

Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1895

§ 135. Baden

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83060](https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:466:1-83060)

Württemberg hat auf 19504 Q.-Kilom. (oder rund 354 Q.-Meilen) 29244 trigonometrische Signalpunkte I.—III. Ordnung, nämlich 2890 Hochpunkte (namentlich Kirchtürme) und 26354 Bodenpunkte, also rund 3 trigonometrische Punkte auf je 2 Quadratkilometer.

Die Ausgleichungen werden im Wesentlichen so gemacht wie unsere Vorwärts- und Rückwärts-Einschneide-Ausgleichungen von S. 343 und S. 351 (jedoch in anderen Formularen) mit Coordinatenverbesserungen dx , dy in Decimetern (vgl. S. 329 und S. 397) Elimination mit dem Rechenschieber. Einiges weitere hiezu giebt „Zeitschr. f. Verm. 1895.“ S. 280—286.

§. 135. Baden.

Die badische Landes-Triangulierung ist die beste und genaueste der drei süddeutschen nahezu gleichzeitigen Unternehmungen aus der ersten Hälfte dieses Jahrhunderts, sie hat aber diesen Wert nicht auf *einmal* erreicht, sondern in zweifachem Anlauf, indem nach 1840 die grundlegenden Messungen revidiert, grossenteils wiederholt und namentlich neu ausgeglichen worden sind, wie wir zum Ruhme des Urhebers, *Rheiner*, dieser Arbeit bereits in der Einleitung S. 6 erwähnt haben.

Die Messungen wurden etwa im Jahr 1816 begonnen, unter Leitung von Oberst Tulla, von welchem ein heute noch in Baden gebräuchliches Ausgleichungsverfahren mit fehlerzeigenden Figuren herrührt. Im Jahr 1823 wurden mehrere Münchener Repetitions-Theodolite angeschafft, mit welchen von da an alle Messungen gemacht sind.

Als Basis diente ursprünglich, von 1820 an, die bayerische Linie Speyer—Ogersheim.

Nachdem die Mängel einer ebenen Triangulierungsberechnung, welche zuerst ausgeführt worden war, erkannt waren, wurden von 1841—1846 die Winkel grossen- teils neu gemessen, und die neue (sphärische) Triangulierungsberechnung mit Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate unternommen. Zugleich wurde im Jahr 1846 eine badische Basis von 2125^m bei Heitersheim gemessen (vgl. das Netzbild S. 528 rechts unten). Der Dirigent der Vermessung war, als Tullas Nachfolger, Oberst Klose; der wissenschaftliche Teil der Vermessung ist aber die Arbeit von Obergeometer Rheiner. (Vgl. „Badische Biographieen von Weech,“ die von J. verfassten Artikel Tulla und Klose.)

Das Hauptgerippe der badischen Triangulierung besteht aus einer langen Kette längs des Rheinthal's, welche die badische Basis bei Heitersheim mit der Speyerer Basis verbindet und den Basisanschluss in die Ausgleichung aufnimmt, sowie auch *zwei* Azimute, mit welchen die zwei Grundlinien orientiert sind.

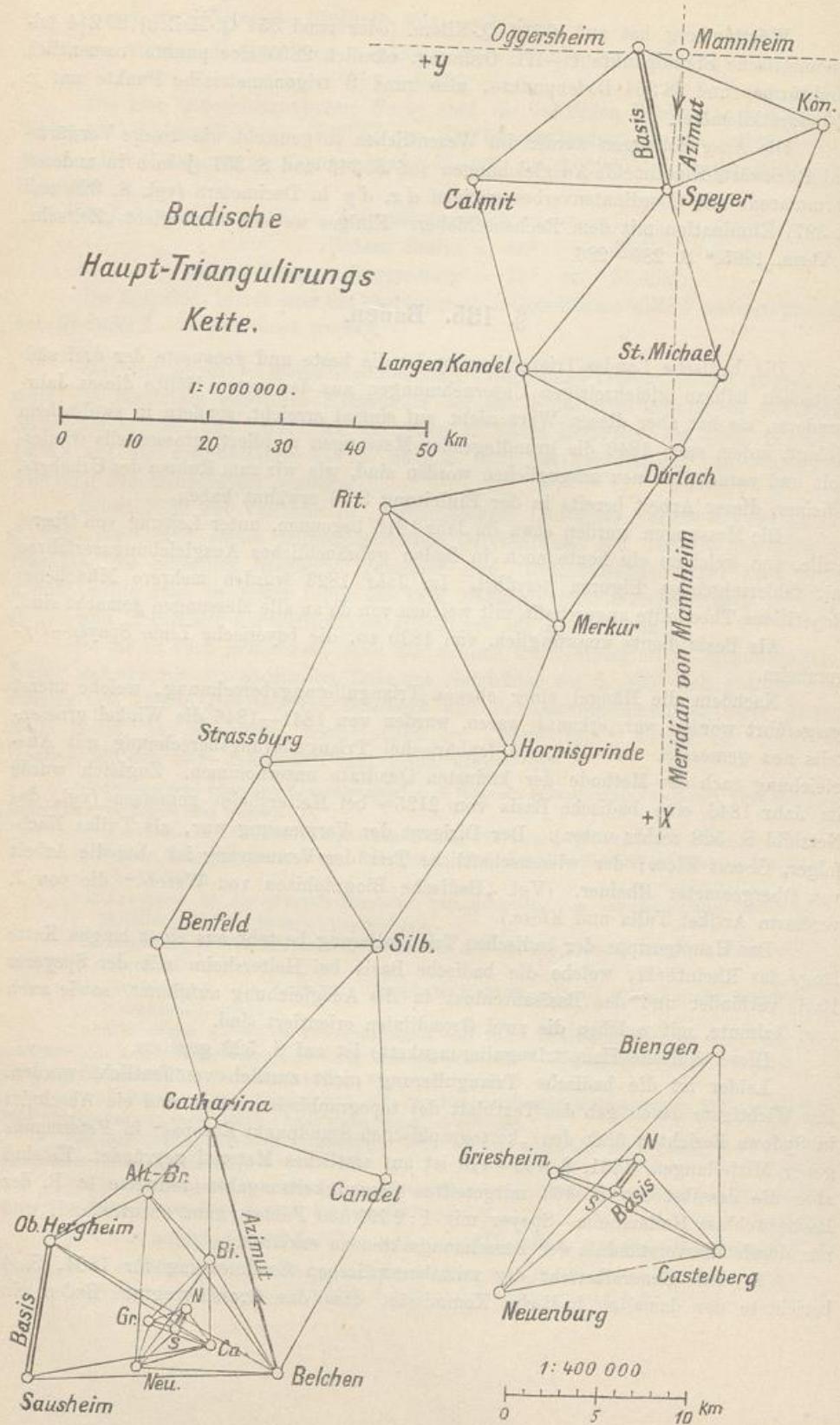
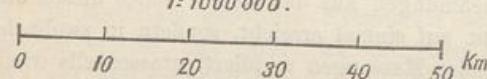
Diese badische Haupttriangulierungskette ist auf S. 528 gegeben.

Leider ist die badische Triangulierung nicht amtlich veröffentlicht worden. Das Wichtigste davon gab das Textblatt des topographischen Atlas, und ein Abschnitt in Sydows Berichten über den „kartographischen Standpunkt Europas“ in Petermanns geogr. Mitteilungen, 1861, S. 468—470 ist auf amtliches Material gegründet. Es sind aber die daselbst auf S. 468 mitgeteilten Genauigkeitsangaben teilweise (z. B. der Basisanschluss Heitersheim—Speyer mit 1:2199 000 Fehler) ganz unzutreffend, und nur durch Missverständnis der Berechnungsakten zu erklären.

In dem Generalbericht der mitteleuropäischen Gradmessung für 1864, S. 4 berichtete der damalige badische Kommissär, dass das Grossherzogtum Baden ein

Badische
Haupt-Triangulirungs
Kette.

1:1000 000



Dreiecksnetz von Tranchot (?) besitze, über dessen Genauigkeit keine Mitteilung gemacht werden konnte. —

In dem Generalbericht der mitteleuropäischen Gradmessung für 1866, Seite 3—4 wird weiter von Differenzen berichtet, erstens zwischen badischen und hessischen Dreiecksseiten u. s. w. und zweitens zwischen badischen Dreiecksseiten selbst und ihren aus den rechtwinkligen Coordinaten abgeleiteten Werten, z. B. der Differenz von 0,44^m zwischen einer Seite s und ihrem Werte $\sqrt{(y' - y)^2 + (x' - x)^2}$ (Einzelheiten hiezu in unserer 2. Aufl. II. Band, 1878, S. 157). Diese Differenz 0,44^m ist aber lediglich die Wirkung der *Erdkrümmung* in den Soldnerschen Coordinaten, eine Wirkung, welche damals, 1866, übersehen wurde. —

Unter solchen und ähnlichen Umständen, namentlich nachdem die weniger genaue Bayerische Triangulierung zur amtlichen Veröffentlichung als Gradmessungswerk bestimmt war, und nachdem eine Deutsche Reichs-Kommission für Gradmessung 1871 in Berlin vorläufig sich versammelt und die geodätischen Verhältnisse der deutschen Staaten erwogen hatte („Generalbericht über die Europ. Gradm. für 1872,“ S. 22—35) hielt ich es für das dringendste Bedürfnis, — unbeschadet aller Neumessungspläne — wenigstens einmal zu untersuchen und festzustellen, *was* an geodätischem Material in Baden vorhanden war und welche Genauigkeit dem Vorhandenen zuzuschreiben sei.

Auf diesem Wege entstand eine autographisch als Manuskript gedruckte Denkschrift:

„Triangulierung des Grossherzogtums Baden, in der Zeit von 1823—1852 ausgeführt von Oberst Klose und Obergeometer Rheiner, im Auftrage des Gr. Ministeriums des Innern, auf Grund der Akten des Gr. Kataster-Bureaus beschrieben und durch Revisions-Berechnungen nach der Methode der kleinsten Quadrate erläutert von W. Jordan, Professor der Geodäsie am Gr. Polytechnikum Karlsruhe, Februar 1873.“ 68 S. 4° und 5 Tafeln.

Dieses wurde von dem Verfasser nur als eine Vorarbeit betrachtet zu einem erschöpfenden amtlichen Werke (etwa wie in Bayern) über die geodätischen Messungen, welche bis heute die Grundlage der gesamten badischen amtlichen Geodäsie bilden. Dieser Gedanke ist unausgeführt geblieben. —

Aus jener Autographie und aus den amtlichen Akten ist folgendes mitzuteilen:

Alle Winkelmessungen waren nach der Repetitionsmethode gemacht in *neuer* (centesimaler) Teilung (viele Originalmessungen hievon sind auch veröffentlicht in unserer 2. Aufl. „Handb. d. Verm., I. Band, 1877,“ S. 270—271). Bei der grossen Zahl solcher Einzelwinkel (z. B. auf Mannheim sind 59 Winkel zwischen 14 Richtungen vorhanden) musste vor allem Horizontausgleichung stattfinden, über welche aber kaum Nachweise gegeben werden können; es wurden eben schliesslich gewisse einzelne Winkel auf jeder Station herausgemittelt und als unabhängige Winkel in das Netz eingeführt.

Wo man die Geschichte der trigonometrischen Ausgleichungen verfolgt, findet man namentlich bei Praktikern (bis in die jüngsten Jahrzehnte) eine lange Scheu, von dem Euklidischen Begriff des Winkels die geodätische Abstraktion der „Richtung“ zu bilden. So auch in Baden um 1840—1850. Von dem Gerling schen Buch von 1843 (vgl. Einleitung S. 5) findet sich keine Einwirkung in Rheiners Rechnungen.

Es scheinen *eigene* Theorien, die sich auch an die Namen der Gebrüder Dienger knüpfen, damals in Baden wirksam gewesen zu sein (von Professor Dienger in Karlsruhe, Handb. d. Vermessungskunde. 4. Aufl. I. Bd.

ruhe haben wir eine spätere Schrift „Ausgleichung der Beobachtungsfehler, Braunschweig 1857,“ mit vielen geodätischen Anwendungen).

Wir wollen das an dem Beispiele des Heitersheimer Basisnetzes (S. 528 rechts unten) zeigen.

Es sind 18 einzelne Winkel als gemessen eingeführt, (deren Verteilung jedoch aus der Figur von S. 528 unten nicht ersehen werden kann), das Netz bietet 10 Bedingungsgleichungen, worunter 3 Seitengleichungen. Es schiene somit nach heutiger Anschauung angezeigt, 10 Correlatengleichungen zu bilden und die 18 Winkelkorrekturen in den 10 Correlaten auszudrücken. Statt dessen verfährt die offizielle Rechnung umständlicher so: Es seien $x_1 x_2 x_3 \dots x_{18}$ die zu findenden Winkelkorrekturen, und die 10 Bedingungsgleichungen allgemein ausgedrückt durch:

$$\left. \begin{array}{l} a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_{18} x_{18} + w_1 = 0 \\ b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 \dots + b_{18} x_{18} + w_2 = 0 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 \dots + k_{18} x_{18} + w_{18} = 0 \end{array} \right\} \quad (1)$$

wozu die Minimumsgleichung gehört:

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{18}^2 = \text{Minimum}$ (2)
Nun wurden die Gleichungen (1) und (2) differenziert.

$$\left. \begin{array}{l} a_1 dx_1 + a_2 dx_2 + a_3 dx_3 + \dots \quad a_{18} dx_{18} = 0 \\ b_1 dx_1 + b_2 dx_2 + b_3 dx_3 + \dots \quad b_{18} dx_{18} = 0 \end{array} \right\} \quad (3)$$

$$x_1 dx_1 + x_2 dx_2 + x_3 dx_3 + \dots + x_{18} dx_{18} = 0 \quad (4)$$

Eine Zahl von 10 einzelnen Differentialen dx_1 etc. wurde mittelst der 10 Gleichungen (3) in den 8 übrigen Differentialen ausgedrückt und in (4) substituiert, worauf hier alle Coefficienten der noch vorhandenen Differentiale einzeln gleich Null zu setzen waren, um 8 Gleichungen für die 8 unabhängigen x zu erhalten. Diese 8 Gleichungen wurden zuerst für sich aufgelöst und führten dann auch zur Bestimmung der übrigen x .

Es ist bekannt, dass dieses die Art und Weise ist, mittelst welcher man die Correlatenmethode analytisch zu begründen pflegt; die numerische Anwendung ist aber offenbar umständlicher als die Correlatenmethode selbst, doch hat dieses auf die Schlussergebnisse keinen Einfluss. Die Quadratsumme der übrigbleibenden Fehler wurde im obigen Falle = 88,68, woraus bei 10 Bedingungsgleichungen der mittleren Winkelfehler = $\pm 2,95^\circ = \pm 0,95''$ folgt.

In dieser schwerfälligen, aber den badischen Geodäten von 1840—1850 zur Ehre gereichenden Weise, (wobei auch z. B. die Coefficienten $\frac{\mu}{\varrho} \cotg$ der linearen Seiten-
gleichungen 7 stellig, ebenso genau wie die Dreieckswinkel selbst gerechnet wurden) — ist dann in der heute noch üblichen Weise Netz an Netz mit Zwangsanschlüssen ge-
reicht worden, so dass das Ganze mit 21 Partialnetzen weit über die badischen Grenzen hinaus zum Anschluss an Hessen, Würtemberg, Schweiz und Frankreich durchgeführt wurde. Wir wollen dieses hier nur soweit verfolgen, als das Netzbild S. 528 gestattet.

Das Heitersheimer Basisnetz haben wir schon oben bei den Gleichungen (1)–(4) durchgenommen, der Übergang von dem kleinen Basisnetz zu der französischen Basis Sausheim-Oberhergheim und zur Anschlussseite Belchen-Catharina ist formell in ein Netz zusammengefasst, besteht aber sachlich aus *fünf* Partialnetzen, deren jedes immer

nur *einen* neuen Punkt hinzufügt (offenbar Wirkung der schwerfälligen Ausgleichungsmethode).

Als dritte Gruppe ist die lange Kette von Catharina-Belchen bis zu der Basis Speyer-Oggersheim zu nennen, welche nach dem Netzbilde S. 528 den Rückgrat des Ganzen bildet. Diese Gruppe bietet in sich selbst 15 Dreiecksgleichungen nebst einer Horizontgleichung und einer Seitengleichung um Speyer, also 17 innere Bedingungsgleichungen. Dazu treten aber die 2 äusseren Zwangs-Gleichungen für den Basisanschluss (eine durchlaufende Seitengleichung) und für Identität der geographischen Orientierung durch die *zwei* Azimute Belchen-Catharina und Mannheim-Speyer (letzteres durch das Hilfsdreieck Mannheim-Speyer-Oggersheim mit der Basis Speyer-Oggersheim verbunden). Das Netz als Ganzes giebt mit seinen 19 Bedingungsgleichungen einen mittleren Winkelfehler von $\pm 4,51'' = \pm 1,46''$.

Nun ging es nördlich zu den Punkten Donnersberg, Klobberg, Melibocus u. a., welche auf S. 174 dargestellt sind (in dem Netze das erstmals in „Astr. Nachr. 75. Band, 1870,“ S. 289—306 als Nachweis für die Genauigkeit süddeutscher Triangulierungen von uns veröffentlicht worden war). Nach Vollendung der ganzen Ausgleichung, mit ihren 17 bzw. 21 Partialnetzen, wurde ein rechtwinkliges Coordinatenystem nach Soldner scher Art, angelegt mit der Sternwarte Mannheim als Nullpunkt, $+x$ nach Süden, $+y$ nach Westen, worauf dann 1852 die vorzügliche badische Katastervermessung in solidester Weise aufgebaut werden konnte.

Im Übrigen auf die Autographie selbst oder auch den Abschnitt in „Jordan-Steppes, Deutsches Vermessungswesen 1882, I,“ S. 270—285 verweisend, wollen wir hier nur diejenigen Genauigkeitsrechnungen vorführen, welche aus den Dreiecksschlüssen nach der internationalen Formel gewonnen werden können:

Auf S. 54—57 der Autographie sind 121 Dreiecke mit ihren Schlussfehlern angegeben, von denen aber nur 86 badischen Messungen zugehören; die 35 übrigen sind von den Nachbarstaaten entlehnt und werden auch zum Teil auf die theoretische Summe $200'' + \text{Excess}$ bereits ausgeglichen vorgeführt. Die 86 badischen Dreiecke geben die Quadratsumme der Widersprüche in Sekunden neuer Teilung = 6215,24, also den mittleren Winkelfehler:

$$m = \sqrt{\frac{6215,24}{86 \cdot 3}} = \pm 4,908'' = \pm 1,590'' \quad (5)$$

oder in anderer Form:

$$m = \sqrt{\frac{652,45}{86 \cdot 3}} = \pm 1,590'' \quad (6)$$

Statt der alten Seiten- und Basis-Anschlüsse aus der Zeit von 1850 können wir nun seit der Herausgabe des Rheinischen Dreiecksnetzes 1882 des geodätischen Instituts, die an Objektivität und Unabhängigkeit nichts zu wünschen übriglassenden Vergleichungen zwischen alten badischen Dreiecksseiten und Dreiecksseiten des geodätischen Instituts vornehmen (im Nachfolgenden S. 532):

Die Pfeilerbauten und Punktfestlegungen für das Rheinische Dreiecksnetz auf badischem Gebiete waren 1868—1872 vom Verfasser besorgt worden, und ich hatte namentlich alles gethan, um die neuen Punkte in das alte badische Coordinatenystem mit dem Nullpunkt Mannheim genau einzubinden. Die badischen Coordinaten der neuen Punkte sind in unserer 2. Aufl. „Handb. d. Verm., II. Band, 1878,“ S. 450

mitgeteilt (dagegen fehlen sie in der Veröffentlichung des geodätischen Instituts, *Rheinisches Dreiecksnetz II*, 1882, wie auch die Lagepläne, die Höhen und andere Einzelheiten dort weggelassen sind —).

Mit diesen badischen Coordinaten haben wir alsbald nach dem Erscheinen des *Rheinischen Dreiecksnetzes* 1883, Vergleichungen berechnet, welche zuerst in der „*Zeitschr. f. Verm.* 1884,“ S. 77 mitgeteilt sind, wie auch in Nachstehendem zu sehen ist, wo mit Rh_1 und Rh_2 die zwei Ausgleichungen des *Rheinischen Dreiecksnetzes* unterschieden sind, welche schon in § 132 S. 517 erwähnt wurden.

Seite.	$\log \frac{Rh_1}{Rh_2}$	\log Bad.	Bad.—Rhein.
Mannheim-Durlach	4.736 2660 4.736 2651	4.736 2765	\log + 0.000 0105 114
Königsstuhl-Katzenbuckel . . .	4.378 5264 4.378 5259	4.378 5363	0.000 0101 104
Königsstuhl-Durlach	4.686 1360 4.686 1356	4.686 1437	0.000 0077 81
Katzenbuckel-Durlach	4.822 6414 4.822 6409	4.822 6505	0.000 0091 96
Durlach-Hornisgrinde	4.683 2435 4.683 2426	4.683 2449	0.000 0014 23
Hornisgrinde-Feldberg	4.917 6656 4.917 6644	4.917 6674	0.000 0018 30
Mittel			+ 0.000 0071

Die logarithmische Differenz 0,000 0071 entspricht $7,1 : 0,434 = 16$ Milliontel der Länge oder 16 Millimeter auf 1 Kilometer, und nahezu ebenso gross, nämlich 0,000 0085 oder 19 Milliontel beträgt die Änderung des Massstabsverhältnisses innerhalb des badischen Gebietes. Beides sind sehr befriedigende Ergebnisse.

§ 136. Hessen.

Im Jahre 1808 wurde durch *Eckhardt* und *Schleiermacher* zwischen Darmstadt und Griesheim eine 7,7^{km} lange Basis mit drei Messstangen von je 4 Toisen Länge, aus Kiefernholz gemessen. Als Normalmass diente eine noch heute auf dem Darmstädter Museum befindliche Toise von Lenoir. Die definitive Annahme für die Basislänge ist 3976,087 Toisen = 7749,5379^m (vgl. die Dreiecksberechnung von Nell, „*Zeitschr. f. Verm.* 1881,“ S. 109, nämlich 3099,815 hess. Klafter (zu 2,5^m) = 7749,5375^m). Die Winkelmessung geschah durch Theodolite mit centesimaler Teilung, mit 20 facher Repetition.

Für die Ausgleichung der Triangulierung wurde in Hessen schon sehr frühzeitig die Methode der kleinsten Quadrate angewendet, und zwar in einer Form, welche *Schleiermacher* (geb. etwa um 1780, gest. 1844) dafür fand, dieselbe besteht darin, dass man bei der Ausgleichung von Winkeln, welche in einzelnen Dreiecken mit Polygonschlussproben gruppiert sind, die einzelnen Dreiecke zuerst vorläufig auf $180^\circ + \varepsilon$ ausgleicht, und dann die Seitengleichungen und Horizontgleichungen von den Dreiecksgleichungen trennt, indem die Correlaten der letzteren möglichst früh eliminiert werden. Es wird hiebei der Umstand, dass die Dreiecksgleichungen nur je