



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Algebra

Barth, Friedrich

München, 2000

Lösungen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83544](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83544)

Lösungen

Aufgaben zu 1.2

17/1. $A = l \cdot b$ (oder $A = a \cdot b$)

2. $V = a^3$

3. a) $S = 6a^2$

b) 6 cm^2 , 24 cm^2 , 96 cm^2 , 384 cm^2 . Zur doppelten Kantenlänge gehört (anscheinend) die vierfache Oberfläche.

4. a) $S = 2 \cdot (ab + bc + ac)$

b) $S_1 = 62 \text{ cm}^2$; $S_2 = 248 \text{ dm}^2$; $S_3 = 21062,5 \text{ cm}^2$.

18/5. a) $S : S' = 1 : 4$ b) $V : V' = 1 : 8$

6. a) Stablänge $\geq 12a$

b) $l = 4 \cdot (a + b + c)$; $l_1 = 40 \text{ cm}$; $l_2 = 80 \text{ dm}$; $l_3 = 1705 \text{ cm}$.

7. Kommutativgesetz der Multiplikation

8. a) z.B. $(\triangle + \square) + \circ = \triangle + (\square + \circ)$ (für alle $\triangle, \square, \circ \in \mathbb{B}$)

b) z.B. $(\triangle + \square) \cdot \circ = \triangle \cdot \circ + \square \cdot \circ$ (für alle $\triangle, \square, \circ \in \mathbb{B}$)

9. a) Ja; $0 \cdot 2 = 0^2 = 0$; $2 \cdot 2 = 2^2 = 4$.

b) z.B. mit $a = 1$ erhält er $1 \cdot 2 \neq 1^2 = 1$.

10. a)

a	b	$(a+b) \cdot (a-b)$	$a^2 - b^2$
5	2	21	21
14,5	5,7	177,76	177,76
$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{77}{144}$	$\frac{77}{144}$
1000	900	190000	190000

b) Es ist möglich, aber noch nicht sicher, daß die Gleichung gilt.

11. a) $x = 9 \cdot a$ ($x = \frac{3}{4} \cdot a$; $x = 4,5 \cdot a$)

b) $y = u + 15$

c) $z = v - 12,3$

d) $s = u + v$

e) $d = u - v$

f) $x = p \cdot q - 10$

g) $c = 5 \cdot (a + b)$

h) $u : 2 = \frac{4}{5} \cdot v + 3$

19/12. a) Wenn man zu x die Zahl 12 addiert, erhält man das Doppelte von y .
(Oder: x ist um 12 kleiner als das Doppelte von y .)

b) Das Fünffache von a ist gleich dem 3. Teil von b .

c) z ist um 1 kleiner als das Produkt von u und v .

d) Das Produkt aus der Summe und der Differenz der Zahlen p und q hat den Wert 1.

19/13. $y = 5 \cdot x$

14. $z = \frac{3}{12} \cdot n = \frac{1}{4} \cdot n$

15. $c = a \cdot b$

16. a) Z Zins, K Kapital, p Prozentsatz, t Zahl der Zinstage

b) $Z = 980 \text{ DM}$

17. a) $z = 1, 3, 5, \dots$; alle ungeraden Zahlen.

b) $n \in \{4, 5, 6, \dots\} = \mathbb{N} \setminus \{1, 2, 3\}$.

18. $z = 3 \cdot n, \quad n \in \mathbb{N}$.

19. a) $z = 4 \cdot n$

b) $z = 7 \cdot n$

c) $z = 12 \cdot n; \quad n \in \mathbb{N}$

20. $x = 10, 20, 30, \dots$; 1, 2, 5 und 10 sind die gemeinsamen Teiler.

21. a) Jeder Summand ist durch 2 teilbar, daher auch die Summe.

b) Einer der Faktoren ist gerade, also auch das Produkt.

22. a) $z = 4 \cdot n + 1, \quad n \in \mathbb{N}_0$ b) $z = 7 \cdot n + 5, \quad n \in \mathbb{N}_0$ c) $z = 10 \cdot n + 7, \quad n \in \mathbb{N}_0$

23. $10 \cdot n + 3 \quad (10 \cdot n; 10 \cdot n + 8)$

20/24. $y = 100 \cdot n + 50 + m; \quad n \in \{1, 2, \dots, 9\}, \quad m \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$.

25. Man erhält: 5, 7, 11, 17, also Primzahlen.

Nein, für $n = 5$ erhält man $25 = 5 \cdot 5$, für $n = 6$ erhält man $35 = 5 \cdot 7$.

26. Man erhält: 11, 13, 17, 23, 31, 41, 53, 67, 89, 101.

Nein, $n = 10$ (11) ergibt keine Primzahl, nämlich $121 = 11 \cdot 11$ ($143 = 11 \cdot 13$).

27. a) $\frac{2}{3}$ ist eine Bruchzahl (w); b) ... (f); c) ... (w);

d) ... (w);

e) ... (w);

f) ... (f).

28. $d = a \cdot b, \quad e = b \cdot c, \quad f = a \cdot c,$

$g = a \cdot e = a \cdot (b \cdot c), \quad h = b \cdot f = b \cdot (a \cdot c), \quad i = c \cdot d = c \cdot (a \cdot b).$

Aus dem Kommutativ- und Assoziativgesetz der Multiplikation folgt:

$g = h = i.$

29. a) $\frac{b+g}{g} \cdot \frac{b+g}{b} = \frac{b+g}{g} + \frac{b+g}{b}$

b) $a = 5 = 1 + 4 \Rightarrow b = 1, \quad g = 4$

$LS = \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{25}{4}; \quad RS = \frac{5}{4} + \frac{5}{1} = \frac{25}{4}$

$a = 2 + 3 \Rightarrow b = 2, \quad g = 3$

$LS = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{6}; \quad RS = \frac{5}{3} + \frac{5}{2} = \frac{25}{6}$

c) $a = 5 = 1\frac{2}{3} + 3\frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{5}{3}, \quad g = \frac{10}{3}$

$LS = \frac{5}{\frac{10}{3}} \cdot \frac{5}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{9}{2}; \quad RS = \frac{5}{\frac{10}{3}} + \frac{5}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2}.$

Aufgaben zu 1.3

- 25/1. a) Die Zahlen 3, 5 und 10 sind Terme (Regel 1). Nach Regel 3 sind daher auch $3 \cdot 5$ und $10 \cdot 10$ Terme. Damit ist $3 \cdot 5 - 10 \cdot 10$ ebenfalls ein Term (Regel 3).
b), c), d) analog zu a)
e) Die Variablen s und t sind Terme (Regel 2). Nach Regel 3 sind daher auch $s + t$ und $s - t$ Terme. Damit ist $(s + t) \cdot (s - t)$ ebenfalls ein Term (Regel 3).
f) analog zu e)
2. a) Term b) Term (!) c) kein Term d) kein Term e) Term (!)
f) Term g) kein Term h) kein Term ($\pm$!) i) Term
3. a) $(x + 2) + (3 - y)$ b) $(3 - y) - (x + 2)$ c) $(x + 2)(3 - y)$
d) $\frac{x + 2}{3 - y}$ e) $2(x + 2)$ f) $1 : (3 - y)$ g) $2 - (x + 2)(3 - y)$
h) $(x + 2) : ((3 - y) : (x + 2))$ i) $(x + 2) : (3 - y) : (x + 2)$
j) $(3 - y) : ((x + 2) : (3 - y))$ k) $(x + 2) - ((3 - y) - (x + 2))$
l) $1 : (x + 2) + 1 : (3 - y)$
4. a) $2 + ab$ b) $2 : (ab)$ c) $2ab$ d) $7 \cdot 5(x + 3)$
e) $7x(x + 3)$ f) $(x - 2)(x + 3) \cdot 7$ g) $\frac{10 - x \cdot 5}{3y} : 1\frac{1}{2}$
h) $\left(5y - \frac{9}{x - 1}\right) \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}$ i) $ac : b + a : \frac{b}{2c}$
k) $u : (5 : v) + 1$ l) $u : (5 : v + 1)$
5. a) $(5x + 1) : 3$ b) $5,7 : (u - v)$ c) $(4x - 7) : (3y)$
d) $5x : (3y)$ e) $(2x - 10) : (3 + y)$ f) $2a : b + b : 3$
g) $(5c + 1) : (8d) - 2c : d$
6. a) 100 b) 1 c) $\frac{1}{25} (= 0,04)$
- 26/7. a) $\frac{1}{6}$ b) 24 c) $\frac{8}{3} (= 2\frac{2}{3})$
8. a) $\frac{1}{4}$ b) 1 c) 4 d) 16
9. a) Der Term ist eine Differenz. Der Minuend ist ein Produkt mit der Klammer als 1. und 5 als 2. Faktor; in der Klammer steht die Summe aus x und y . Der Subtrahend ist 3.
b) Der Term ist ein Produkt. Sein erster Faktor ist die Summe aus x und y , sein zweiter Faktor die Differenz aus 5 und 3.
c) Der Term ist eine Summe. Ihr erster Summand heißt x ; der zweite Summand ist die Differenz mit dem Produkt von y und 5 als Minuend und der Zahl 3 als Subtrahend.
d) Der Term ist eine Summe. Ihr erster Summand heißt x ; der zweite Summand ist das Produkt aus y als erstem und der Differenz von 5 und 3 als zweitem Faktor.

- e) Der Term ist eine Differenz. Ihr Minuend ist die Summe aus x und dem Produkt von y und 5 ; der Subtrahend ist die Zahl 3 .
- f) Der Term ist eine Differenz. Ihr Minuend ist die Differenz aus u und v ; der Subtrahend heißt w .
- g) Der Term ist eine Differenz. Ihr Minuend heißt u , der Subtrahend ist die Differenz aus v und w .
- h) Der Term ist ein Quotient. Sein Dividend ist die Zahl 1 . Sein Divisor ist der Term in der eckigen Klammer; er ist das Produkt aus a als erstem Faktor und dem Quotienten von b und c als zweitem Faktor.
- i) Der Term ist ein Produkt. Sein erster Faktor ist der Quotient aus 1 und a , sein zweiter Faktor der Quotient aus b und c .
- j) Der Term ist ein Quotient. Sein Divisor heißt c . Der in der eckigen Klammer stehende Dividend ist selbst wieder ein Quotient, dessen Dividend die Zahl 1 und dessen Divisor das Produkt aus a und b ist.
- k) Der Term ist eine Summe. Ihr erster Summand ist der Bruch mit dem Zähler x und dem Nenner 3 , der zweite Summand ist der Kehrwert des ersten.
- l) Der Term ist ein Produkt. Sein erster Faktor ist die Summe aus dem Bruch $\frac{x}{3}$ und seinem Kehrwert; der zweite Faktor ist die Zahl 1 .

26/10. a) $z + 7y$ b) $uv - (u + v)$ c) $\frac{\frac{3}{7}}{5p + q : 3}$
 d) $(15 - t) \cdot (z : 5)$ e) $xy : (x + y)$ f) $b : (7(12 - 3a) + 1)$

11. a) $\left(7 - \frac{x}{2}\right)(x + 1)$ b) $10 : (2 - 3(x + 5))$

Aufgaben zu 1.4

- 29/1. a) 437 b) $-$ c) $-$ d) 0 e) $\frac{7}{30}$ f) $-$
2. a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{32}$ c) $-$ d) $1\frac{25}{26}$ e) $-$ f) 549 g) $-$
3. a) $-; -; 0; 15; 99$ b) $2; 28; 84; 170; 286$ c) $-; -; 1; 3; 6$
- 30/4. a) $\mathbb{N}_0$ b) $\mathbb{N}$ c) $\mathbb{N}_0$ d) $\{3, 4, 5, \dots\}$
 e) $\{0, 1, 2, 3\}$ f) $\{0, 1, 2\}$ g) $\mathbb{N}_0$
 h) $\{3, 4, 5, \dots\}$ i) $\{0, 1, 2\}$
5. a) $\mathbb{B}$ b) $\mathbb{B} \setminus \{0\}$ c) $\mathbb{B}$ d) $\{x | x \geq 3\}$
 e) $\{x | x \leq 3\}$ f) $\{x | x < 3\}$ g) $\mathbb{B}$
 h) $\{x | x \geq 2,5\}$ i) $\{x | x \leq 2,5\}$
6. a) $\mathbb{B}$ b) $\{y | y \geq 1\}$ c) $\{y | y \geq 3\}$ d) $\{y | y \geq 3\}$
 e) $\{y | y \leq 1\}$ f) $\{\}$ g) $\{y | y \leq 1\}$ h) $\{y | 1 \leq y \leq 3\}$

30/7. a) $\{x|x > 2\}$ b) $\{x|x > 0\}$ c) $\{\}$ d) $\{x|1 < x < 4\}$

8. a) 5 b) 5 c) - d) 0 e) 0

9. a) 35 b) - c) 0 d) - e) $\frac{124}{225}$

10. a) $D_x = \{x|x \geq 1\}$; b) $D_y = \{y|y \geq \frac{2}{3}\}$

Aufgaben zu 2.1

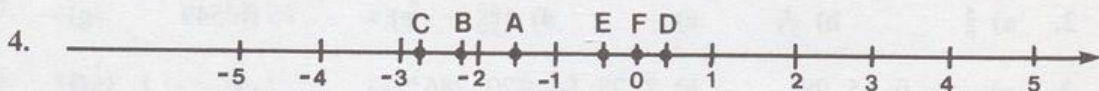
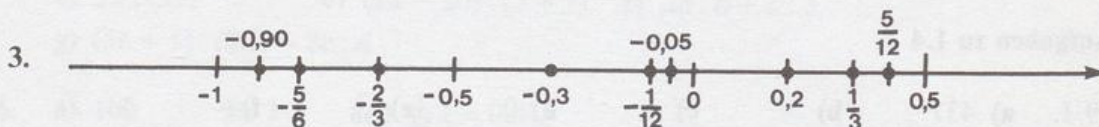
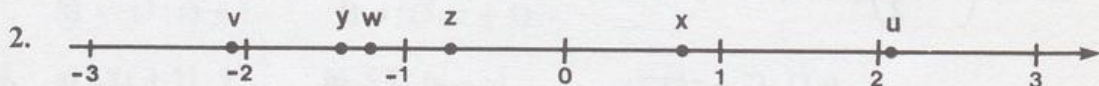
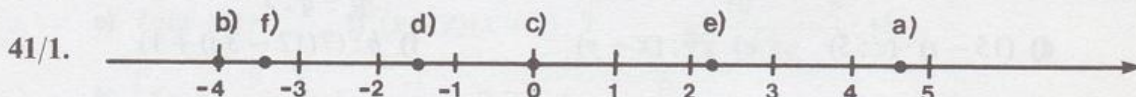
38/1. a) -7°C b) $-0,5^\circ\text{C}$ c) 8°C

2. 170,60 DM

3. a) Die Kattara-Senke liegt um 109 m tiefer als die Oase Siwa.

b) Man muß beim Aufstieg einen Höhenunterschied von 95 m, beim Abstieg einen Höhenunterschied von 204 m überwinden.

Aufgaben zu 2.2



a) -1,5 b) -2,2 c) $-2\frac{3}{4}$ d) 0,4 e) -0,4 f) 0

5. a) leere Menge, $\emptyset$

b) Menge aller positiven oder negativen rationalen Zahlen, $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$

c) Menge der natürlichen Zahlen, $\mathbb{N}$

d) Menge der natürlichen Zahlen, $\mathbb{N}$

e) Menge der nicht-negativen rationalen Zahlen, $\mathbb{Q}_0^+$

f) Menge der nicht-negativen rationalen Zahlen, $\mathbb{Q}_0^+$

g) Menge der nicht-positiven rationalen Zahlen $\mathbb{Q}_0^-$

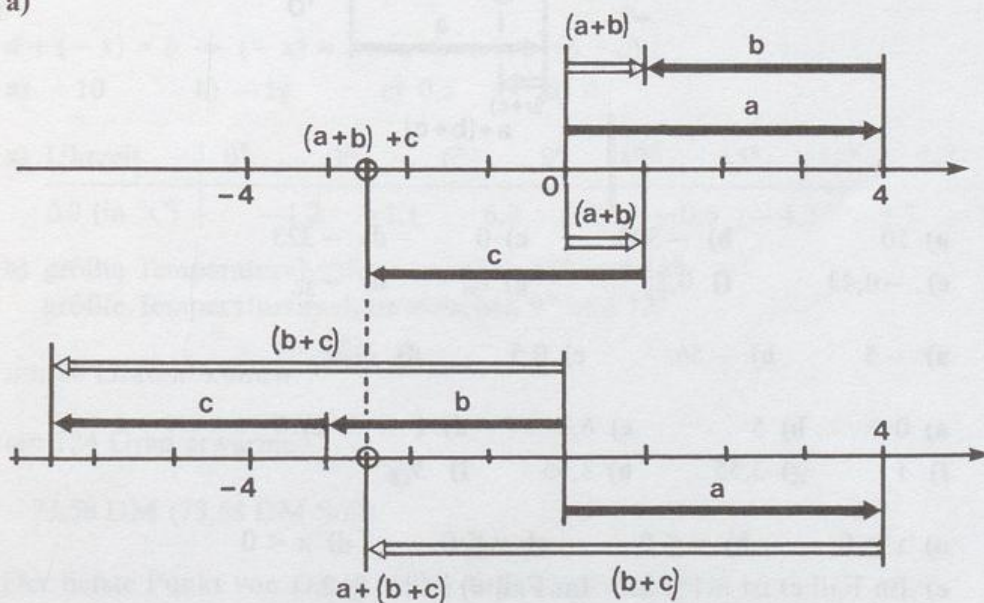
h) Menge mit dem einzigen Element 0, $\{0\}$

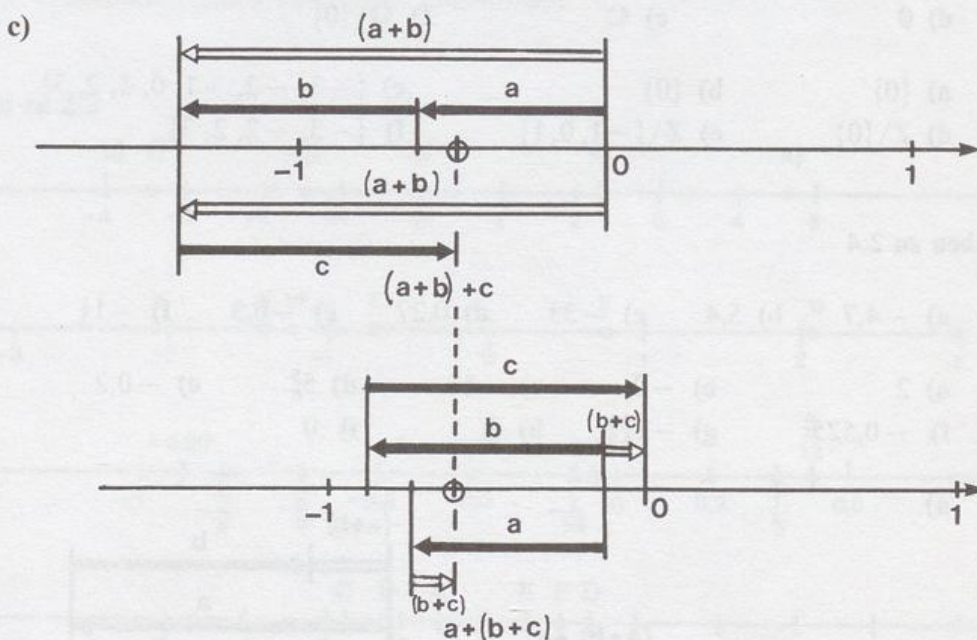
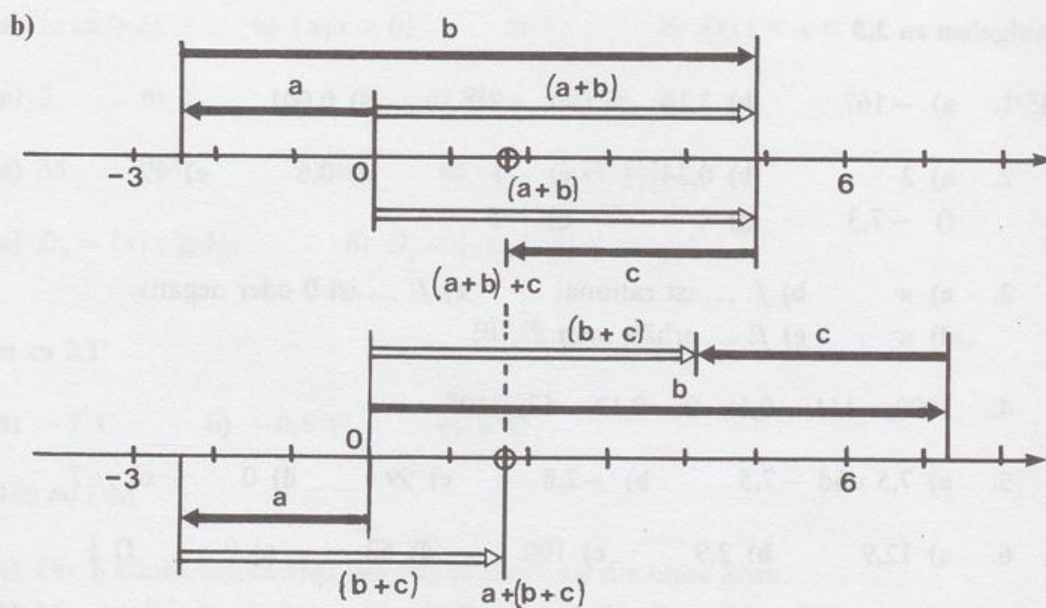
Aufgaben zu 2.3

- 45/1. a) -167 b) $3,14$ c) $-2\frac{10}{11}$ d) $0,001$
2. a) 2 b) $0,34$ c) -1 d) $0,6$ e) 49
 f) $-7,3$ g) 4 h) -5
3. a) w b) $f: \dots$ ist rational c) $f: \dots$ ist 0 oder negativ
 d) w e) $f: \dots$ erhält man $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$
4. $1000; 111; 0,1; 0; 0,12; 63; 10^6$.
5. a) $7,5$ und $-7,5$ b) $-2,8$ c) 99 d) 0 e) -7
6. a) $12,9$ b) $2,9$ c) 100 d) 62 e) 0 f) $\frac{1}{4}$
7. a) $\{-0,5; 0,5\}$ b) $\{-7; 7\}$ c) $\{0\}$
 d) $\emptyset$ e) $\mathbb{Q}$ f) $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$
8. a) $\{0\}$ b) $\{0\}$ c) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
 d) $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$ e) $\mathbb{Z} \setminus \{-1, 0, 1\}$ f) $\{-3, -2, 2, 3\}$

Aufgaben zu 2.4

- 53/1. a) $-4,7$ b) $5,4$ c) -33 d) $0,27$ e) $-0,3$ f) $-1\frac{1}{3}$
2. a) 2 b) -2 c) -11 d) $5\frac{5}{6}$ e) $-0,2$
 f) $-0,525$ g) $-1\frac{23}{45}$ h) $\frac{1}{14}$ i) 0
3. a)





- 53/4. a) 10 b) -300 c) 0 d) -323
 e) -0,43 f) 0,25 g) $2\frac{1}{6}$ h) $-\frac{1}{30}$

- 54/5. a) -5 b) -56 c) 0,5 d) $-\frac{37}{84}$

6. a) 0 b) 5 c) 6,4 d) 1 e) 7
 f) 1 g) 3,55 h) 3,55 i) $3\frac{1}{18}$

7. a) $x \geq 0$ b) $x \leq 0$ c) $x \leq 0$ d) $x < 0$
 e) Im Fall c) ist $|x| \leq 2$. Im Fall d) ist $|x| \geq 2$.

54/8. Die Vorzeichen von x und y sind

- a) gleich b) verschieden c) verschieden d) verschieden

- 58/1. a) -901 b) -1099 c) 901 d) $-2,7$ e) $1,05$
 f) $-1,25$ g) $-\frac{1}{40} (= -0,025)$ h) $8\frac{2}{21}$ i) $-3\frac{39}{55}$

2. a)

1. Fall: $a - b$ ist positiv und $|a - b| = |a| + |b|$, also $a - b = |a| + |b|$
2. Fall: $a - b$ ist negativ und $|a - b| = |a| + |b|$, also $a - b = -(|a| + |b|)$
3. Fall: $a - b$ ist positiv und $|a - b| = |a| - |b|$, also $a - b = |a| - |b|$
4. Fall: $a - b$ ist negativ und $|a - b| = |b| - |a|$, also $a - b = -(|b| - |a|)$
5. Fall: $a - b$ ist negativ und $|a - b| = |a| - |b|$, also $a - b = -(|a| - |b|)$
6. Fall: $a - b$ ist positiv und $|a - b| = |b| - |a|$, also $a - b = |b| - |a|$

b) Zwei Zahlen mit *verschiedenen Vorzeichen* werden subtrahiert, indem man ihre Beträge addiert und dieser Summe das Vorzeichen des Minuenden gibt.

Zwei Zahlen mit *gleichen Vorzeichen* werden subtrahiert, indem man vom größeren Betrag den kleineren abzieht und dieser Differenz das

$\left\{ \begin{array}{l} \text{gleiche} \\ \text{entgegengesetzte} \end{array} \right\}$ Vorzeichen (wie Minuend und Subtrahend) gibt, falls der Minuend den $\left\{ \begin{array}{l} \text{größeren} \\ \text{kleineren} \end{array} \right\}$ Betrag hat.

3. $x =$ a) -2 b) 4 c) -4 d) 2 e) $-1,2$
 f) $4,2$ g) $-4,2$ h) $1,2$ i) $-3\frac{1}{6}$ k) $-11\frac{1}{4}$ l) $777,77$

4. a) -10 b) -15 c) -152 d) 1 e) $-33\frac{71}{72}$ f) $8\frac{5}{6}$

5. a) -400 b) 0 c) $4,257$ d) $-1\frac{43}{180}$

59/6. $x + (-a) = b \Leftrightarrow x = b - (-a) = b + a$

- a) 2 b) $51,3$ c) $-\frac{34}{45}$ d) -1 e) -7 f) $6\frac{1}{18}$

7. $a + (-x) = b \Leftrightarrow (-x) = b - a \Leftrightarrow x = -(b - a)$

- a) -10 b) $-1\frac{7}{8}$ c) $0,5$ d) 0

8. a)	Uhrzeit	0^h	3^h	6^h	9^h	12^h	15^h	18^h	21^h	24^h
	$\Delta\vartheta$ (in $^{\circ}\text{C}$)	$-1,2$	$-1,1$	$6,2$	$8,3$	$-0,6$	$-4,2$	$-3,7$	$-1,5$	

- b) größte Temperaturabnahme zwischen 15^h und 18^h
 größte Temperaturzunahme zwischen 9^h und 12^h

9. um 86 Grad abkühlen

10. um 124 Grad erwärmen

11. $-73,58$ DM ($73,58$ DM Soll)

12. Der tiefste Punkt von Death Valley liegt 85 m unter NN.

Aufgaben zu 2.5

- 62/1. a) $0 < 0,1$ b) $3 > -1$ c) $-5,6 > -6,5$ d) $-\frac{7}{20} = -0,35$
 e) $-25 < 0$ f) $-0,99 < 0,01$ g) $0 = 0$ h) $-\frac{19}{24} (= -\frac{95}{120}) > -\frac{33}{40} (= -\frac{99}{120})$
 i) $-3 < -1$ k) $-1,4 < \frac{7}{5}$ l) $10 > -100$ m) $-57 > -75$

2. a) w b) f c) f d) f e) w f) w g) f h) w

- 63/3. a) Eine Ungleichung bleibt erhalten, wenn auf beiden Seiten dieselbe Zahl subtrahiert wird.

$$a < b \xrightarrow{S.62.1} a + (-c) < b + (-c) \xrightarrow{S.57.2} a - c < b - c$$

$$\begin{aligned} \text{b) } a - d < b - d &\xrightarrow{S.62.1} (a - d) + d < (b - d) + d \Leftrightarrow \\ (a + (-d)) + d < (b + (-d)) + d &\xrightarrow{A} (a + ((-d) + d)) < b + ((-d) + d) \\ \dots &\Leftrightarrow a < b. \end{aligned}$$

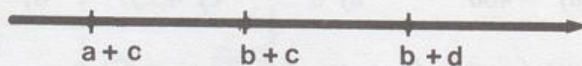
4. a) $-0,009 < 0$ bzw. $0 < 0,009$ (w) b) $0,009 < 0$ bzw. $0 < -0,009$ (f)
 c) $-\frac{1}{140} > 0$ bzw. $0 > \frac{1}{140}$ (f) d) $\frac{7}{600} > 0$ bzw. $0 > -\frac{7}{600}$ (w)
 e) $\frac{1}{75} < 0$ bzw. $0 < -\frac{1}{75}$ (f) f) $\frac{2}{495} > 0$ bzw. $0 > -\frac{2}{495}$ (w)

5. a) 3 Beispiele

- b) Entweder: Die verschiedenen Punkte a und b der Zahlengeraden werden um den gleichen Pfeil c verschoben. Man erhält verschiedene Punkte $a + c$ und $b + c$.
 Oder: Fallunterscheidung $a < b$ oder $b < a$ und jeweils Anwendung von Satz 62.1

6. a) 3 Beispiele

$$\begin{aligned} \text{b) } a < b &\Rightarrow a + c < b + c \\ c < d &\Rightarrow c + b < d + b \end{aligned}$$



Wegen $b + c = c + b$ liegt auf der Zahlengeraden $a + c$ links und $b + d$ rechts von $b + c$, somit also $a + c$ links von $b + d$.

- c) Aus $3 + 97 < 1 + 100$ (w) folgt nicht $3 < 1$ und $97 < 100$.

Aufgaben zu 2.6

- 69/1. a) -120 b) -480 c) 10125 d) $-0,7$ e) $52,44$
 f) $-0,4$ g) -7 h) $\frac{1}{8}$ i) $-8\frac{2}{3}$

2. $a = p > 0 \Rightarrow a^2 = p \cdot p > 0$ (Multiplikation in $\mathbb{Q}^+$)

$$a = 0 \Rightarrow a^2 = 0 \cdot 0 = 0 \text{ (Multiplikation in } \mathbb{Q}_0^+)$$

$$a = -p < 0 \Rightarrow a^2 = (-p) \cdot (-p) = p \cdot p > 0 \text{ (Definition 66.1)}$$

(oder mit Satz 66.1)

3. a) $1,21$ b) $0,0121$ c) 1024 d) $\frac{121}{144}$
 e) 0 f) $\frac{1}{196}$ g) $\frac{1}{196}$ h) $1\frac{29}{196}$

70/4. a) $a = p, b = q, c = -r$ ($p, q, r \in \mathbb{Q}^+$)

$$\Rightarrow (ab)c = (pq)(-r) = -((pq)r)$$

$$a(bc) = p(q(-r)) = p(-(qr)) = -(p(qr))$$

Wegen $(pq)r = p(qr)$ gilt also $(ab)c = a(bc)$.

b) $a = p, b = -q, c = -r$

$$\Rightarrow (ab)c = (p(-q))(-r) = (- (pq))(-r) = (pq)r$$

$$a(bc) = p((-q)(-r)) = p(qr)$$

Wegen $(pq)r = p(qr)$ gilt $(ab)c = a(bc)$.

c) $a = p, b = -q, c = -r$

$$\Rightarrow (ab)c = ((-p)(-q))(-r) = (pq)(-r) = -((pq)r)$$

$$a(bc) = (-p)((-q)(-r)) = (-p)(qr) = -(p(qr))$$

Wegen $(pq)r = p(qr)$ gilt $(ab)c = a(bc)$.

5. a) -111 b) 21400 c) -62,8 d) 66 e) 0 f) -2

6. Das aus den positiven Faktoren gebildete Teilprodukt ist positiv; jedes Paar von negativen Faktoren liefert wieder ein positives Produkt. Nur wenn ein negativer Faktor übrigbleibt, erhält man ein negatives Gesamtprodukt.

7. a) $<$, ohne Rechnung b) $156 > 150$ c) $-6 = -6$
d) $<$, ohne Rechnung e) $>$, ohne Rechnung f) $-3,25 < -3,24$

8. a) 24 b) 24 c) -6,5 d) -3

9. a) 5 b) -10 c) -56,25 d) 0 e) -8,2 f) $-2\frac{71}{80}$

10. a) -1225 b) 105 c) 5,5 d) $1\frac{1}{24}$

11. a) 10 b) 72 c) 51 d) 600 e) 2 f) 2 g) 2 h) 0

12. 1. Falls $a = 0$ oder $b = 0$, gilt: $|a \cdot b| = 0 = |a| \cdot |b|$

2. Falls a und b gleiche Vorzeichen haben, gilt (Satz 66.1):

$$a \cdot b = |a| \cdot |b| > 0, \text{ daher auch } |a \cdot b| = |a| \cdot |b| \text{ (Satz 44.2)}$$

3. Falls a und b verschiedene Vorzeichen haben, gilt (Satz 66.1):

$$a \cdot b = -(|a| \cdot |b|) < 0, \text{ also } |a \cdot b| = -(-(|a| \cdot |b|)) = |a| \cdot |b| \text{ (Satz 44.2)}$$

13. a) $T(-5) = 46$; $T(-2,3) = 15,49$; $T(0) = 1$; $T(2) = -3$

b) $T(3; -1,5) = 0$; $T(-8,3; -3,8) = 11,13$

c) $T(-12; 4; 18) = -1088$; $T(0,8; -1,25; -9,65) = -7,57$

d) $T(-22; -18; 33) = 66$; $T(-14,3; -5,8; -6,7) = -11,6$

74/1. a) -7 b) 7 c) -0,52 d) 1,8 e) 32 f) -160
g) $-\frac{1}{30}$ h) $7\frac{1}{7}$ i) $-\frac{5}{6}$

2. a) -5 b) $-1\frac{1}{3}$ c) $\frac{5}{7}$ d) $\frac{7}{12}$ e) -1 f) 1
g) -1 h) -1 i) 2 k) -1,6 l) $-\frac{1}{3}$ m) -16

75/3. a) -2 b) -4 c) $-0,6$ d) $48\frac{3}{4}$ e) $-6,25$ f) $1,4$

4. a) $0,1$ b) $-3,2$ c) $-6,05$ d) $60\frac{2}{3}$

5. a) $-1; 1$ b) $1; -1$ c) $0; -(!)$ d) $0,125; -8$
 e) $-\frac{2}{7}; 3,5$ f) $4,5; -\frac{2}{9}$ g) $-0,75; 1\frac{1}{3}$ h) $2\frac{3}{11}; -0,44$

6. Für $a \neq 0$ haben a und $-a$ entgegengesetztes, a und $\frac{1}{a}$ gleiches Vorzeichen; daher $-a \neq \frac{1}{a}$. (Für $a = 0$ existiert nur die Inverse bezüglich der Addition.)

Oder: Annahme $-a = \frac{1}{a} \Rightarrow -a^2 = 1$ (falsch!).

7. $x =$ a) -17 b) -4 c) $0,2$ d) $-\frac{1}{35}$
 e) 2 f) $0,5$

8. $L =$ a) $\{ \}$ b) $\mathbb{Q}$ c) $\{-1\}$ d) $\mathbb{Q}$

78/1. a) $-2x$ b) $5y$ c) $-2,3z$ d) $-abc$ e) abc f) $-abc$

2. 1) $a = p > 0 \Rightarrow \underline{a \cdot (-1) = p(-1)} \xrightarrow{\text{Def. 65.1}} \underline{-(p \cdot 1)} \xrightarrow{\text{N.}} \underline{-p = -a}$

2) $a = 0 \Rightarrow \underline{a \cdot (-1) = 0 \cdot (-1)} \xrightarrow{\text{Def. 66.2}} \underline{0 = -0 = -a}$

3) $a = -p < 0 \Rightarrow \underline{a(-1) = (-p) \cdot (-1)} \xrightarrow{\text{Def. 66.1}} \underline{p \cdot 1} \xrightarrow{\text{N.}} \underline{p = -a}$

(Es genügt auch, sich jeweils auf Satz 66.1 statt auf die Definitionen zu berufen.)

3. a) $(+) \cdot (+) \cdot (+) = +$, $(+) \cdot (+) \cdot (-) = (+) \cdot (-) \cdot (+) = (-) \cdot (+) \cdot (+) = -$
 $(+)(-)(-) = (-)(+)(-) = (-) \cdot (-) \cdot (+) = +$, $(-)(-)(-) = -$

b) $(-) \cdot (+) \cdot (-) \cdot (+) = +$ und $(+) \cdot (-) \cdot (-) \cdot (+) \cdot (-) = -$

4. a) $\frac{2m}{3}$ b) $\frac{m}{n}$ c) $-\frac{21st}{5qr}$

5. a) $m:7$ b) $n:5$ c) $p:(-4)$
 d) $q:(-4,5)$ e) $r:0,6$ f) $s:(-1,3)$

6. a) $x \cdot 2$ b) $y \cdot 6$ c) $z \cdot (-1,5)$
 d) $u \cdot 8$ e) $v \cdot 0,3$ f) $w \cdot (-1000)$

Aufgaben zu 2.7

80/1. $T_1 = T_2 =$ a) -24 b) $-176,77$ c) $33\frac{3}{4}$ d) 25

$$80/2. \quad a(b+c) \xrightarrow{\text{Einsetzen}} p((-q)+(-r)) \xrightarrow{\text{Satz 49.1}} p(-(q+r)) =$$

$$\xrightarrow{\text{Satz 66.1}} -(p(q+r)) \xrightarrow{(\text{D}) \text{ in } \mathbb{Q}^+} -(pq+pr);$$

$$ab+ac \xrightarrow{\text{Einsetzen}} p(-q)+p(-r) \xrightarrow{\text{Satz 66.1}} (-pq)+(-pr) =$$

$$\xrightarrow{\text{Satz 49.1}} -(pq+pr).$$

$$3. \quad a = -p; \quad b = -q; \quad c = -r \quad \text{mit} \quad p, q, r \in \mathbb{Q}^+$$

$$a(b+c) = (-p)((-q)+(-r)) \xrightarrow{\text{Satz 49.1}} (-p)(-(q+r)) =$$

$$\xrightarrow{\text{Satz 66.1}} p(q+r) \xrightarrow{(\text{D}) \text{ in } \mathbb{Q}^+} pq+pr;$$

$$ab+ac = (-p)(-q)+(-p)(-r) \xrightarrow{\text{Satz 66.1}} pq+pr.$$

$$4. \quad \text{a)} \quad 144x+27y \quad \text{b)} \quad -35xy+62,5 \quad \text{c)} \quad -0,8v+0,3w$$

$$\text{d)} \quad -48a+36b \quad \text{e)} \quad -2n^2-7n \quad \text{f)} \quad -\frac{4}{7}x-\frac{15}{28}y$$

$$5. \quad T_1 = T_2 = \quad \text{a)} \quad 4 \quad \text{b)} \quad -0,4 \quad \text{c)} \quad -5\frac{16}{21} \quad \text{d)} \quad 4\frac{5}{6}$$

$$6. \quad (a+b):c \xrightarrow{\text{Satz 74.1}} (a+b) \cdot \frac{1}{c} \stackrel{\text{D}}{=} a \cdot \frac{1}{c} + b \cdot \frac{1}{c} \xrightarrow{\text{Satz 74.1}} a:c+b:c$$

$$7. \quad \text{a)} \quad 2x+1,5y \quad \text{b)} \quad 1,6z^2-2,5 \quad \text{c)} \quad -0,8u+6v \quad \text{d)} \quad 0,3p+0,5q$$

$$82/1. \quad \text{a)} \quad -100 < -10 \quad \text{b)} \quad -0,85 < 0,9 \quad \text{c)} \quad -9 < 0$$

$$\text{d)} \quad -9 < 49 \quad \text{e)} \quad 1,4x > 0,7y \quad \text{f)} \quad -u > 40v$$

$$2. \quad \text{a)} \quad -0,4 < 0,2 \quad \text{b)} \quad -136 < 0 \quad \text{c)} \quad 3,24 > 2,7$$

$$\text{d)} \quad \frac{7}{3} < \frac{12}{5} \quad \text{e)} \quad -10 < 100 \quad \text{f)} \quad -0,4 > -\frac{7}{16}$$

$$83/3. \quad \text{a)} \quad 111 > -3 \quad \text{b)} \quad -8 < -7,5 \quad \text{c)} \quad 0,38 < 0,42 \quad \text{d)} \quad -197 < 0$$

$$4. \quad \text{Man erhält die Gleichung } 0 = 0.$$

$$5. \quad \text{a)} \quad x < 0 \quad \text{b)} \quad x = 0 \quad \text{c)} \quad x < 0 \quad \text{d)} \quad x > 0$$

$$84/1. \quad (\mathbb{I}_+) \text{ gilt in } \mathbb{Q}_0^+ \text{ nicht, da es zu den von 0 verschiedenen Zahlen noch keine Gegenzahlen gibt.}$$

$$2. \quad \text{Die Subtraktion kann durch Addition der Gegenzahl, die Division durch Multiplikation mit dem Kehrwert ersetzt werden (Satz 57.2; Satz 74.1). Die Existenz der inversen Elemente ist durch } (\mathbb{I}_+) \text{ und } (\mathbb{I}_-) \text{ gesichert.}$$

$$3. \quad \text{Nein! Man muß zusätzlich bei (N) und (I) 0 durch 1 ersetzen sowie bei (I) } -a \text{ durch } \frac{1}{a} \text{ ersetzen und die Einschränkung } a \neq 0 \text{ hinzufügen. Das Monotoniegesetz liefert nur für } c > 0 \text{ eine richtige Aussage; der Fall } c < 0 \text{ (»Umkehrung der Monotonie«) fehlt.}$$

4. Addition von c bedeutet auf der Zahlengeraden eine Verschiebung um den Pfeil c . Auch für $c < 0$ ändert sich dabei die Reihenfolge der Punkte a und b nicht ($a < b \Rightarrow a + c < b + c$). [Bei der Multiplikation bewirkt der Faktor -1 eine Spiegelung am Nullpunkt und damit eine Umkehr der Reihenfolge.]
5. b) Zum Beispiel:
 »Beim Abzieh'n in $\mathbb{Q}$ jedoch scheitern wir nie,
 denn dort arbeiten wir ja mit EKANI.«
 Oder:
 »In $\mathbb{Q}$ jedoch gibt es keinen Verdruß.
 Der Grund ist klar: Dort gilt auch I_+ .« usw.

Aufgaben zu 3.1

- 94/1. a) $= x + (-2,5 + 1,9) = x - 0,6$ b) $= (3\frac{1}{7} + \frac{1}{7}) - 2u = 3\frac{2}{7} - 2u$
 c) $= (a - \frac{15}{8}) - \frac{1}{8} = a + (-\frac{15}{8} - \frac{1}{8}) = a - 2$ d) 0
 e) $= (\frac{7}{4}g - 2,8) - (-2,8 + \frac{7}{4}g) = 0$
2. a) $= (12 \cdot \frac{17}{4}) \cdot x = 51x$ b) $= ((-\frac{3}{4}) \cdot (-\frac{8}{5})) \cdot r = \frac{6}{5}r$
 c) $= (2,1 \cdot (-1,2))s = -2,52s$ d) $3,75a$
 e) $-\frac{15}{4}a$ f) $= ((-\frac{55}{100}) \cdot (-\frac{28}{33}))c = \frac{7}{15}c$
3. a) 1 b) -7 c) a
4. a) $-5xy$ b) $360abc$ c) $2,89rst$
5. a) $24uvw$ b) $-0,45xy$ c) $12abc$
 d) $-abc$ e) $\frac{1}{3}xyz$ f) $50uvwxy$
6. a) $\frac{ab}{4c}$ b) $-\frac{2xz}{7y}$
7. a) $\frac{81m}{64n}$ b) $\frac{21rs}{t}$ c) $\frac{28xyz}{9uvw}$
8. a) $2,7x - 0,9$ b) $7r + 7s$ c) $3p - 3q$ d) $\frac{1}{14}a - \frac{2}{5}b$
 e) $3c + \frac{36}{5}d$ f) $48a + 40b$ g) $3x^2 - 5xy$ h) $-\frac{25}{2}a^2 + \frac{15}{7}a$
 i) $4xy + xyz$ j) $-6u - 15v$ k) $\frac{7}{18}rz - \frac{1}{2}z^2$ l) $\frac{3}{4}tx^2 + \frac{3}{2}sx^2$
9. a) $-x$ b) $6\frac{1}{2}x$ c) 0 d) $0,09b$ e) $6s$ f) $\frac{3}{14}v$
 g) $\frac{29}{24}xy$ h) $-rs$ i) $2,7uv$ j) $337abc$ k) $-0,297rst$ l) $-10x^2y$
10. a) $4x - 17$ b) $8a - 7$ c) $-0,04u - 0,02$
11. $a(bc) \stackrel{A}{=} (ab)c \stackrel{K}{=} (ba)c \stackrel{A}{=} b(ac)$
 $a(bc) \stackrel{A}{=} (ab)c \stackrel{K}{=} c(ab)$
 Also ist auch $b(ac) = c(ab)$, da beide dem Produkt $a(bc)$ gleich sind.

$$\begin{array}{ll}
 95/12. \text{ a) } abcd \stackrel{A}{=} ((ab)c)d = & \text{Oder: } abcd \stackrel{A}{=} ((ab)c)d = \\
 \stackrel{K}{=} d \cdot ((ab)c) = & \stackrel{A}{=} (ab) \cdot (cd) = \\
 \stackrel{K}{=} d \cdot ((ba)c) = & \stackrel{K}{=} (ba) \cdot (dc) = \\
 \stackrel{A}{=} d \cdot (b(ac)) = & \stackrel{K}{=} (dc) \cdot (ba) = \\
 \stackrel{K}{=} d \cdot (b(ca)) = & \stackrel{A}{=} ((dc)b)a = \\
 \stackrel{A}{=} (db) \cdot (ca) = & \stackrel{A}{=} (d(cb))a = \\
 \stackrel{A}{=} ((db)c)a = & \stackrel{K}{=} (d(bc))a = \\
 \stackrel{A}{=} dbca & \stackrel{A}{=} ((db)c)a = \\
 & = dbca
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b) } a(b+c+d) \stackrel{A}{=} a((b+c)+d) = \\
 \stackrel{D}{=} a(b+c) + ad = \\
 \stackrel{D}{=} (ab+ac) + ad = \\
 \stackrel{A}{=} ab+ac+ad
 \end{array}$$

13. a) $7x + (-3y) = 7x + (-3)y$ b) $(-2)a + (-5)b = (-2a) + (-5b)$
 c) $3 + (-x) + y$ d) $(-5u) + 3v + (-9)$
 e) $(-1) + (-2x) + (-3y)$ f) $5a + (-6b) + 7c + (-8d)$
14. a) $12xy + (-3,7uv)$ b) $8 + (-(a-b))$ c) $(3x-5y) + (-(2x+3y))$
 d) $(3u+5v) + (-(2u-3v-1)) + (-2v)$
15. a) $3x+10y$ b) $3x-4y$ c) $4y-x$ d) $x-10y$
 e) $10y-3x$ f) $-3x-10y$ g) $4a+b$ h) $4a+\frac{2}{3}b$
 i) $b-4a$ j) $-2\frac{2}{3}a-b$ k) $2\frac{2}{3}a-\frac{2}{3}b$ l) $-4a-b$
16. a) $2x+5xy-5,2$ b) $9,1x^2-5,2x-16$ c) $5ab+3,4a$
 d) $= -4\frac{5}{8}x - 3\frac{2}{3}x + 1\frac{17}{24}x + 3\frac{1}{2}y - 4\frac{3}{4}y + xy - xy =$
 $= -6\frac{7}{12}x - 1\frac{1}{4}y$

Aufgaben zu 3.2

- 99/1. 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100,
 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400,
 441, 484, 529, 576, 625.
2. 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000.
3. a) $= 64 + 625 - 196 - 343 = 150$ b) $= 729 - 81 + 125 - 25 = 748$
 c) $= 216 - 324 - 441 + 64 = -485$ d) $= -529 + 512 - 256 - 27 = -300$
4.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

$$\begin{array}{ll}
 99/5. & 10^1 = 10 & 10^4 = 10\,000 \\
 & 10^2 = 100 & 10^5 = 100\,000 \\
 & 10^3 = 1\,000 & 10^6 = 1\,000\,000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 6. & 0^1 = 0 & 0^2 = 0 & 0^3 = 0 & 0^4 = 0 \\
 & (\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{2} & (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4} & (\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8} & (\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16} \\
 & 1^1 = 1 & 1^2 = 1 & 1^3 = 1 & 1^4 = 1 \\
 & 2^1 = 2 & 2^2 = 4 & 2^3 = 8 & 2^4 = 16
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 7. \text{ a) } 2^3 = 8 & \text{b) } 3^5 = 243 & \text{c) } (2+5)^2 = 7^2 = 49 \\
 & 3^2 = 9 & 5^3 = 125 & 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29. \\
 \text{d) } (17-12)^2 = 5^2 = 25 & \text{e) } (3 \cdot 5)^2 = 15^2 = 225 \\
 & 17^2 - 12^2 = 289 - 144 = 145 & 3 \cdot 5^2 = 3 \cdot 25 = 75 \\
 \text{f) } (12:4)^2 = 3^2 = 9 & & \\
 & 12:4^2 = 12:16 = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}
 \end{array}$$

$$100/8. \text{ a) } 1) (2^2)^3 = 2^6 = 64 \quad 2) (3^2)^3 = 3^6 = 729 \\
 (2^3)^2 = 2^6 = 64 \quad (3^3)^2 = 3^6 = 729$$

$$\text{b) } (a^m)^n = (a^n)^m \\
 \text{Beweis: } (a^m)^n = a^{m \cdot n} \stackrel{K}{=} a^{n \cdot m} = (a^n)^m.$$

$$\begin{array}{llllll}
 9. \text{ a) } \frac{1}{64} & \text{b) } \frac{4}{9} & \text{c) } \frac{2401}{625} & \text{d) } -\frac{1024}{243} & \text{e) } 0,09 \\
 \text{f) } -0,027 & \text{g) } 0,0081 & \text{h) } 0,0009 & \text{i) } -6,25 & \text{k) } 0,0625
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 10. \text{ a) } = (3^3)^2 = 27^2 = 729 & \text{oder: } = (3^2)^3 = 9^3 = 729 \\
 \text{b) } = (4^2)^2 = 16^2 = 256 \\
 \text{c) } = (5^2)^2 = 25^2 = 625 \\
 \text{d) } 2^{12} = (2^6)^2 = ((2^3)^2)^2 = (8^2)^2 = 64^2 = 4096 \\
 \text{oder:} \\
 2^{12} = 2^{10+2} = 2^{10} \cdot 2^2 = 1024 \cdot 4 = 4096 \\
 \text{e) } = (2^{10})^2 = 1024^2 = 1\,048\,576
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 11. \text{ a) } 2^9 & \text{b) } 2^4 \cdot 3^3 & \text{c) } 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 & \text{d) } 2^5 \cdot 7^2 \\
 \text{e) } 3^2 \cdot 11^2 & \text{f) } 2^3 \cdot 13^2 & \text{g) } 11^3 & \text{h) } 2^2 \cdot 3^2 \cdot 101
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 12. \text{ a) } = (4 \cdot 3) \cdot (5 \cdot 13) = (4 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 13) = 20 \cdot 39 = 780 \\
 \text{b) } = (3 \cdot 8) \cdot (125 \cdot 3) = (3 \cdot 3) \cdot (8 \cdot 125) = 9 \cdot 1000 = 9000 \\
 \text{c) } = (5 \cdot 25) \cdot (4 \cdot 12) = (5 \cdot 12) \cdot (4 \cdot 25) = 60 \cdot 100 = 6000 \\
 \text{d) } = 25 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 15 = 100 \cdot 90 = 9000 \\
 \text{e) } = 225 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 125 = (225 \cdot 4) \cdot 2 \cdot (8 \cdot 125) = 900 \cdot 2 \cdot 1000 = 1\,800\,000 \\
 \text{f) } = 3 \cdot 4 \cdot 25 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 7 = 3 \cdot (4 \cdot 25) \cdot (7 \cdot 7) \cdot 2 = 3 \cdot 100 \cdot 49 \cdot 2 = 29\,400
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llllll}
 13. \text{ a) } x^8 & \text{b) } 6a^3 & \text{c) } 10u^5 & \text{d) } \frac{2}{3}b^7 & \text{e) } a^5b^2 & \text{f) } 75x^3y^4 \\
 \text{g) } 6p^5q^4 & & \text{h) } 72u^{10}v^{15} & & &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{i)} &= [2a \cdot 27a^3b^6]^2 \cdot 16a^4b^2 = [54a^4b^6]^2 \cdot 16a^4b^2 = \\ &= 2916a^8b^{12} \cdot 16a^4b^2 = 46656a^{12}b^{14}. \end{aligned}$$

100/14. a) $x^2 + xy$ b) $uv - v^2$ c) $2a^3 + a^2b$
d) $15b^5 - 6b^4c^2$ e) $2xy^2 - 3x^5y^3$ f) $a^5bc + a^3bc^3 + a^3c$

15. 1. Möglichkeit: a beliebig und $b = 1$.
2. Möglichkeit: $a = b = 2$.

16. a) 1) $7,84 \cdot 10^6$ 3) $3,02 \cdot 10^3$ 5) $7,24 \cdot 10^2$
2) $1 \cdot 10^5$ 4) $8,05 \cdot 10^7$ 6) $1,7 \cdot 10^{13}$
b) 1) 1030000000 3) 150000000000 5) 505000
2) 300000000 4) 1350000 6) 80700

17. a) $\frac{16}{25}x^4y^6$ b) $0,0000000032a^5b^{15}$ c) $-\frac{27}{8}r^{12}s^9$

18. a) $\frac{1}{12}$ b) $-\frac{5}{48}$ c) $\frac{5}{36}$ d) $\frac{1}{144}$ e) $\frac{25}{576}$ f) $\frac{25}{288}$

101/19. a) 1 b) -1 c) 1 d) 1
e) 1 f) -1 g) -1 h) 1

i) -1 und +1. Bei geraden Exponenten ergibt sich +1, bei ungeraden -1.

20. a) 0,01 b) 100 c) -0,001 d) -1000
e) 0,0001 f) -0,000001 g) 10000 h) -1000000

21. a) a^2 b) $-a^5$ c) a^{32} d) $-a$
e) a^{2n} f) $-a^{2n+1}$ g) $-a^{2n-1}$

22. a) 0 b) $-2c^5$ c) $-a^3b^3$ d) a^4b^4
e) $-a^4b^4$ f) a^4b^4 g) u^7v^7 h) uv^7

23. a) $-x^2$ b) x^3 c) x^2 d) x^3

24. a) $-a^2b^3c^4$ b) $a^3b^2c^3$ c) $-\frac{1}{125}x^2y^4$
d) $-512a^9$ e) $-\frac{2}{3}a^6$ f) $-3,9015x^6$

25. a) 0 b) 2 c) 0 d) 2
e) 2 f) 0 g) 2 h) 0

Aufgaben zu 3.3.1

103/1. a) $3a$ b) $\frac{4}{3}b$ c) $-xyz$ d) $-4ab$ e) $7xy$ f) $-13u$

2. a) $a - b$ b) $a - b$ c) $a - b$

3. a) falsch b) richtig c) falsch
d) richtig e) falsch f) falsch

Aufgaben zu 3.3.2

- 104/1. a) $12a + 3b$ b) $12a + 3b$ c) $3b - 2a$
 d) $2a - 3b$ e) $3b - 12a$ f) $-12a - 3b$
2. a) $8x + 8y$ b) $-4x$ c) $4x$
 d) $-8x - 8y$ e) $8x - 8y$ f) $-8x$
- 105/3. a) $25a + 20x$ b) $28a + 27b$ c) $33a + 38b + 27x$ d) $41a + 59b$

4. $51 + 49b + 53c$ 5. Ab 3. Auflage: $-50x$

6. $12 + 4x + y$ 7. $8 + 4n + 4r$ 8. 1

9. a) $q = x + y$

b) $q = x + (9 - x) = x + 9 - x = 9$.

Da die Quersumme von $10x + (9 - x)$ den Wert 9 hat, ist sie durch 9 teilbar; also ist auch die Zahl $10x + (9 - x)$ durch 9 teilbar.

c) $z = 100x + (99 - x) = 100x + 99 - x = 99x + 99 = 99(x + 11)$.

Bei der letzten Umformung haben wir das Distributivgesetz angewendet.

Da $x + 11 \in \mathbb{N}$, sehen wir, daß sich z als ganzzahliges Vielfaches von 99 schreiben läßt, also erst recht als ganzzahliges Vielfaches von 9; denn es gilt:

$$z = 100x + (99 - x) = (x + 1) \cdot 99 = [(x + 1) \cdot 11] \cdot 9 \text{ und } (x + 11) \cdot 11 \in \mathbb{N}.$$

Daher ist z durch 9 teilbar.

d) Alle Zahlen der Form $100x + (99 - x)$ lassen sich auf die Form $(x + 11) \cdot 99$ bringen. Also haben alle diese Zahlen die gemeinsamen Teiler 1, 3, 9, 11, 33, 99.

Aufgaben zu 3.3.3

- 107/1. a) $-2a - 3b$ b) $12a - 3b$ c) $3b - 2a$ d) $12a + 3b$
2. a) $-4x$ b) $-4x$ c) $8y - 4x$ d) $-8x$ e) $4x + 8y$ f) $4x - 8y$
3. a) $2x$ b) $-34a$ c) $a - 24b + 33x$ d) $11b$
4. $-26 + 53c$ 5. $-55x - 53z$
6. a) $\frac{7}{2}a + \frac{3}{2}$ b) $\frac{1}{2}a + \frac{5}{6}b + \frac{13}{3}c$ c) 0 d) $-5,1$
7. a) $a + 21c - 18,55$ b) $-7u + 11v$
8. a) $-\frac{121}{30}x - \frac{2}{15}y + \frac{1}{2}$ b) $a + \frac{8}{11}b - 2$ c) $\frac{3}{10}r - \frac{33}{10}s + \frac{5}{2}$
9. a) $5x^2 - 6x + 7$ b) $2x^3 + x - 1$
 c) $-9x^3 - 4x^2 + 4x + 2$ d) $-9x^3 - 5x^2 - 3$
10. a) 1 b) 1

Aufgaben zu 3.3.4

- 108/1. a) $13a - 5b$ b) $4x - 3$ c) $3 + x - x^2$ d) $6z$
2. $29b - 17c$
- 109/3. $13a + 6b - 57$ 4. a) $a^2 - 4ab + b^2$ b) $2a^2 + ab - 5b^2$
5. $6x^2 - 15x - 12$ 6. $105a^2 + 177ax - 20ay + 48x^2 - 214xy - 110y^2$
7. $-27a^2b - ab^2 + 6b^3$ 8. $11a^3b - a^2b^2 - 2ab^3$
9. $10a^3bc^2 + 24b^4c^5$ 10. $227a^4x^3y^2 - 232a^3x^4y^4 + 16a^2x^2y^3$
11. $5a^2bc - 17ab^2c - abc^2$ 12. $9a^2bc^3$ 13. $2x + 2x^2 - 2x^3 + 2x^4$
14. $a^2 - b^2$ 15. $-18x + 8y - 31$ 16. $7x + 19y + 15z$
17. -8 18. $64a + 52b + 2c$ 19. $4y + 29z + 390$ 20. $5a + 8x + 6$
21. $2b$ 22. 0 23. $14x - 3y - 6z + 41$ 24. $a - 2b - 3c$
25. y^2 26. $3x$ 27. x^2 28. a
- 110/29. $a^2 + b^2 - c^2$ 30. $a^2 - b^2 - c^2$
31. a) $34a + 8b$ b) $-w - vw$ c) $44\frac{3}{5}x$ d) $6x + 38y + 36xy$
32. $2a^4c^2 + 3a^3b$ 33. $5bx^3$ 34. $8p^2qr^3 + 7p^2q^3r$
35. a) $0,4x^2 + 0,7xy - 0,6y^2$ b) $11a^2 - \frac{197}{8}ab - 20b^2$ c) $24a^2 - 90ab + 27b^2$
36. a) 0 b) $2xz - 2yz$ c) $14x + y + 5xy$
37. a) $18pqr - qrs$ b) $12ab - 21bc$ c) $-11ab - 2abc$
38. a) $32p^2q - 20pq^2$ b) $a^2b^2 - 3a^2b^2c^2$
39. a) x b) $22a - 22b$ c) $0,248x^3 - 0,016x^2$

Aufgaben zu 3.3.5

- 111/1. a) $3b$ b) $3b$
2. a) $9x^3 + y^2$ b) $9x^3 + y^2$

- 111/3. a) $-a^4 - 3ab + 3b^2$ b) $-a^4 - 3ab + 3b^2$
4. a) $a - 7b + 21c - 9$ b) $-3u + 5v - 7w$
 c) $-3x + 4y + 1$ d) $11m + n$
5. $-4,2u^2v - 3,9uv^3 + 5,5u$ 6. $3x^4 + 2x^3 + x^2 - 4x + 1$
- 112/7. $6a^4b - 24a^3b^2 + 6a^2b^3 + 6ab^4$ 8. $2a^2 + a$
9. 1 10. $15a^3 + 17a^2 - 39a$ 11. $2b^4 - 2a^2b^2$
12. $2ab^2 - 2a^2b$ 13. $57x + 190$ 14. $3x^4 + 12x^3 - 8x^2 - 12x$
15. $2a^3 + 24a^2 - 20a$ 16. $-\frac{10}{3}x^2 - 4x - \frac{4}{5}$ 17. $-4x^2$
18. $\frac{8}{3}c^3$ 19. $5a^2 - 2ab - 7bc$ 20. 0

Aufgaben zu 4.1.1

- 116/1. Honig schmeckt süß.
 Auf Samstag folgt Sonntag.
 Maikäfer können fliegen.
 Orangen sind blau.
 Der Wendelstein ist der höchste Berg der Bundesrepublik Deutschland.
 Die Tanne hat Blätter.
2. $2^4 = 4^2$.
 Zwei Geraden, die aufeinander senkrecht stehen, bilden einen Winkel von 90° .
 Alle Punkte eines Kreises sind vom Mittelpunkt gleich weit entfernt.
 $2^3 = 3^2$.
 Im Quadrat mißt jeder Winkel 60° .
 Im Quadrat ist die Diagonale doppelt so lang wie eine Seite.
3. a) w b) w c) keine Aussage
 d) f. Die Hauptstadt von Mali heißt Bamako; Wagadugu ist die Hauptstadt von Burkina Faso – Land der unbestechlichen Menschen –, wie das frühere Obervolta seit dem 4.8. 1984 heißt.
 e) keine Aussage
 f) Die Autoren sind verschiedener Meinung über den Wahrheitswert dieser Aussage.
4. a) f b) w c) f d) w e) f f) keine Aussage
 g) f h) f, da z. B. $13 - 7 = 6$ i) f, da z. B. $19 - 17 = 2$ j) w

117/5. a)

x	0	1	$\frac{3}{7}$	$\frac{7}{3}$	-3
Wahrheitswert	f	f	w	f	f

b)

x	-2	$-\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	100
Wahrheitswert	f	f	f	w

c)

x	3	-5	2
Wahrheitswert	f	f	w

d)

x	-4	-6	0
Wahrheitswert	f	w	f

e)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Wahrheitswert	w	w	w	w	w	w	f	w	w	w

6. a) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ b) 1) $\{0, 1, 2\}$ 2) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
 c) $\{7, 8, 9, \dots, 19, 20\}$
 d) 1) $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$ 2) $\{2; 3\}$
 e) $\{1, 5, 7, 11, 13, 17\}$
 f) $\{4, 8, 16, 20, 28, 32, 40, 44, 52, 56, 64, 68, 76, 80, 88, 92, 100\}$
 g) $\{8, 24, 72\}$
7. a) $\mathbb{Z}$ b) $\{0\}$ c) $\{ \}$ d) $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$ e) $\{ \}$
8. a) $\{-4; 4\}$ b) $\{ \}$ c) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
 d) $\mathbb{Z} \setminus \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ e) $\mathbb{N}_0$ f) $\mathbb{Z}_0^-$

Aufgaben zu 4.1.2

- 118/1. a) falsch, da $1 - 1 = 1$ falsch b) falsch, da $0^2 > 0$ falsch
 c) wahr d) falsch, da $2 \cdot (-1) > -1$ falsch
2. a) wahr, da $7 \cdot 0 = 0$ und $0 \in \mathbb{Q}$ b) falsch
 c) wahr, da $0 < 1$ wahr und $0 \in \mathbb{Z}$ d) falsch

Aufgaben zu 4.2.1.2

- 122/1. a) $x + \frac{1}{2}x = 16$ b) $x + \frac{1}{4}x = 15$ c) $x + \frac{1}{5}x = 21$
2. a) $2 \cdot x + x = 9$ b) $1\frac{1}{2} \cdot x + 4 = 10$
3. $(z \cdot 4 - 6) : 2 = 10$

Aufgaben zu 4.2.1.4

$$123/1. \quad LS = (9 + \frac{2}{3} \cdot 9) - \frac{1}{3}(9 + \frac{2}{3} \cdot 9) = (9 + 6) - \frac{1}{3}(9 + 6) = 15 - \frac{1}{3} \cdot 15 = 15 - 5 = 10$$

$$RS = 10$$

$$2. \quad LS = \frac{2}{3} \cdot 13\frac{1}{23} + \frac{1}{10} \cdot 13\frac{1}{23} = \frac{2}{3} \cdot \frac{300}{23} + \frac{1}{10} \cdot \frac{300}{23} = \frac{200}{23} + \frac{30}{23} = \frac{230}{23} = 10 = RS$$

$$3. \quad LS = \frac{1}{3}[13\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot 13\frac{1}{2} + \frac{1}{3}(13\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot 13\frac{1}{2})] =$$

$$= \frac{1}{3}[13\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{27}{2} + \frac{1}{3}(13\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{27}{2})] =$$

$$= \frac{1}{3}[13\frac{1}{2} + 9 + \frac{1}{3} \cdot (13\frac{1}{2} + 9)] =$$

$$= \frac{1}{3}[22\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 22\frac{1}{2}] =$$

$$= \frac{1}{3}[\frac{45}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{45}{2}] =$$

$$= \frac{1}{3}[\frac{45}{2} + \frac{15}{2}] =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{60}{2} = \frac{1}{3} \cdot 30 = 10 = RS$$

$$4. \quad 1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{144} + \frac{1}{228} = 1 \frac{38+19+2+1}{228} = 1 \frac{60}{228} = 1 \frac{5}{19} = \frac{24}{19}$$

$$LS = 1 \frac{5}{19} + \frac{1}{3} \cdot \frac{24}{19} + \frac{1}{4} \cdot \frac{24}{19} = 1 \frac{5}{19} + \frac{8}{19} + \frac{6}{19} = 2 = RS$$

$$5. \quad x = 2: \quad \left. \begin{array}{l} LS = 3 - \frac{2}{3} = 2\frac{1}{3} \\ RS = \frac{3}{8} + \frac{4}{3} = \frac{41}{24} \end{array} \right\} \Rightarrow LS \neq RS \Rightarrow 2 \text{ ist keine Lösung.}$$

$$x = \frac{3}{4}: \quad \left. \begin{array}{l} LS = \frac{9}{8} - \frac{1}{4} = \frac{7}{8} \\ RS = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8} \end{array} \right\} \Rightarrow LS = RS \Rightarrow \frac{3}{4} \text{ ist Lösung.}$$

$$x = -\frac{3}{4}: \quad \left. \begin{array}{l} LS = -\frac{9}{8} + \frac{1}{4} = -\frac{7}{8} \\ RS = \frac{3}{8} - \frac{4}{8} = -\frac{1}{8} \end{array} \right\} \Rightarrow LS \neq RS \Rightarrow -\frac{3}{4} \text{ ist keine Lösung.}$$

$$124/6. \quad x = 3: \quad \left. \begin{array}{l} LS = 9 + 15 = 24 \\ RS = 8 \cdot 3 = 24 \end{array} \right\} \Rightarrow LS = RS \Rightarrow 3 \text{ ist Lösung.}$$

$$x = 5: \quad \left. \begin{array}{l} LS = 25 + 15 = 40 \\ RS = 8 \cdot 5 = 40 \end{array} \right\} \Rightarrow LS = RS \Rightarrow 5 \text{ ist Lösung.}$$

$$7. \quad x = 1: \quad \left. \begin{array}{l} LS = 1 + 1 = 2 \\ RS = 2 - 2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow LS \neq RS \Rightarrow 1 \notin L$$

$$x = -1: \quad \left. \begin{array}{l} LS = -1 + 1 = 0 \\ RS = -2 + 2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow LS = RS \Rightarrow -1 \in L$$

$$x = \frac{1}{3}: \quad \left. \begin{array}{l} LS = \frac{1}{27} + \frac{1}{9} = \frac{4}{27} \\ RS = \frac{2}{3} - \frac{2}{27} = \frac{16}{27} \end{array} \right\} \Rightarrow LS \neq RS \Rightarrow \frac{1}{3} \notin L$$

$$x = \frac{2}{3}: \quad \left. \begin{array}{l} LS = \frac{8}{27} + \frac{4}{9} = \frac{20}{27} \\ RS = \frac{4}{3} - \frac{16}{27} = \frac{20}{27} \end{array} \right\} \Rightarrow LS = RS \Rightarrow \frac{2}{3} \in L$$

$$x = 0: \quad \left. \begin{array}{l} LS = 0 + 0 = 0 \\ RS = 0 - 0 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow LS = RS \Rightarrow 0 \in L$$

Aufgaben zu 4.2.1.5

- 125/1. a) $L = \{-21\}$, eindeutig lösbar
 b) $L = \mathbb{Q}$, allgemeingültige Gleichung
 c) $L = \{-1\}$, eindeutig lösbar
 d) $L = \{-16; 16\}$, mehrdeutig lösbar
 e) $L = \{-2; 2\}$, mehrdeutig lösbar
 f) $L = \{ \}$, widersprüchliche Gleichung
 g) $L = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, mehrdeutig lösbar
 h) $L = \{ \}$, widersprüchliche Gleichung
2. a) $L = \{0\}$, eindeutig lösbar
 b) $L = \{ \}$, widersprüchliche Gleichung
 c) $L = \{-1, 2; 1, 2\}$, mehrdeutig lösbar
 d) $L = \mathbb{Q}$, allgemeingültige Gleichung
 e) $L = \{ \}$, widersprüchliche Gleichung
3. a) $L = \{ \}$, widersprüchliche Gleichung
 b) $L = \{-1\}$, eindeutig lösbar
 c) $L = \{-\frac{32}{3}; \frac{32}{3}\}$, mehrdeutig lösbar
 d) $L = \{0; -3\}$, mehrdeutig lösbar
 e) Die Gleichung ist allgemeingültig, da sie eine Sonderform des Distributivgesetzes darstellt: $L = \mathbb{Q}$.

Aufgaben zu 4.2.2.1

- 126/1. a) $L_I = \{3\}$, $L_{II} = \{3\}$; also $I \Leftrightarrow II$.
 b) $L_I = \{1\}$, $L_{II} = \{1\}$; also $I \Leftrightarrow II$.
 c) $L_I = \{1\}$, $L_{II} = \{-1\}$; also: I und II sind nicht äquivalent.
 d) $L_I = \{-1; 1\}$, $L_{II} = \{1\}$; also: I und II sind nicht äquivalent.
2. a) $L_I = \{\frac{9}{25}\}$, $L_{II} = \{-\frac{3}{5}; \frac{3}{5}\}$; also: I und II sind nicht äquivalent.
 b) $L_I = \mathbb{Q}$, $L_{II} = \mathbb{Q}$; also $I \Leftrightarrow II$.
 c) $L_I = \{0\}$, $L_{II} = \{ \}$; also: I und II sind nicht äquivalent.
 d) $L_I = \mathbb{Q}$, $L_{II} = \mathbb{Q}$, also $I \Leftrightarrow II$.

Aufgaben zu 4.2.2.2

- 128/1. a) $1,5x = 1,5x \Rightarrow L = \mathbb{Q}$ b) $\frac{15}{2}x - 3 = -3 \Rightarrow L = \{0\}$
 c) $-5x - 0,5 = -5x \Rightarrow L = \{ \}$ d) $x - \frac{7}{2} = 0 \Rightarrow L = \{\frac{7}{2}\}$
 e) $x(x - 2x - 10) = -10x - x^2$
 $x(-x - 10) = -10x - x^2$
 $-x^2 - 10x = -10x - x^2 \Rightarrow L = \mathbb{Q}$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{7}{2}[2 - \frac{3}{2}x - 2x^2 + \frac{1}{2}x + 2x^2] &= 7 \\ \frac{7}{2}[2 - x] &= 7 \\ 7 - \frac{7}{2}x &= 7 \Rightarrow L = \{0\} \end{aligned}$$

$$128/2. \text{ a) } \frac{7}{2}y = 0 \Rightarrow L = \{0\}$$

$$\text{b) } 0 \cdot z = 0 \Rightarrow L = \mathbb{Q}$$

$$\text{c) } 0 \cdot u = -1 \Rightarrow L = \{ \}$$

$$\text{d) } y = 13,5 \Rightarrow L = \{13,5\}$$

$$\text{e) } z = -17\frac{2}{3} \Rightarrow L = \{-17\frac{2}{3}\}$$

$$3. \text{ a) } 0 \cdot x = 0 \Rightarrow L = \mathbb{Q}$$

$$\text{b) } 0 \cdot y = \frac{1}{6} \Rightarrow L = \{ \}$$

Aufgaben zu 4.2.2.3

$$130/1. \text{ a) } 17 \quad \text{b) } -18 \quad \text{c) } 0 \quad \text{d) } \frac{1}{28} \quad \text{e) } -44,6$$

$$\text{f) } -\frac{1}{48} \quad \text{g) } \frac{20}{21} \quad \text{h) } -5\frac{143}{216}$$

$$2. \text{ a) } 0 \quad \text{b) } -2\frac{3}{8} \quad \text{c) } -2,5 \quad \text{d) } 0 \quad \text{e) } \{ \} \quad \text{f) } -0,9895$$

$$3. \text{ a) } 1 \quad \text{b) } -1446 \quad \text{c) } -25,5 \quad \text{d) } 2 \quad \text{e) } 13 \quad \text{f) } -16$$

$$4. \text{ a) } -18 \quad \text{b) } -9 \quad \text{c) } -5 \quad \text{d) } 0 \cdot x = 3,3 \Rightarrow L = \{ \} \quad \text{e) } -\frac{3}{4}$$

Aufgaben zu 4.2.2.4

$$132/1. \text{ a) } 2\frac{1}{2} \quad \text{b) } 6 \quad \text{c) } \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}$$

$$2. \text{ a) } -\frac{2}{5} \quad \text{b) } -\frac{2}{5} \quad \text{c) } -14$$

$$3. \text{ a) } -7,1 \quad \text{b) } -\frac{1}{2} \quad \text{c) } -0,1$$

$$4. \text{ a) } -\frac{16}{7} \quad \text{b) } -6\frac{4}{25} \quad \text{c) } 1\frac{1}{2}$$

$$5. \text{ a) } 54 \quad \text{b) } -480 \quad \text{c) } \frac{65}{4} = 16\frac{1}{4}$$

$$6. \text{ a) } 28 \quad \text{b) } -15,6 \quad \text{c) } 1\frac{17}{64}$$

$$7. \text{ a) } -\frac{3}{10} \quad \text{b) } \frac{147}{160} = 0,91875 \quad \text{c) } 11\frac{7}{15}$$

$$8. \text{ a) } \frac{3}{7} \quad \text{b) } -136 \quad \text{c) } 1$$

Aufgaben zu 4.2.2.5

$$134/1. \text{ a) } 2 \quad \text{b) } 4 \quad \text{c) } 14 \quad 2. \text{ a) } 2 \quad \text{b) } 2 \quad \text{c) } -12$$

$$3. \text{ a) } 9 \quad \text{b) } 2 \quad \text{c) } 3\frac{1}{2} \quad 4. \text{ a) } 13 \quad \text{b) } 4 \quad \text{c) } 2$$

- 134/5. a) 0 b) 10 c) 3 6. a) 10 b) 10 c) 5
7. a) 2 b) $3\frac{2}{7}$ c) -20 8. a) 0 b) $\{ \}$
9. a) $\mathbb{Q}$ b) 4 10. a) 2 b) $1\frac{3}{5}$
- 135/11. a) 3 b) 8 12. a) 1 b) 5
13. a) 1 b) 3 14. a) 7 b) -9
15. a) -2 b) $\mathbb{Q}$ 16. a) 24 b) 1
17. a) -4 b) $5\frac{1}{2}$ 18. a) 5 b) 6
19. a) 8 b) 3,5 20. a) -25 b) 3
21. a) 16 b) 42 22. a) -60 b) 12
23. a) $-1,5$ b) 72 24. a) -7 b) 2,5
25. a) $\frac{1}{3}$ b) 0
26. a) $-2,4$ b) 9 c) 1,5 d) 2
27. a) 2 b) $\frac{77}{27}$ 28. a) 1 b) 200
- 136/29. a) 2,4 b) $-\frac{4}{3}$ c) 300 d) 54
30. a) 2 b) 4 c) 6 31. a) 2 b) 51 c) $\mathbb{Q}$ d) $\{ \}$
32. a) 15 b) 3 33. a) 24 b) 2
34. a) $-\frac{16}{3}$ b) 5 c) 9 d) -144 35. a) $\frac{7}{10}$ b) 3
36. a) 1 b) $-\frac{6}{7}$ 37. a) $\frac{115}{112}$ b) 1
38. a) -6 b) 0 39. a) $-\frac{30}{29}$ b) 50
40. a) 1 b) 26 41. a) -78 b) $-6\frac{2}{3}$
42. a) 2,22 b) $-5,5$ 43. a) $11\frac{2}{3}$ b) -5
- 137/44. a) -5 b) $\frac{1}{2}$ 45. $-\frac{11}{2}$
46. 20 47. a) $\{ \}$ b) $\mathbb{Q}$
48. a) $\mathbb{Q}$ b) $\{ \}$
49. a) $-1,05$ b) $-1\frac{8}{157} = -1,05095 \dots$
c) $-1\frac{2}{31} = -1,0645 \dots$ d) $-1\frac{1}{3} = -1,33333 \dots$

137/50. a) $-7,4$ b) $-4c$ $\mathbb{Q}$

51. a) $-\frac{913}{3140} = -0,29076 \dots$ b) $-\frac{9}{31} = -0,29032 \dots$
 c) $-\frac{1}{3} = 0,33333 \dots$

52. $-0,65$

53. -1

54. 3

55. $-0,6$

56. -11

57. 4

58. 1

59. 5

60. 0

61. 11

62. $\frac{27}{7}$

Aufgaben zu 4.2.3

141/1. a) 0 b) 0 c) 0 d) 0 e) 0 f) 0

2. a) $\{-1; 2\}$

b) $\{-\frac{1}{4}; \frac{2}{3}\}$

c) $\{\frac{1}{2}\}$

d) $\{\frac{5}{6}; 37\frac{1}{2}\}$

e) $\{-5; \frac{8}{3}\}$

f) $\{0,6; 12\}$

3. a) $\{-1\}$

b) $\{\frac{5}{2}\}$

c) $\{2\}$

d) $\{-9, 9\}$

4. a) $\{-\frac{3}{4}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}\}$

b) $\{-5\frac{1}{2}, 1\frac{4}{5}, 7\}$

c) $\{1, 3\frac{1}{5}\}$

d) $\{-19, 2, 3\}$

5. a) $(x-2)(x-3) = 0$

b) $(x-2)(x+3) = 0$

c) $(x+2)(x-3) = 0$

d) $(x+2)(x+3) = 0$

e) $(x-\frac{3}{2})(x+\frac{1}{4}) = 0$ oder $(2x-3)(4x+1) = 0$

f) $x(x+1) = 0$

g) $x(x-1)(x+1) = 0$

h) $(x-2)(x+2) = 0$ oder $|x| = 2$

6. a) f

b) w

c) f

d) w

e) f

f) w

g) w

h) w

i) w

Aufgaben zu 5.3.1



2. a) $[2; 3,9]$

b) $[-7; 3[$

c) $] -1; 1]$

d) $] -8,3; 16,6[$

150/3. a) 

b) 

c) 

d) 

4. a) $[-5; +\infty[$ b) $]-\infty; 7]$ c) $]-\infty; 100[$ d) $]-\infty; -13[$

5. a) $]-\infty; +\infty[$ b) $]0; +\infty[$ c) $]-\infty; 0[$
d) $[0; +\infty[$ e) $]-\infty; 0]$ f) $]3; 3[$

6.	a) $]-5; 1,5]$	b) $]-3; 5]$	c) $]-10; 20]$	d) $]-5,5; 0[$
-5	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$
20	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$
0	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$
-3,1	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$
1,5	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$

7. a) $[1; 4]$ b) $[-2; 3]$ c) $[-2; 2]$ d) $[-6; -2]$ e) $[-1; 2]$

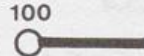
8. a) $]0; 5[$ b) $]-3; 4[$ c) $]-3; 3[$ d) $]-7; -1[$ e) $]-2; 3[$

151/9. a) $]0; 2]$ b) $[-1; 4[$ c) $[-3; 3[$ d) $\{\frac{1}{2}\}$
e) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ f) $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

Aufgaben zu 5.3.2

152/1. a) $x < 8$ b) $x < 5$ c) $x > 3$ d) $x > 6$ e) $x < 1$
f) $x < 1$ g) $x > -8\frac{3}{4}$ h) $x > \frac{9}{28}$ i) $x < -4\frac{1}{2}$

2. a) $]- \frac{1}{5}; +\infty[$ b) $]2; +\infty[$ c) $]-1; +\infty[$ d) $]-\infty; 5[$

3. a)  b)  c)  d) 

4. a) $]3; +\infty[$ b) $]-\infty; 6[$ c) $]-\infty; -\frac{1}{11}[$

5. a) $]1; +\infty[$ b) $]2; +\infty[$ c) $]-3; +\infty[$

6. a) $\mathbb{Q}$ b) $\mathbb{Q}$ c) $\{ \}$ d) $\{ \}$

Aufgaben zu 5.3.3

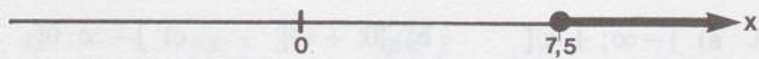
153/1. a) $] -\infty; 2]$



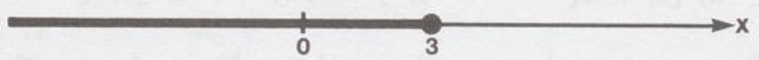
b) $] -\infty; -1]$



c) $[7,5; +\infty[$



d) $] -\infty; 3]$



e) $[-2\frac{1}{2}; +\infty[$



f) $\mathbb{Q} \setminus \{4\}$



2. a) $] -\infty; \frac{1}{2}]$

b) $] -\infty; 1]$

c) $[12; +\infty[$

d) $[0; +\infty[$

e) $] -\infty; \frac{9}{10}]$

f) $\mathbb{Q}$

154/3. a) $] -\infty; 1]$



b) $[1; +\infty[$

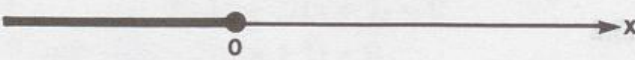


c) $[145\frac{5}{11}; +\infty[$



1. u. 2. Auflage: Ersetze $\geq$ durch $\leq$.

d) $\mathbb{Q}_0^-$



4. a) $] -\infty; 1\frac{3}{7}]$

b) $] -\infty; 3\frac{12}{53}]$

5. a) $\mathbb{Q}_0^+$

b) $\{ \}$

Aufgaben zu 5.3.4

156/1. a) $-1 < x \leq 5$

b) $-3,5 \leq x \leq 0$

c) $-10 < x \leq -7$

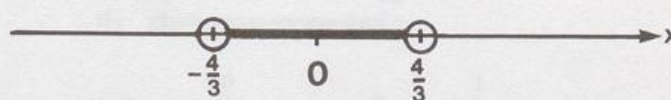
d) $15 < x < 22$

2. a) $[\frac{1}{2}; 1]$

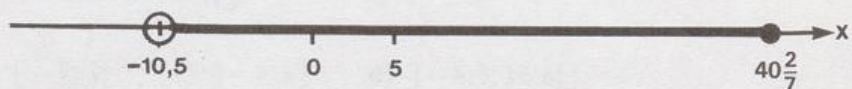


1. u. 2. Auflage: lies $0 \leq 2x - 1 \leq 1$ statt $1 \leq 2x - 1 \leq 1$.

b) $] -\frac{4}{3}; \frac{4}{3}[$



c) $] -10\frac{1}{2}; 40\frac{2}{7}]$



156/3. a) $]0; \frac{1}{2}]$ b) $[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}]$ c) $\{ \}$

4. a) $]0; 0,5]$ b) $] -\frac{3}{7}; \frac{3}{5}[$ c) $] -2; -\frac{2}{3}]$

5. a) $-3 < x$ $x < 1$ $-3 < 1$

b) $-3 < -10$ $] -10; -3[$

Aufgaben zu 5.3.5

158/1. a) $-4,5$ und $4,5$ b) -1986 und 1986 c) $-0,1$ und $0,1$

d) 0 e) keine Zahl f) $-2,2$ und $2,2$.

2. a) $] -1; 1[$



b) $[-4,5; 4,5]$

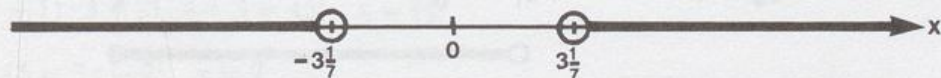


c) $\mathbb{Q}$ d) $\{ \}$

e) $] -\infty; -3,6] \cup [3,6; +\infty[= \mathbb{Q} \setminus] -3,6; 3,6[$



f) $] -\infty; -3\frac{1}{7}[\cup] 3\frac{1}{7}; +\infty[= \mathbb{Q} \setminus [-3\frac{1}{7}; 3\frac{1}{7}]$



g) $[-3,14; 3,14]$



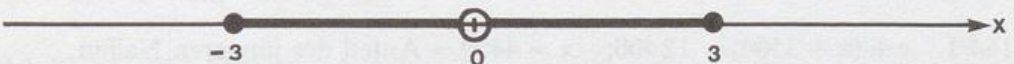
h) $] -\infty; -\frac{8}{9}[\cup] \frac{8}{9}; +\infty[= \mathbb{Q} \setminus] -\frac{8}{9}; \frac{8}{9}[$



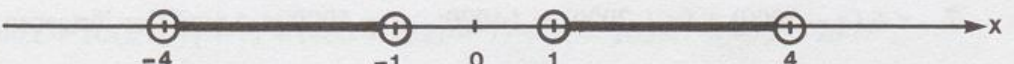
3. a)



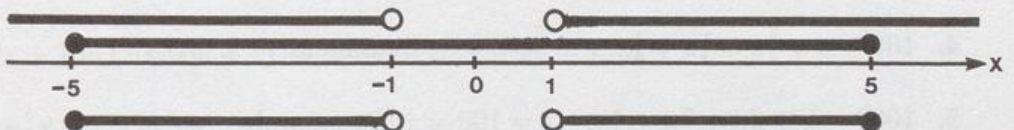
b)

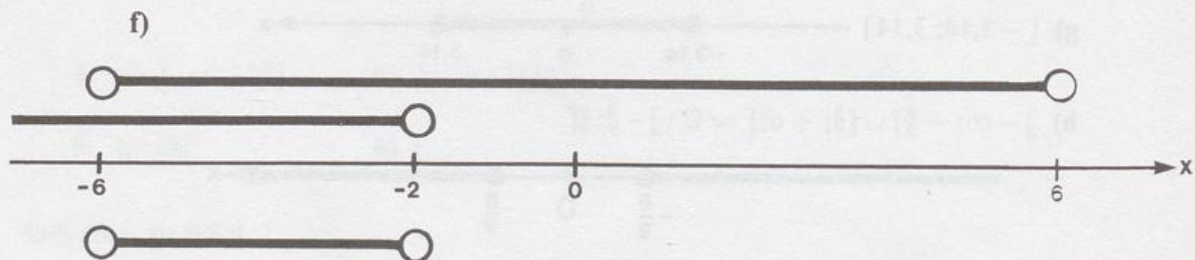
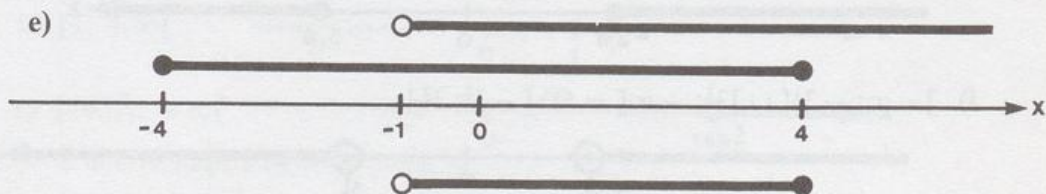
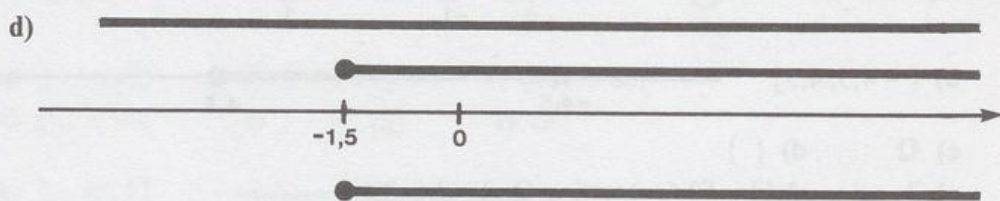
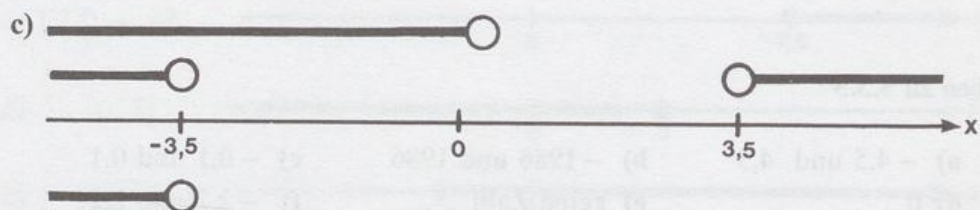
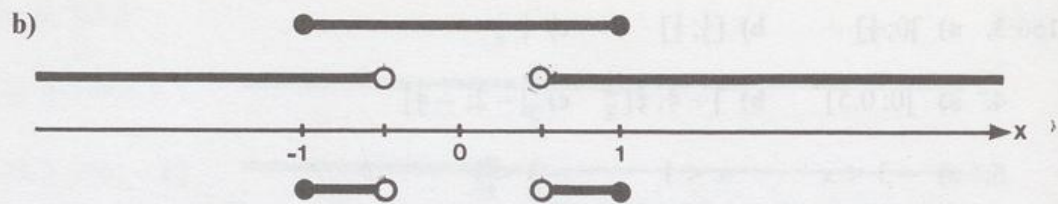


c)



4. a)





Aufgaben zu 6.1

164/1. $x + (x + 3500) = 12400$; $x = 4450$ = Anteil des jüngeren Neffen.

2. $x + (x - 3000) + (x + 2000) = 14000$; $x = 5000$ = Anteil der jüngeren Tochter.

3. $x + (x + 1500) + (x + (x + 1500) - 3500) = 19500$; $x = 5000$ = Anteil von A.

4. $100 = x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x$; $x = 48 = 1$. Summand.

5. $1000 = x + 2x + 3x + 4x$; $x = 100 = 1$. Summand.

- 164/6. $4x + 2(35 - x) = 98$; $x = 14 = \text{Anzahl der Kaninchen.}$
7. $4x + 2(20 - x) + 2 \cdot 10 = 86$; $x = 13 = \text{Anzahl der PKW.}$
8. $4x + 6(12 - x) + 8 = 72$; $x = 4 = \text{Anzahl der Güterwagen.}$
- 165/9. $2x \cdot 10,5 + 3x \cdot 13,5 + x \cdot 6 = 675$;
 $x = 10 = \text{Anzahl der Flaschen der billigen Sorte.}$
10. $1718 = 83x + 106 \cdot (x + 1,5) + 34 \cdot \frac{5}{3}(x + 1,5)$; $x = 6 = \text{Preis für dritten Platz.}$
11. $\frac{6}{7} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}x = 5$; $x = 10\frac{15}{16} = \text{Anzahl der Tou anfangs.}$
12. $2(2(2x - 25) - 25) - 25 = 0$; $x = 21\frac{7}{8} = \text{Anzahl der Dahekan anfangs.}$
13. $\frac{1}{128}x - \frac{127}{64} = 1$; $x = 382 = \text{Anzahl der Äpfel anfangs.}$
- 166/14. $x \cdot 9 = 150 + x \cdot 7$; $x = 75 = \text{Anzahl der Sprünge.}$
15. a) $\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x$; $x = 84$. Diophant wurde 84 Jahre alt.
 b) $\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}(x - 4) + 4 = x$; $x = 65\frac{1}{3}$. Diophant wurde $65\frac{1}{3}$ Jahre alt.

Aufgaben zu 6.2.1

- 167/1. $((2x + 1) \cdot 3 + 2) \cdot 4 + 3 = 45$; $x = \frac{11}{12}$.
2. $x + 16 = 3x - 2$; $x = 9$.
3. $((x + 5) \cdot 2 - 4) : 5 = 4$; $x = 7$. 4. $(x - 9) : 2 + 5 = x$; $x = 1$.
- 168/5. $((x + 90) : 18 + 18) \cdot 3 - 84 = 7$; $x = 132$.
6. $x + (x + 2) + (x + 4) = 33$; $x = 9$; 9, 11, 13.
7. $10x + (8 - x) = 11k$; $x = 4 = \text{Einerziffer}$; 44.
8. $x : 2 = x - 2$; $x = 4$. 9. $x \cdot 13 = x : 13$; $x = 0$.
10. $10(x - 2) + x = 6x$; $x = 4$; 24.
11. $(60 + x) + (10x + 6) = 88$; $x = 2$; 26.
12. $(100x + 10(x + 7) + 7) + (700 + 10(x + 7) + x) = 1089$; $x = 2$; 297.
13. $(400 + x) + 243 = 10x + 4$; $x = 71$; 471.
14. $10x + 2 = (200\,000 + x) \cdot 3$; $x = 85\,714$; 857142.
15. $x + (x + 22) = 56$; $x = 17$.

Aufgaben zu 6.2.2

- 169/1. $2x = x + 32$; $x = 32$; Vater: 64 Jahre Sohn: 32 Jahre.
2. $(2x - 11) = 3 \cdot (x - 11)$; $x = 22$; Tochter: 22 Jahre Mutter: 44 Jahre.
3. a) $16 - x = (12 - x) \cdot 2$; $x = 8$ b) $16 - x = (12 - x) \cdot \frac{3}{2}$; $x = 4$.
4. $(x + 17,5) \cdot 3 + 2,5 = 13x + 17,5$; $x = 3,75$; Sohn: $3\frac{3}{4}$ Jahre Vater: $48\frac{3}{4}$ Jahre.
5. $x + (x + 6) + 2x = 50$; $x = 11$
a) 50 b) 11, 17 und 22.
6. $30 + x = 3x$ $x = 15$ 1953.
7. $4(x - 5) = 3x$; $x = 20$; Onkel: 60 Jahre, Neffe: 20 Jahre
8. $3x + 5 = 2(x + 5)$; $x = 5$; Otto: 15 Heinz: 10.
9. $19 - x = x - 13$; $x = 16$; Helga: 16.
10. $27 - 2x = x - 9$; $x = 12$; Inge: 12.
11. $1650 - 1614 = \frac{2}{3}x$; $x = 54$; Geburtsjahr: 1596 Sterbejahr: 1650.
12. $x =$ Anzahl der gemeinsamen Berufsjahre
 $50 - 2x \geq 20 \Leftrightarrow 15 \geq x$
Vater: mindestens 53 höchstens 68
Sohn: mindestens 18 höchstens 33
Zusammen immer 86.
13. Sokrates 470–399 v. Chr.; Platon 427–347 v. Chr.; Aristoteles 384–322 v. Chr.

Aufgaben zu 6.2.3

- 171/1. $x \cdot \frac{115}{100} \cdot \frac{125}{100} = x + 17,5$; $x = 40 =$ Fabrikpreis in DM.
2. $(x \cdot \frac{107}{100} - 20000) \cdot \frac{106}{100} - 20900 = x \cdot \frac{105}{100}$; $x = 500000 =$ Anfangsvermögen.
- 172/3. $\frac{3,5}{100} \cdot x = \frac{4}{100}(9240 - x)$; $x = 4928 =$ Anteil des ersten Bruders in DM, der andere erbt 4312 DM.
4. $\frac{x + 0,5}{100} \cdot 3000 = \frac{x}{100} \cdot 3375$; $x = 4$; Verzinsung 4% und 4,5%.
5. $\frac{x}{100} \cdot 2662,5 \cdot \frac{144}{360} = 49,7$; $x = 4\frac{2}{3}$.

$$172/6. \quad 6000 \cdot 1,03 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) = 6427,2; \quad x = 4.$$

$$7. \quad 1800 \cdot \frac{x}{100} + 2200 \cdot \frac{9x}{700} = 216; \quad x = 4\frac{2}{3}; \quad 4\frac{2}{3}\% \text{ und } 6\% \text{ Verzinsung.}$$

$$8. \quad \frac{1}{4}x \cdot \frac{4,5}{100} + \frac{1}{3}x \cdot \frac{4}{100} + \frac{1}{5}x \cdot \frac{3,5}{100} - \frac{13}{60}x \cdot \frac{2}{100} = 8175; \quad x = 300\,000.$$

$$9. \quad (x \cdot 1,04 + 720) \cdot \left(1 + \frac{4}{100} \cdot \frac{75}{360}\right) = 5445; \quad x = 4500.$$

$$10. \quad 1,3x - 0,3 \cdot 1,25x = 74; \quad x = 80.$$

$$11. \quad 1,14x = 889,2; \quad x = 780.$$

Aufgaben zu 6.2.4

$$174/1. \quad 2 \cdot \frac{3}{4} = x \cdot 1 \quad \text{Neue Stärke} = 1,5.$$

$$2. \quad \frac{x}{100} \cdot 1200 = 0,1 \cdot 800; \quad x = 6\frac{2}{3}; \quad 6\frac{2}{3}\% \text{ Salz.}$$

$$3. \quad 0,539 \cdot 0,02 = (0,539 + x) \cdot \frac{2}{300}; \quad x = 1,078; \quad 1,078 \text{ l.}$$

$$4. \quad x \cdot 180 = 55 \cdot 0,12; \quad x = \frac{11}{300}; \quad 3\frac{2}{3}\% \text{ Salzgehalt.}$$

$$5. \quad 255 \cdot 0,15 + 207 \cdot 0,08 = 462 \cdot x; \quad x = \frac{261}{2200}; \quad 11\frac{19}{22}\% \text{ Zuckergehalt.}$$

$$6. \quad 595 \cdot 0,15 + x \cdot 0,08 = (595 + x) \cdot 0,12; \quad x = 446,25; \quad 446,25 \text{ g der 2. Lösung.}$$

$$7. \quad 300 \cdot 0,98 = (300 + x) \cdot 0,6; \quad x = 190; \quad 190 \text{ g Wasser.}$$

$$8. \quad x \cdot \frac{4}{7} + (45 - x) \cdot \frac{7}{8} = 33; \quad x = 21; \quad 21 \text{ kg der 1. Sorte.}$$

$$9. \quad (x - 12) \cdot 0,98 = x \cdot 0,83; \quad x = 78,4; \quad 78,4 \text{ kg Spiritus.}$$

$$10. \quad 40 \cdot 0,05 = (40 + x) \cdot 0,02; \quad x = 60; \quad 60 \text{ l Süßwasser.}$$

$$11. \quad 8 \cdot 2,25 + x \cdot 1,8 = (8 + x) \cdot 2,04; \quad x = 7; \quad 7 \text{ kg der 2. Sorte.}$$

$$12. \quad 26 \cdot \frac{368}{16} + x \cdot 30 = (26 + x) \cdot 26; \quad x = 19,5; \quad 19,5 \text{ kg der 2. Sorte.}$$

$$175/13. \quad x \cdot 31,2 + (1 - x) \cdot 19,2 = 24; \quad x = \frac{2}{5}; \quad \text{Likörbohnen : Pralinen} = 2 : 3$$

$$14. \text{ a) } 0,4 \cdot 10 = 0,25 \cdot 10 + x; \quad x = 1,5; \quad 1,5 \text{ kg Wasser verdampfen}$$

$$\text{ b) } (10 + x) \cdot 0,4 = 10 \cdot 0,25 + x; \quad x = 2,5; \quad 2,5 \text{ kg reines Frostschutzmittel}$$

$$\text{ c) } 4 = x + (10 - x) \cdot 0,25; \quad x = 2; \quad 2 \text{ kg ersetzen.}$$

$$15. \quad 0,585(234 + x) = 234; \quad x = 166; \quad 166 \text{ g Kupfer.}$$

$$16. \quad 0,750x + 0,600(1 - x) = 0,700; \quad x = \frac{2}{3}; \quad \text{Verhältnis } 2 : 1.$$

$$17. \text{ a) } x = 5 \cdot \frac{14}{24}; \quad x = 2\frac{11}{12}; \quad 2\frac{11}{12} \text{ g Gold}$$

$$\text{ b) } \frac{14}{16}x = \frac{10}{16} \cdot 1200; \quad x = 857\frac{1}{7}; \quad 857\frac{1}{7} \text{ g 14lötiges Silber.}$$

Aufgaben zu 6.2.5

- 177/1. $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + 4)x = 1$; $x = \frac{12}{61}$. Es dauert $\frac{12}{61}$ Tage = $4\frac{44}{61}$ Stunden =
= 4 Std. 43 min $16\frac{44}{61}$ sec.
2. $(2 + 3 + 5 + 7 + 9)x = 1$; $x = \frac{1}{26}$. Es dauert $\frac{1}{26}$ Tage ≈ 55 min 23 sec.
3. $(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{6})x = 1$; $x = \frac{12}{17}$. Es dauert $\frac{12}{17}$ Std. ≈ 42 min 21 sec.
4. $(\frac{1}{30} + \frac{1}{20})x = 1$; $x = 12$. Es dauert 12 Std.
- 178/5. $(\frac{1}{6} + \frac{1}{4})x = 1$; $x = \frac{5}{12}$. Es dauert $\frac{5}{12}$ Std. = 25 min.
6. $(\frac{1}{8} + \frac{1}{12}) \cdot x = \frac{5}{8}$; $x = 3$; noch 3 Tage.

Aufgaben zu 6.2.6

- 178/1. $(x - 1)x = x^2 - 11$; $x = 11$. Die Seite war 11 m lang.
2. $x(x + 2) = x^2 + 122$; $x = 61$. Die Seite war 61 cm lang.
3. $x(x + 5) = (x + 13)x - 64$; $x = 8$. Die Seiten des ursprünglichen Rechtecks waren 8 cm und 13 cm, die des neuen 21 cm und 8 cm.
4. $x + (x + 1) + (x - 2) = 20$; $x = 7$. Die Seiten sind 8 cm, 7 cm und 5 cm.
5. $2(x + 1\frac{1}{2}x) = 30$; $x = 6$. Die Seiten sind 6 cm und 9 cm.
6. $2x + 8 = 3\frac{3}{5}x$; $x = 5$. Die Schenkellänge ist 5 cm.
7. $12 = x + (x + 1) + 1\frac{1}{4}(x + 1)$; $x = 3$. Die Seiten sind 3 m, 4 m und 5 m.
8. $\frac{x + 5x}{2} = x + 4$; $x = 2$. Die Mittelparallele ist 6 cm lang.
9. $\alpha + (\alpha + 54^\circ 54') + (2\alpha + 54^\circ 54' - 103^\circ 30') = 180^\circ$;
 $\alpha = 43^\circ 28'$ $\beta = 98^\circ 22'$ $\gamma = 38^\circ 40'$.
10. $2\alpha = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) - 4^\circ$; $\alpha = 24^\circ$; $\beta = 78^\circ$.
11. $\alpha + \frac{3}{8}(180^\circ - \alpha) + 5\alpha = 180^\circ$; $\alpha = 20^\circ$; $\beta = 60^\circ$; $\gamma = 100^\circ$.
12. $\alpha + (\alpha - 30^\circ) + (3\alpha - 90^\circ) + \frac{7}{12}(4\alpha - 120^\circ) = 360^\circ$
 $\alpha = 75^\circ$; $\beta = 45^\circ$; $\gamma = 135^\circ$; $\delta = 105^\circ$.
13. a) $(n - 2) \cdot 180^\circ = 7 \cdot 360^\circ$ $n = 16$
b) $(n - 2) \cdot 180^\circ = 5\frac{1}{2} \cdot 360^\circ$ $n = 13$.

Aufgaben zu 7.1

- 184/1. a) $pu + pv + qu + qv$ b) $ax - bx + ay - by$
 c) $3t + 15 - st - 5s$ d) $ac - ad - bc + bd$
 e) $-m + n + m^2 - mn$ f) $ux + vx + uy + vy$
2. a) $27a^2x + 297ay - 3abx - 33by$ b) $208pq + 144p - 234qr - 162r$
 c) $-\frac{4}{3}x^2 + \frac{39}{5}xy - \frac{21}{5}y^2$ d) $7,525km + 43,215lm - 2,45kn - 14,07ln$
 e) $-0,15 + 6,36a^2 + 15,84a$ f) $\frac{25}{14}p^3 + \frac{15}{14}p^2q^3 + \frac{5}{8}pq + \frac{3}{8}q^4$
3. a) $2bc - 2ad$ b) $2bd - 2bc$ c) $2ad + 2bc$
 d) $-49s - 35t - 18rt - 18rs$ e) $-15y^3 + 27y^2 + 21y - 29$
4. a) $-35a^6x^2 - 13a^4x - 92a^2x^2 + 17ax^3 + 15a^5 - 2x$
 b) $192m^4 - 24m^4n^3 - 135m^3n^3 - 48m^2n + 41mn^4 + 28mn$
5. a) $-66x^3 + 75x^2y - 110xy + 125y^2$
 b) $39abc - 30a^2b - 15a^2c + 90ab^2 - 3ac^2 + 9bc^2 + 18b^2c$
6. a) $ux + uy + uz + vx + vy + vz$
 b) $3ps - 9qs - 21rs - 2pt + 6qt + 14rt + p - 3q - 7r$
 c) $m^3 - n^3 + m^2n^2 + m^2 + n^2 - mn + m - n + 1$
 d) $5ae - 6af + 7ag - 10be + 12bf - 14bg + 15ce - 18cf + 21cg - 20de + 24df - 28dg$
7. a) $1 - x^4$ b) $1 + y^5$ c) $1 - a^8$ d) $a^3 - b^3$
8. a) $\frac{49}{2}x^3y - \frac{3}{10}x^2y - \frac{653}{40}x^2y^2 + \frac{9}{56}xy^2 + \frac{12}{7}xy^3$
 b) $0,008a^3 + 0,125b^3$ c) $\frac{27}{64}x^3 - \frac{8}{125}y^3$
9. a) $a^3 + 6a^2b + 11ab^2 + 6b^3$ b) $a^3 - 6a^2b + 11ab^2 - 6b^3$
 c) $-2x^4 + x^3 + 2x^2 - x$ d) $64 - 32x - 16x^2 + 4x^4 + 2x^5 - x^6$
10. a) $2,0736x^4 - 0,0001y^4 = (1,2x)^4 - (0,1y)^4$
 b) $\frac{32}{243}x^5 - \frac{2}{27}x^3 + \frac{1}{18}x^2 - \frac{1}{32}$
11. a) $24 - 50x + 35x^2 - 10x^3 + x^4$ b) $24 - 14x - 13x^2 + 2x^3 + x^4$
 c) $64 - 32y + 16y^2 - 16y^3 + 4y^4 - 2y^5 + y^6$
- 185/12. $2x - 4x^2$ 13. $4x$ 15. $5ax^2 - 5a^2x$ 14. $12x - 11$
16. $15a^2b^2 + 49b^2c^2 + 16a^2c^2 - 18a^2bc - 7ab^2c - 49abc^2$
17. $-10x^4y + 18x^2y^3 - 4xy^4$
18. $x^2 - y^2 - 2z^2 + 2xy + yz + xz$

$$185/19. 4op - 2oq - 2pq - 2q^2$$

$$20. 2x^2y - 2xz^2 + 2xyz - 2y^2z$$

$$21. 235x^6 - 124x^4y - 265x^2y^2 - 246y^3$$

$$22. 256a^8b^4 - 192a^7b^6 + 192a^6b^6 - 144a^4b^8 + 144a^6b^8 - 81a^4b^{12}$$

$$23. a^5b^6x^3 - 4a^7b^5x^6 + a^9b^4x^9 + 7a^{11}b^3x^{12} - 2a^{13}b^2x^{15}$$

$$24. -108a^3 - 13a^2b + 186ab^2$$

$$25. 3x^3 - 16x^2 + 11x - 4$$

$$26. 3298a^3 + 487a^2 - 3837a - 1260$$

$$27. 5x^2 - 29x + 2$$

$$28. -108x^3 + 378x^2 + 66x$$

$$29. 22y^2 - 13y - 14$$

$$30. 6x^2 - 6x - 16$$

Gleichungen und Ungleichungen

$$31. a) x = \frac{23}{11} \quad b) \frac{126}{431}$$

$$32. x = -5$$

$$33. x = \frac{1}{2}$$

$$34. x = -\frac{11}{2}$$

$$186/35. x = 20$$

$$36. x = 16$$

$$37. x \geq 4$$

$$38. x < -\frac{13}{20}$$

$$39. x \geq -5$$

$$40. (x+2)(x+5) - x^2 = 122; \quad x = 16 = \text{Quadratseite.}$$

$$41. x(x+3)(x-2) = x^3; \quad x = 6 = \text{Kantenlänge des Würfels.}$$

Aufgaben zu 7.2

$$188/1. a) 1 + 2x + x^2$$

$$b) x^2 - 2x + 1$$

$$c) 4 + 4x + x^2$$

$$d) 1 - 4x + 4x^2$$

$$e) x^6 - 6x^3 + 9$$

$$f) 9 - 6x^2 + x^4$$

$$2. a) 9a^2 + 24ab + 16b^2$$

$$b) 4x^2 + 20xy + 25y^2$$

$$c) 16x^4 - 72x^2y^2 + 81y^4$$

$$d) 36x^2y^2 + 60xy^3 + 25y^4$$

$$e) 49a^2b^2 - 126ab^2c + 81b^2c^2$$

$$f) 121a^4x^2 + 286a^2x^2y + 169x^2y^2$$

$$189/3. a) 289y^2 + 102yz + 9z^2$$

$$b) 169p^2 - 182pq + 49q^2$$

$$c) 196x^2 - 308x + 121$$

$$d) 441 + 630t + 225t^2$$

$$e) \frac{4}{9}a^2 + \frac{12}{5}ap + \frac{81}{25}p^2$$

$$f) 5,29c - 0,506cd + 0,0121d^2$$

$$g) 81u^2 - \frac{108}{5}uv + \frac{36}{25}v^2$$

$$h) 3,24r^2 + 12,96r + 12,96$$

$$i) \frac{9}{49}a^2 - ab + \frac{49}{36}b^2$$

$$j) \frac{9}{25}x^2 - 4xy + \frac{100}{9}y^2$$

$$k) 0,01a^4b^2 + 2a^3b^3 + 100a^2b^4$$

$$l) \frac{9}{4900}u^6 - \frac{3}{500}u^7 + 0,0049u^8$$

189/4. a) $16 - x^2$ b) $484x^4 - 1089$ c) $1 - 16x^4$

5. a) $25a^2 - 16x^2$ b) $289x^4 - 361y^4$

6. a) $256x^2 - 576y^2$ b) $144p^2 - 529q^2$

c) $-\frac{484}{9} + \frac{324}{49}z^2$ d) $\frac{1}{16}u^2 - \frac{49}{10000}v^2$

7. a) $b^2 - a^2$ b) $a^2 - b^2$ c) $-x^2 + 2xy - y^2$ d) $-x^2 - 2xy - y^2$

8. $(u + a)(u - a) + a^2 = u^2 - a^2 + a^2 = u^2$

a) $(98 + 2)(98 - 2) = 100 \cdot 96 = 9600$

$98^2 = 9600 + 4 = 9604$

b) $(395 + 5)(395 - 5) = 400 \cdot 390 = 156000$

$395^2 = 156000 + 25 = 156025$

c) $(1999 + 1)(1999 - 1) = 2000 \cdot 1998 = 3996000$

$1999^2 = 3996000 + 1 = 3996001$

d) $(2001 - 1)(2001 + 1) = 2000 \cdot 2002 = 4004000$

$2001^2 = 4004000 + 1 = 4004001$

e) $(9999 + 1)(9999 - 1) = 10000 \cdot 9998 = 99980000$

$9999^2 = 99980000 + 1 = 99980001$

9. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 + 4ab = a^2 - 2ab + b^2 + 4ab = a^2 + 2ab + b^2$

10. $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{4} = \frac{4ab}{4} = ab$

11. a) $(x + y)^2 + (x - y)^2 + (-x + y)^2 + (-x - y)^2 =$

$= x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2 + x^2 + 2xy + y^2 =$

$= 4(x^2 + y^2)$

b) $\frac{(x + y)^2 + (x - y)^2}{2} = \frac{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2}{2} = \frac{2(x^2 + y^2)}{2} = x^2 + y^2$

12. a) $9u^2v^2 - 12uv^3 + 4v^4$ b) $49a^4b^2 - 16a^2b^4$ c) $x^{12} + 2x^6y^3 + y^6$

d) $-(8a^2b^2 - 5c^4)^2 = -64a^4b^4 + 80a^2b^2c^4 - 25c^8$

e) $\frac{169}{49}p^4q^2r^6 - \frac{26}{7}p^2qr^3 + 1$ f) $3,61c^{10}d^2 - \frac{49}{64}d^6e^4$

13. $(a + b)^2 - (a - b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab$

$(a + b)^2 - (a - b)^2 = ((a + b) + (a - b))((a + b) - (a - b)) = 2a \cdot 2b = 4ab$

189/14.	a	7	-4	21	$-4\frac{1}{6}$	$\frac{14}{5}$
	b	3	11	-21	$-\frac{4}{3}$	-2,8
	$(a+b)^2$	100	49	0	$\frac{1089}{36}$	0
	$a^2 + b^2$	58	137	882	$\frac{689}{36}$	$\frac{392}{25}$

190/15. $4 + 3x^2$

17. $63a^4 + 16a^3x + 60a^2x^2 + 40ax^3$

19. $x^4 - 6x^3 + 2x^2 - x - 1$

21. $6a^3 + 6a^2 - 2a - 2$

23. $\frac{4}{9}a^2 + \frac{9}{4}b^2 + 1 - 2ab + \frac{4}{3}a - 3b$

25. $\frac{7}{4}b^2 - \frac{113}{25}a^2$

16. $16a^2 + 141ax - 85x^2$

18. $115a^3 - 71a^2b + 671ab^2 - 510b^3$

20. $2x^4 - 2x^3y + 5x^2y^2 - 2xy^3$

22. 0

24. a) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

b) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

c) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

191/26. $1,58x^2 - 3,28x + 0,04$

27. a) 3481; 676; 8836; 5329; 7744; 2209; 4225; 961.

b) 8,41; 44,89; 0,2304; 0,001444; 302500; 0,0000008649.

c) $\frac{1681}{1024}$; $\frac{6724}{361}$; $\frac{2916}{2809}$; $\frac{5041}{9801}$; $\frac{3,24}{529}$; $\frac{448900}{1,44}$; $\frac{0,7225}{0,001936}$.

28. a) 899; 3575; 621; 6336.

b) 9999; 249996; 62451; 999856

c) 159,6; 4,884; $\frac{3596}{6375}$; $\frac{2401}{3596}$

29. $(10a+5)^2 = 100a^2 + 100a + 25 =$
 $= 100 \cdot (a^2 + a) + 25 =$
 $= 100 \cdot a \cdot (a+1) + 25$

30. $x = -\frac{3}{2}$

31. $x = \frac{1}{2}$

32. $x = 4$

33. $x > 5$

34. $x \geq 1,5$

192/35. $x \geq 4$

36. $x > 15$

37. $4 = 0$; $L = \{ \}$.

38. $x = 0$

39. $x = \frac{5}{6}$

40. $-1 > 0$; $L = \{ \}$.

41. $(x-10)^2 = x^2 - 140$; $x = 12$ = Seite des ursprünglichen Quadrats.

42. $x(x+5) + 64 = (x+4)^2$; $x = 16$. Die Seiten des Rechtecks sind 16 cm und 21 cm.

43. $(x-2)(x+2) = (x-4)(x+10)$; $x = 6$ = Quadratseite.

44. $x(x+11) = (x+5)^2$; $x = 25$. Die Seiten des Rechtecks sind 25 cm und 36 cm.

192/45. $(x+2)(x-2)x = x^3 - 12$; $x = 3 =$ Würfelkante.

46. $x \cdot (2x+1)(2x-1) = 4x^3 - 5$; $x = 5$. Die Seiten des Quaders sind 5 cm, 11 cm und 9 cm.

47. $6(x+1)^2 = 6x^2 + 30$; $x = 2$. Der Rauminhalt ist 8 dm^3 .

Aufgaben zu 7.3

194/1. a) $u^2 + v^2 + w^2 + 2uv + 2uw + 2vw$ b) $u^2 + v^2 + w^2 + 2uv - 2uw - 2vw$
 c) $u^2 + v^2 + w^2 - 2uv - 2uw + 2vw$ d) $u^2 + v^2 + w^2 + 2uv + 2uw + 2vw$

2. a) $9x^2 + 25y^2 + 1 + 30xy + 6x + 10y$
 b) $4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 12xy + 16xz + 24yz$
 c) $4x^2 + 9y^2 + 16z^2 - 12xy + 16xz - 24yz$
 d) $0,49a^2 + 1,21b^2 + 0,81c^2 - 1,54ab - 1,26ac + 1,98bc$
 e) $25x^4 + 9y^2 + 1 - 30x^2y - 10x^2 + 6y$
 f) $\frac{64}{5}a^2 + \frac{64}{9}b^2 + \frac{25}{16}c^2 - \frac{128}{15}ab + 4ac - \frac{20}{3}bc$
 g) $0,64x^2 + 1,44y^2 + 2,56x^2y^2 - 1,92xy + 2,56x^2y - 3,84xy^2$
 h) $0,01x^2 + 0,04x^2y^2 + 0,09y^2 - 0,04x^2y + 0,06xy - 0,12xy^2$

195/3. a) $2u^2 + 2v^2 + 2w^2 + 4vw$
 b) $-60a^2 + 15b^2 + 32c^2 + 56ac - 52bc$
 c) $16r^2 + 9s^2 + 25t^2 + 24rs - 40rt - 30st - 16a^2 - 9b^2 - 25c^2 - 24ab + 40ac + 30bc$

4.

a	a^2	ab	ac
b	ab	b^2	bc
c	ac	bc	c^2
	a	b	c

5. a) $25u^2 + 64v^2 + 36w^2 + 4 - 80uv + 60uw - 20u - 96vw + 32v - 24w$
 b) $9x^6 - 12x^5 + 10x^4 - 10x^3 + 5x^2 - 2x + 1$
 c) $289a^4 - 476a^3b + 638a^2b^2 - 374a^2b - 364ab^3 + 308ab^2 + 196b^4 - 286b^3 + 121b^2$
 d) $1,44x^4 - 0,6x^3 + 3,12x^2y^2 - 0,36x^2y - 0,0625x^2 - 0,65xy^2 + 0,075xy + 1,69y^4 - 0,39y^3 - 0,0225y^2$
 e) $\frac{1}{4}a^4 - \frac{3}{4}a^3 - \frac{1}{3}a^2b^2 + \frac{2}{3}a^2b + \frac{9}{16}a^2 + \frac{1}{2}ab^2 - ab + \frac{1}{9}b^4 - \frac{4}{9}b^3 + \frac{4}{9}b^2$

- 195/6. a) $(u+v)^2 - w^2 = u^2 + v^2 - w^2 + 2uv$
 b) $u^2 - (v+w)^2 = u^2 - v^2 - w^2 - 2vw$
 c) $u^2 - (v-w)^2 = u^2 - v^2 - w^2 + 2vw$
 d) $(2p+q)^2 - (7r)^2 = 4p^2 + 4pq + q^2 - 49r^2$
 e) $(\frac{3}{2}x)^2 - (\frac{2}{3}y - z)^2 = \frac{9}{4}x^2 - \frac{4}{9}y^2 - z^2 + \frac{4}{3}yz$
 f) $(\frac{1}{3}b)^2 - (2c - 0,5a)^2 = \frac{1}{9}b^2 - 4c^2 - 0,25a^2 + 2ac$
7. a) $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$ b) $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$
8. a) $1 - x^2 - y^2 - 2xy$ b) $1 + x^2 - x^4 - 2x$
9. a) $49a^2 - 81x^2 - 121y^4 + 198xy^2$ b) $36x^4 + 169y^4 - 381x^2y^2$
10. a) $81a^2x^4 - 121a^4 - 16x^8 + 88a^2x^4$ b) $81a^2x^4 - 121a^4 + 16x^8 + 72ax^6$
11. a) $(a+b)^2 - (c+d)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - c^2 - d^2 - 2cd$
 b) $(1-x)^2 - (x^2 - x^3)^2 = 1 + x^2 - 2x - x^4 - x^6 + 2x^5$
12. a) $(8x^3 + 7x^2y)^2 - (6xy^2 - 5y^3)^2 = 64x^6 + 49x^4y^2 + 112x^5y - 36x^2y^4 - 25y^6 + 60xy^5$
 b) $(19a^6b - 4a^4b^2)^2 - (5a^2b^3 + 18b^4)^2 = 361a^{12}b^2 + 16a^8b^4 - 152a^{10}b^3 - 25a^4b^6 - 324b^8 - 180a^2b^7$
13. a) $(a-2b)^2 - (2c-x)^2 = a^2 + 4b^2 - 4ab - 4c^2 - x^2 + 4cx$
 b) $(x^2-b)^2 - (2-y^2)^2 = x^4 + b^2 - 2bx^2 - 4 - y^4 + 4y^2$
14. a) $(a^2-x)^2 - (y-b^2)^2 = a^4 + x^2 - 2a^2x - y^2 - b^4 + 2b^2y$
 b) $(1-x^2)^2 - (x^3-x)^2 = 1 + x^4 - 2x^2 - x^6 - x^2 + 2x^4 = 1 - 3x^2 + 3x^4 - x^6$
 c) $(1-x)^2 - (a+ax)^2 = 1 + x^2 - 2x - a^2 - a^2x^2 - 2a^2x$
 d) $(a^3 - a^2b)^2 - (b^3 - ab^2)^2 = a^6 + a^4b^2 - 2a^5b - b^6 - a^2b^4 + 2ab^5$

Aufgaben zu 7.4.

- 197/1. a) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ b) $1 - 9a + 27a^2 - 27a^3$
 c) $8a^3 + 60a^2b + 150ab^2 + 125b^3$ d) $27a^3 - 135a^2b + 225ab^2 - 125b^3$
 e) $-a^3 + 12a^2b - 48ab^2 + 64b^3$ f) $-a^3 - 6a^2b - 12ab^2 - 8b^3$
- 198/2. a) $0,001 + 0,03u + 0,3u^2 + u^3$
 b) $-1,728r^3 + 21,6r^2s - 18rs^2 + 125s^3$
 c) $\frac{27}{8}a^3 + 9a^2b + 8ab^2 + \frac{64}{27}b^3$
3. a) $a^3 \cdot (\frac{1}{8}b^3 + \frac{1}{2}b^2 + \frac{2}{3}b + \frac{8}{27})$ b) $x^3(\frac{125}{343} - \frac{6}{7}x + 6x^2 + \frac{2744}{125}x^3)$
 c) $\frac{1}{1000}(8x^3 - 60x^2y + 150xy^2 - 125y^3)$

198/4. a) $x^3y^3(y^3 + 6y^2x + 12yx^2 + 8x^3)$

b) $a^6b^6(\frac{125}{729}a^3 - \frac{5}{9}a^2b + \frac{3}{5}ab^2 - \frac{27}{125}b^3)$

5. $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5.$

6. a) $16a^4 + 32a^3 + 24a^2 + 8a + 1$

b) $x^5 - 15x^4y + 90x^3y^2 - 270x^2y^3 + 405xy^4 - 243y^5$

c) $x^7 - 7x^6y + 21x^5y^2 - 35x^4y^3 + 35x^3y^4 - 21x^2y^5 + 7xy^6 - y^7$

Aufgaben zu 7.5.1

199/1. a) $s(3t - 4s + 1)$

b) $x(ax + b + 1)$

c) $4a^2(-1 + 3a^3)$

d) $\frac{1}{5}y(4a + \frac{3}{2}b - \frac{2}{3}y)$

2. a) $\frac{2}{3}(a + b)$

b) $\frac{6}{5}(x - y + z)$

c) $\frac{3}{8}(u - \frac{5}{4}v)$

d) $-\frac{37}{23}(\frac{3}{2}s + \frac{2}{3}t)$

3. a) $\frac{1}{5}(2x + 3y)$

b) $\frac{1}{10}(4a - 5b)$

c) $\frac{1}{2}(r + 3s - 2t)$

d) $\frac{1}{100}(-u + 10v + 100w)$

e) $\frac{1}{60}(80 + 75x - 72z)$

f) $\frac{1}{15}(-18a + 10b - 15)$

4. a) $ac(b - d)$

b) $ab(a + b - ab)$

c) $x^2(x^2 - x + 1)$

d) $uv^3(u + v - v^2)$

5. a) $3u(2v + 2w - z)$

b) $\frac{10}{3}p(1 - 2pq)$

c) $-7x^3(\frac{1}{8}x + \frac{8}{3})$

d) $\frac{1}{34}u^2vz(49v^2 - 78uz^4)$

6. a) $13 \cdot 10 = 130$

b) $18 \cdot 20 = 360$

c) $18 \cdot 1 = 18$

d) $27 \cdot 10 = 270$

e) $83 \cdot 3 = 249$

f) $13 \cdot 0 = 0$

7. a) $54(2xy - 3x + 4y)$

8. a) $7u^2(3u^2 - u + \frac{10}{3})$

b) $\frac{2}{5}xy^2z(7y^2z - 5xz - 11x^2 + 4z - 9xy)$

b) $\frac{1}{10}xy(13x^2 + 23,5xy - 9y^2)$

9. a) $3(6a^2 - 91b)$

b) $3(3x + \frac{4}{3})$

c) $3(\frac{1}{3} - 4x)$

d) $3(\frac{a}{3} - \frac{1}{3})$

200/10. a) $-1(3a^2 - b^2)$

b) $-1(5x - 3)$

c) $-1(1 + 8ab)$

d) $-1(-3a^2b - 5x)$

11. a) $-\frac{2}{3}(-2a + 7b)$

b) $-\frac{2}{3}(-12a + 1)$

c) $-\frac{2}{3}(\frac{3}{2} + \frac{9}{4}b)$

d) $-\frac{2}{3}(-3x - \frac{9}{2}y)$

12. a) $(v + w)(u - v + w)$

b) $(a + b - c)(x + y + z)$

c) $(2a - 3b)(m - n - p)$

d) $(2e - f)(u - 6v - 3w)$

13. a) $\frac{3}{4}(a - b)(x - y)$

b) $1,6(x - 3)(2a + 3b)$

c) $14(3y + 2z)(x - 2y)$

1. u. 2. Auflage:

$14(-3xy + 2xz - 4yz)$

14. a) $12ab^3(7x - 1)(a + 7b)$

b) $3a(1 - x)(2a^2 + 9b^2)$

c) $7xy(3x - y)(\frac{1}{4}x - y)$

d) $\frac{6}{25}(x - y)(5a + 35ab + 3b^2)$

- 200/15. a) $(a+b)(x+1)$ b) $(a-b)(x+1)$
 c) $(a-b)(x-1)$ d) nicht faktorisierbar

16. a) $(\frac{5}{2}a-b)(x-2y)$ b) $(3,7a^2b+c) \cdot 10ab^2$

17. a) $2xyz(2xy-3z+5xyz)$ b) $3a^7b^{11}c^9(abc^4+9b^4-6a^4c^2)$
 c) $a^3b^3(b-a+a^2b^2)$ d) $(x+y)^2 \cdot x \cdot y$

Aufgaben zu 7.5.2

201/1. a) $(a+b)(x+y)$ b) $(s+t)(x-y)$ c) $(a-x)(b+c)$ d) $(z-a)(x-y)$

2. a) $(2u+3v)(x+y)$ b) $(b+c)(a+1)$
 c) $(x+a)(x+b)$ d) $(x^2+1)(y^2+1)$

3. a) $(x+y)(m+n+r)$ b) $(p-q+z)(a-b)$
 c) $(r-1)(a+b+c)$ d) $(h-i)(e+f-g)$

4. a) $(x+2)(a-c+b)$ b) $(p+r+q)(u-v)$
 c) $(x-y-1)(1-z)$ d) $(1+a)(1+a^2+a^4)$

5. a) $1,1(3a-4b)(x+y)$ b) $(0,7q-0,9r)(p+s)$
 c) $(0,7u+0,4)(6v+5w)$ d) $(9b-8a)(x^2-0,4y^2)$

6. a) $(a-\frac{1}{5}b)(7x+3y)$ b) $(az+\frac{5}{7}bz)(z+\frac{3}{2}x)$
 c) $y(\frac{1}{10}x-\frac{3}{10}y)(2z-3u)$ d) $v^2(u+\frac{3}{2}a)(v-\frac{1}{4})$

7. a) $(x+4y)(a-7b)$ b) $(2a-3b)(6x-y)$
 c) $(x-y)(a+b-c+1)$ d) $(x-y)(b+c-a+1)$

8. a) $(a+2b)(3ux-vy-uy+3vx) = (a+2b)(3x-y)(u+v)$
 b) $(3a+4b)(7xz-3y-yz+21x) = (3a+4b)(7x-y)(z+3)$
 c) $(5p-q)(2st-3ru+3rt-2su) = (5p-q)(2s+3r)(t-u)$
 d) $(7d-2)(10eg-2fh-5eh+4fg) = (7d-2)(5e+2f)(2g-h)$

202/9. a) $4(u+x)(16a+9e-11b)$ b) $3(4p+9q)(2a-3b+5c)$
 c) $\frac{1}{6}(2a-3b)(y^2+4y-1)$ d) $\frac{1}{30}r^2(2u-3v)(3r^2+7s^2-5rs)$

Aufgaben zu 7.5.3

203/1. a) $(x-4)^2$ b) $(u-3v)^2$ c) $(2z+p)^2$
 d) $(7p-8q)^2$ e) $(3y^2+5)^2$ f) $(x^5+2)^2$

2. a) $(a+\frac{1}{2})^2$ b) $(3a-14)^2$ c) $(0,4x^3-0,3y)^2$
 d) $(x-1,5)^2$ e) $(4s-0,6r)^2$ f) $(2x+13)^2$

203/3. a) $(\frac{2}{3}s + \frac{4}{3}t)^2$ b) $(\frac{3}{4}u - \frac{5}{6}v)^2$ c) $(1,1 + \frac{5}{11}a)^2$ d) $(1,4x^2 - 1)^2$

4. a) $(25 - 14a)(25 + 14a)$ b) $(1 - 9x)(1 + 9x)$
 c) $(\frac{3}{4}u - \frac{5}{6}v)(\frac{3}{4}u + \frac{5}{6}v)$ d) $(0,7a - 0,1b)(0,7a + 0,1b)$

5. a) $(1,5 - 0,16t)(1,5 + 0,16t)$ c) $(20xy - 11uv)(20xy + 11uv)$
 b) $(\frac{8}{17}p - 1,9q)(\frac{8}{17}p + 1,9q)$ d) $(\frac{13}{18}x^2 - 1)(\frac{13}{18}x^2 + 1)$

6. a) $5(2x - 3y)(2x + 3y)$ c) $7(5p^2 - 6q^2)(5p^2 + 6q^2)$
 b) $0,1(6x - 7y)(6x + 7y)$ d) $3(4xy - 7uv)(4xy + 7uv)$

7. a) $6(a + b)^2$ b) $7(x - \frac{1}{2})^2$ c) $a(a + 1)^2$ d) $3x^3(x^2 - 2)^2$

8. a) $(a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$
 b) $(x^3 - y^3)(x^3 + y^3) = (x - y)(x + y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$
 c) $(x^4 + y^4)(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$
 d) $(x - y)^2(x + y)^2$
 e) $(3 - 2u)^2(3 + 2u)^2 = (9 - 4u^2)^2$
 f) $(8x^3 - 1)(8x^3 + 1) = (2x - 1)(2x + 1)(4x^2 + 2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$

9. a) $(a + b - c)(a + b + c)$
 b) $(2x - 5 - 3y)(2x - 5 + 3y)$
 c) $(6a + 4b - 9c)(6a + 4b + 9c)$
 d) $(14u - \frac{1}{7}v - \frac{1}{11})(14u - \frac{1}{7}v + \frac{1}{11})$
 e) $(a + b - x + y)(a + b + x - y)$
 f) $(4u - v + 1)(4u + v - 1)$

10. a) $(-2a + 3b)(6a + 3b)$ b) $(-2a - 3b)(6a - 3b)$
 c) $(2a - 3b)(6a + 3b)$ d) $(2a + 3b)(6a - 3b)$

204/11. a) $728xy$ b) $-0,08xy$ c) $4xy$ d) $-\frac{49}{3}xy$

12. a) $(a - b + c)(a + b - c)$ b) $(x - y - z)(x + y + z)$
 c) $(1,7a - 0,8b + 1,3c)(1,7a + 0,8b - 1,3c)$
 d) $(1,8x - 1,6y - 1,1z)(1,8x + 1,6y + 1,1z)$

13. a) $(2 + x)(a - b)(a + b)$
 b) $(2x + 3y)(m - 2n)(m + 2n)$
 c) $(3x + 2y)(2a - b)(2a + b)$
 d) $(3p - 2q)(3p + 2q)(2x - y)(2x + y)$

14. a) $(x - y)(9a^2 - 12ab - 4b^2)$ b) $(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}xy + \frac{1}{4}y^2)(a - b)(a + b)$

204/15. a) $(a-b)(a+b)(x-y)(x+y)$ b) - c) $(1-a-b)(1+a+b)$
 d) $(a-b-1)(u-b+1)$ e) - f) - g) - h) -

16. a) $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3$
 $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3$
 b) $(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)$
 c) $(7+6a^2)(49-42a^2+36a^4)$
 d) $(\frac{4}{5}x-1)(\frac{16}{25}x^2+\frac{4}{5}x+1)$
 e) $(\frac{7}{8}a+\frac{4}{3}b)(\frac{49}{64}a^2-\frac{7}{6}ab+\frac{16}{9}b^2)$
 f) $(0,1x+yz^2)(0,01x^2-0,1xyz^2+y^2z^4)$
 g) $(0,9u-100v)(0,81u^2+90uv+10000v^2)$

Aufgaben zu 7.5.4

205/1. a) $(x+3)(x+4)$ b) $(x+3)(x-4)$ c) $(x+10)(x+1)$
 d) $(x+10)(x-1)$

2. a) $(u-5)(u-8)$ b) $(a-8)(a-12)$ c) $(z-1)(z-9)$ d) -

3. a) $(x-y)(x-4y)$ b) $(y+8z)(y-7z)$
 c) $(a-6b)(a-3b)$ d) $(u+3v)(u-7v)$

4. a) $(x+8)(x-6)$ b) $(x+6)(x-8)$ c) - d) -

5. a) $2 \cdot (x+3)(x+5)$ b) $7 \cdot (x-5)(x+3)$ c) $\frac{3}{4} \cdot (x+2)(x+6)$
 d) $-(x-7)(x-5) = (7-x)(x-5)$

6. a) $3 \cdot (x-9)(x-4)$ b) $\frac{1}{4}(x-6)^2$
 c) $-\frac{1}{2}(x^2-18x+36)$ d) $0,1(a-1)(a-10)$

7. a) $-0,4(z-3)(z-4)$ b) $\frac{1}{4}(p+3q)(p-7q)$
 c) $\frac{1}{6}(x+6)(x+8)$ d) $\frac{5}{4}(y+8)(y+12)$