,8″	— 2,3″	24° 15′ 19,5″	3.596 638
Steuerndieb . . .	79 14 17,5	— 1,9	79 14 15,6	3.690 853
Dreifaltigkeit . . .	91 16 8,2	+ 2,3	91 16 10,5	3.382 338
Aegidius	135 2 32,4	+ 1,8	135 2 34,2	3.308 585
Wasserturm . . .	200 36 51,2	— 1,9	200 36 49,3	3.372 785
Burg	329 4 7,6	+ 2,2	329 4 9,8	3.343 279
8. Dreifaltigkeit.				
Willmer	172° 37′ 19,0″	+ 2,2″	172° 37′ 21,2″	3.608 227
Aegidius	215 3 47,8	— 0,5	215 3 47,3	3.228 944
Hochschule . . .	271 16 13,7	— 3,2	271 16 10,5	3.382 338
Burg	298 44 52,9	+ 1,5	298 44 54,4	3.606 650
Schanze	347 49 42,5	0,0	347 49 42,5	3.572 772