Handbuch der Vermessungskunde

Jordan, Wilhelm

Stuttgart, 1895

§ 142. Rückwärtseinschneiden mit mehreren Standpunkten

urn:nbn:de:hbz:466:1-83060

Einen Bericht über S. 241 u. ff. dieses Werkes, Basisanschlüsse betreffend, haben wir in „Z. f. V., 1894," S. 220—222 gegeben; auch gehört hiezu: „Verbindung und Vergleichung geodätischer Grundlinien, zusammengestellt im Centralbureau der internationalen Erdmessung, von Dr. Fr. Kühnen, Verhandl. d. X. allgem. Konferenz d. internat. Erdmessung zu Brüssel, 1892," S. 518—546. „Zeitschr. f. Verm., 1894," S. 75—79.

Nachträge.

Die Neubearbeitung dieses im Sept. 1893 unerwartet rasch im Buchhandel vergriffenen Bandes ist aus verschiedenen Gründen nicht ganz in einem Zuge möglich gewesen, und es sind am Schlusse noch einige Ergänzungen zu früheren Kapiteln angewachsen.

§ 142. Rückwärtseinschneiden mit mehreren Standpunkten.

Von der Triangulierung der Stadt Hannover, deren Netz auf S. 408—409 gegeben ist, hat sich im Jahre 1894 eine Gruppen-Ausgleichung von 5 unter sich polygonometrisch verbundenen Punkten ergeben, welche als praktisches Beispiel zu Kap. III hier noch eine Stelle finden mag (vgl. auch „Zeitschr. f. Verm. 1895", S. 273—276).

Bei Stadttriangulierungen kann es oft vorkommen, dass man von einem Platze aus zwar eine genügende Zahl von Türmen oder anderen bereits durch Coordinaten bestimmten Hochpunkten sehen, aber sie nicht auf *einen* Theodolitstandpunkt zusammenbringen kann. Wie man trotzdem alles in eine Ausgleichung zusammenfassen kann, wollen wir an dem nachfolgenden Beispiele zeigen:

Der Lageplan (Fig. 1. S. 555) zeigt den Königsworther Platz in Hannover, von welchem aus 7 trigonometrische Punkte gesehen werden können, aber nie von *einem* Punkte aus mehr als 4, weil die Gebäude, Bäume u. s. w. die Sichten stören. Nach vielem Absuchen wurden 4 Standpunkte A, B, D, E ausgewählt, welche mit einem Hilfspunkte C als Polygon zusammen gemessen wurden und dadurch in die nötigen Centrierungsverbindungen gebracht wurden. Zugleich wurden auch 2 Kontrollbolzen a und b gesetzt, welche zu der nachfolgenden Ausgleichung zwar in keiner Beziehung stehen, aber doch, um alles Technische zu erwähnen, auch mit aufgeführt werden sollen. (Die Festlegungen von A, B, C, D, E sind mit Eisenbolzen nach „Handb. d. Verm. II. Band, 4. Aufl., 1893", S. 281 und die Punkte a und b nach S. 364 ebendas. gemacht.) Die 6 Entfernungen $A B = 22{,}783$ m, $B E = 60{,}276$ m u. s. w. sind mit gewöhnlichen Messlatten auf wenige Millimeter genau erhalten. Der beste Punkt ist A mit 4 Sichten: Martin, Wasserturm, Hochschule S. und S O.; auch B hat noch 3 Sichten: Martin, Wasserturm, Solms, während E und D nur noch je 2 Sichten: Palmenhaus, Christus und Hochschule, Christus haben.

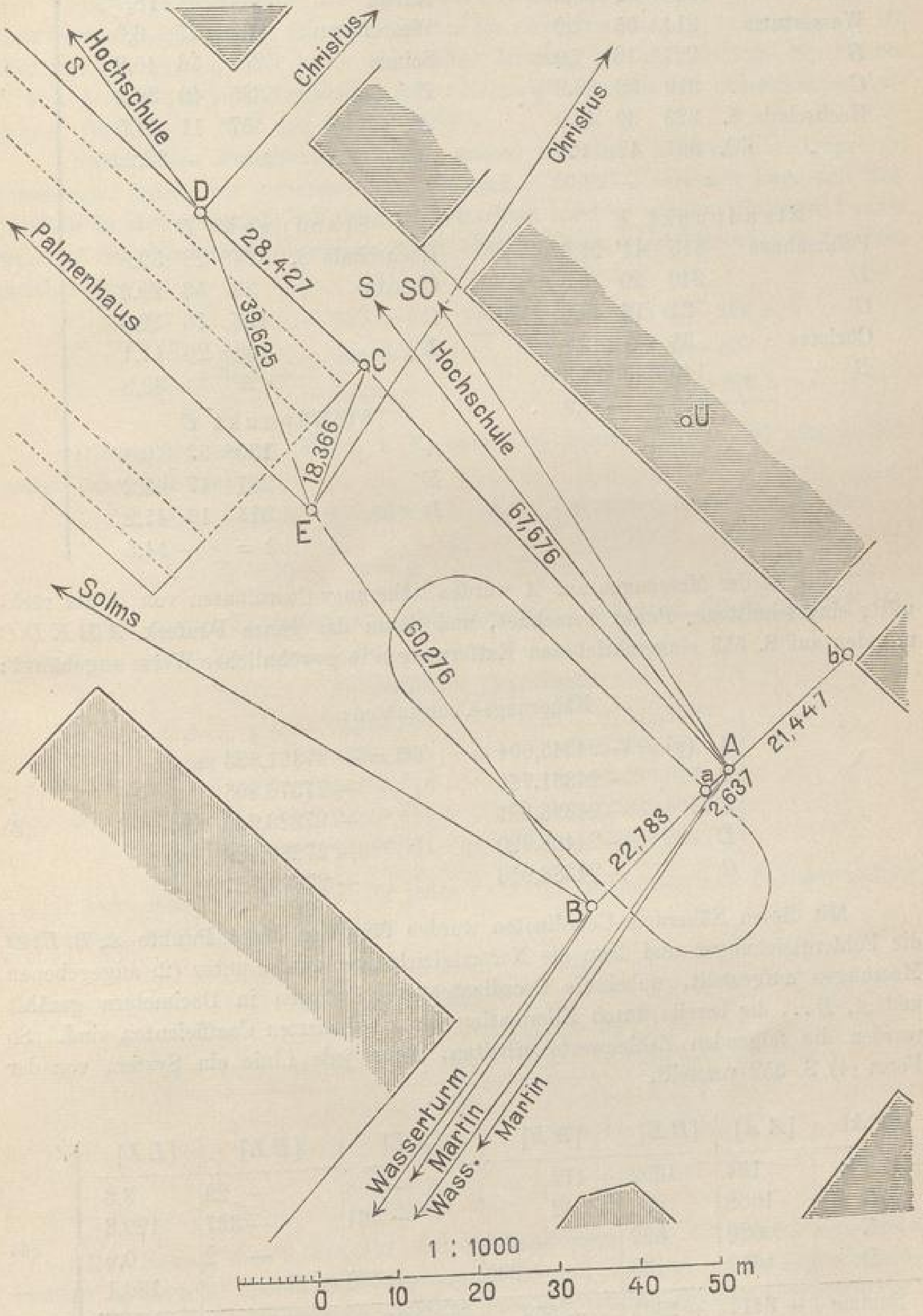
Wir wollen zuerst die Coordinaten aller gegebenen Punkte und die genähert orientierten Messungs-Abrisse geben:

festgegebene Punkte:

Martin, Turm	$y = -25273{,}930$ m	$x = -28710{,}901$ m	
Wasserturm	$-25538{,}488$	$-29071{,}474$	
Solms, Turm	$-24695{,}660$	$-27176{,}634$	
Palmenhaus	$-25977{,}983$	$-25706{,}108$	(1)
Hochschule S. Turm	$-24709{,}769$	$-26868{,}278$	
„ SO. „	$-24667{,}066$	$-26851{,}965$	
Christus, Turm	$-24158{,}271$	$-26989{,}625$	

Fig. 1.

Königsworther Platz in Hannover.



Messungsabrisse, genähert orientiert mit Zufügung der Verdrehung z nach der Ausgleichung:

Standpunkt A

Martin	214°	32′	50,5″
Wasserturm	214	55	2,9
B	227	12	7,9
C	319	32	58,2
Hochschule S.	323	30	43,0
„ SO.	327	42	9,2
	$z =$		$-29,0$

Standpunkt E

Palmenhaus	315°	41′	25,8″
D	340	20	5,3
C	21	16	49,6
Christus	35	7	49,8
B	140	49	25,8
	$z =$		$-9,9$

Standpunkt B

Martin	214°	22′	18,7″
Wasserturm	214	47	6,0
Solms	300	56	40,3
E	325	49	32,9
A	47	11	44,0
	$z =$		$-32,2$

Standpunkt D

Hochschule S.	324°	28′	52,9″
Christus	39	53	29,3
C	135	16	52,9
E	160	20	11,1
	$z =$		$-39,8$

Standpunkt C

A	139°	33′	0,0″
E	201	17	5,2
D	315	16	41,2
	$z =$		$-14,5$

(2)

Mittelst der Messungen auf A wurden Näherungs-Coordinaten von A als rückwärts eingeschnittener Punkt berechnet, und daran das ganze Fünfeck $ABEDC$ mit den auf S. 555 eingeschriebenen Entfernungen in gewöhnlicher Weise angehängt:

Näherungs-Coordinaten:

	$(y) =$	$(x) =$
A	$-24345,004$ m	$-27361,323$ m
B	$-24361,720$	$-27376,805$
E	$-24395,581$	$-27326,940$
D	$-24408,920$	$-27289,629$
C	$-24388,916$	$-27309,827$

(3)

Mit diesen Näherungs-Coordinaten wurden für jeden der 4 Punkte A, B, E, D die Fehlergleichungen und dann die Normalgleichungen zu den unter (2) angegebenen Messungen aufgestellt, wobei die Coordinatenverbesserungen in Decimetern gezählt und A, B . . . die bereits durch Elimination der z reduzierten Coefficienten sind. So wurden die folgenden Zahlenwerte erhalten, deren jede Linie ein System von der Form (4) S. 352 vorstellt.

Punkt	$[AA]$	$[BB]$	$[AB]$	$[AL]$	$[BL]$	$[LL]$
A	164	1392	+ 472	− 8	− 22	3,3
B	1008	888	+ 942	− 361	− 337	129,3
E	620	592	− 606	+ 2	− 2	0,0
D	1619	33	− 230	− 470	+ 67	136,1
Summe	+ 3411	+ 2905	+ 578	− 837	− 294	+ 268,7

(4)

Ehe wir weiter gehen, wollen wir die Einzelbestandteile betrachten: Der Punkt A für sich würde eine ganz gewöhnliche Ausgleichung als Rückwärtsschnitt geben, ähnlich wie S. 351, weil auf dem Punkte A die Zahl von 4 Richtungen, also eine überzählige vorhanden ist. Der Punkt B mit 3 Richtungen giebt zwar auch noch Normalgleichungen in dem gewöhnlichen Sinn mit Gewichten ($p_y = 12$ und $p_x = 10$) aber mit $[l\,l\,.\,2] = 0$, weil keine überzählige Messung da ist. Endlich die Punkte E und D mit nur je 2 Richtungen geben Normalgleichungen mit unbestimmter Auflösung, Gewichte = Null und $[l\,l\,.\,2]$ = Null.

Nach diesen Zwischenbemerkungen fassen wir alle 4 Systeme der Gruppe (4) zusammen, indem wir annehmen, das Fünfeck $A\,B\,E\,D\,C$ sei nach Lage und Verdrehung in sich selbst als fehlerfrei zu betrachten, oder es werden alle seine Punkte *dieselben* Coordinatenverbesserungen δ_x, δ_y erhalten, kurz wir bilden aus (4) die Endgleichungen:

$$\begin{array}{lll} \underline{3411\,\delta_x} + 578\,\delta_y - 837 = 0 & \qquad & \underline{+2905\,\delta_y} + 578\,\delta_x - 294 = 0 \\ \qquad \underline{+2905\,\delta_y} - 294 = 0 & & \qquad \underline{+3411\,\delta_x} - 837 \\ \qquad\qquad \underline{+268{,}7} & & \qquad\qquad \underline{+268{,}7} \end{array}$$

Dieses in üblicher Weise, z. B. nach dem Schema von S. 343 oder S. 351, weiter behandelt giebt:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_y = +0{,}05^{dm} \pm 0{,}06^{dm} & \delta_x = +0{,}23^{dm} \pm 0{,}06^{dm} \\ [l\,l\,.\,2] = 56 \quad , & m = \sqrt{\frac{56}{5}} = \pm 3{,}3'' \end{array}\right\} \tag{5}$$

Diese δ_y und δ_x werden zu *allen* Näherungs-Coordinaten (3) hinzugefügt und geben:

Ausgeglichene Coordinaten

$$\left.\begin{array}{lll} A & y = -24344{,}999^m & x = -27361{,}300^m \\ B & \quad\; -24361{,}715 & \quad\; -27376{,}782 \\ E & \quad\; -24395{,}576 & \quad\; -27326{,}917 \\ D & \quad\; -24408{,}915 & \quad\; -27289{,}606 \\ C & \quad\; -24388{,}911 & \quad\; -27309{,}804 \end{array}\right\} \tag{6}$$

Damit kann man nun auch noch für jeden Punkt die trigonometrische Fehlerverteilung ausrechnen, wodurch man bekommt:

$$\begin{array}{lrr} \text{Punkt } A & [v^2] = 21{,}7 & \text{mit } 4 - 1 = 3 \\ \qquad\; B & 8{,}3 & 3 - 1 = 2 \\ \qquad\; E & 21{,}8 & 2 - 1 = 1 \\ \qquad\; D & 6{,}1 & 2 - 1 = 1 \\ \hline & 57{,}9 & 11 - 4 = 7 \\ & & \text{und } 7 - 2 = 5 \end{array}$$

$$m = \sqrt{\frac{58}{5}} = 3{,}4'' \tag{7}$$

Der Nenner $7 - 2$ entsteht aus 11 Richtungen mit 4 Orientierungs-Unbekannten z, und 2 Coordinaten-Unbekannten δ_x und δ_y. Der so in (7) erhaltene mittlere Fehler einer gemessenen Richtung $m = 3{,}4''$ stimmt genügend mit $m = 3{,}3''$ von (5).

Die vorstehende Ausgleichung hat ihren Zweck vollständig erreicht, nämlich Zusammenfassung aller der 7 auf dem Königsworther Platze (S. 555) nicht zusammen sichtbaren Richtungen, und wir wüssten kaum ein anderes einfaches Mittel, um eine Ausgleichung des vorliegenden Falles zu Stande zu bringen und zudem haben wir 5 gute Polygonpunkte zu Anschlüssen nach allen Richtungen gewonnen.

Unbenützt geblieben sind bei unserer Behandlung die Richtungsanschlüsse zwischen den fernen Zielpunkten und den Polygonpunkten selbst, weil auch bei guter Centrierung auf so kurze Entfernungen, die Polygonrichtungen unbedingt ungenauer sind als die Netzrichtungen.

Auch kann man noch fragen, ob durch die Ausgleichung das Polygon nicht eine *Drehung* erfahren habe, welche die konstante Coordinatenverschiebung unrichtig machen würde. Nähere Nachrechnung, welche wir hier nicht mehr vorführen, zeigt, dass auch die Verdrehung unschädlich geblieben ist.

§ 143. Genauigkeitsangaben von Stadt-Triangulierungen.

Die Ausgleichungs-Statistik von S. 400—401 zu der Triangulierung der Stadt Hannover, mit dem Netzbilde S. 408—409, welche sich auf die Messungen und Berechnungen bis 1893 bezieht, hat 1894 noch eine Fortsetzung erfahren mit 24 Punkten, welche mit zusammen 23 äusseren und 180 inneren Richtungen ebenso ausgeglichen sind, wie die früheren 114 Punkte (Formular S. 343 und S. 351). Wir haben also nun:

von 1891 bis 1893	114 Punkte	mit	437 + 497 =	934 Richtungen
„ 1894	24 „	„	23 + 180 =	203 „
Summe 1891 bis 1894	138 Punkte	mit	460 + 677 =	1137 Richtungen

Im Mittel hat 1 Punkt 8,2 Richtungen.

Wenn wir noch die 20 Punkte von Linden (links der Ihme S. 408) dazu zählen, so haben wir 158 Punkte mit rund 1300 Richtungen, welche teils vorwärts, teils rückwärts, zum Teil auch vorwärts *und* rückwärts eingeschnitten, und sämtlich nach den Formularen S. 343 und S. 351 ausgeglichen sind.

Als mittleren Richtungsfehler können wir nach S. 403 annehmen rund $m = \pm 5''$ und als Durchschnittswert der in den Ausgleichungen berechneten mittleren Coordinatenfehler war nach S. 404, für m_y und für m_x rund $= \pm 18^{mm}$. Dieser aus Durchschnittsberechnung erhaltene Wert ist auf S. 404 in den *mittleren* Fehler $\pm 22{,}5^{mm}$ näherungsweise umgesetzt worden, indessen zur Vergleichung mit den *nach*folgenden Angaben scheint sich jener Durchschnittswert $\pm 18^{mm}$ mehr zu eignen, oder der entsprechende mittlere Punktfehler $\sqrt{18^2 + 18^2} = \pm 25^{mm}$.

Aus den letzten Jahren haben wir in der „Zeitschr. f. Verm.“ mehrere ähnliche Mitteilungen, nämlich:

Berlin, „Zeitschr. f. Verm. 1891“, S. 393—394, Mitteilung von v. Höegh, dazu auch Netz I. Ordnung, „Zeitschr. f. Verm. 1881“, S. 12.

Strassburg, „Zeitschr. f. Verm. 1893“, S. 131, Mitteilungen von Rodenbusch.

Leipzig, „Zeitschr. f. Verm. 1895“, S. 108, Mitteilung von Händel.

Aus all diesen Angaben haben wir folgende Übersichtstabelle gebildet: