



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Algebra

Barth, Friedrich

München, 1996

1.1 Woher kommt und was ist Algebra?

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83493](#)

1 Grundbegriffe der Algebra

** 1.1 Woher kommt und was ist Algebra?

ABU ABDALLAH MUHAMMAD IBN MUSA AL-CHARIZMI*, zu deutsch »MUHAMMAD, Vater des ABDALLAH, Sohn des MOSES, aus Choresmien stammend«, war Astronom und Mathematiker. Unter dem Kalifen** AL-MA'MUN, der von 813 bis 833 in Bagdad regierte, wurde AL-CHARIZMI – so wollen wir diesen Mann immer nennen – Mitglied des »Hauses der Weisheit«, an dem viele Gelehrte arbeiteten. Man nimmt daher an, daß AL-CHARIZMI um 780 geboren wurde. Und wenn die Geschichte wahr ist, daß AL-CHARIZMI einer der Astronomen war, die, 847 ans Krankenbett des Kalifen AL-WATIQ gerufen, diesem auf Grund seines Horoskops noch weitere 50 Lebensjahre voraussagten – der Kalif starb nichtsdestotrotz 10 Tage später –, dann wissen wir, daß AL-CHARIZMI erst nach 847 gestorben ist.

Mehr aber wissen wir nicht über das Leben dieses Mannes, der uns mehrere Bücher hinterlassen hat, darunter eines, das von vielen Menschen immer wieder studiert wurde. Wie heißt dieses Buch? Und was steht in diesem Buch geschrieben? AL-CHARIZMI selbst gibt uns im Vorwort seines Buches die Antwort:

»Jene Liebe zur Wissenschaft, mit der GOTT den Imam AL-MA'MUN, Beherrscher der Gläubigen, ausgezeichnet hat, [...] jene Güte und gönnerhafte Herablassung, die er den Lernenden erweist, jene Bereitwilligkeit, mit der er sie beschützt und unterstützt, wenn sie Licht in die dunklen Dinge bringen und Schwieriges bewältigen – all dies hat mich ermutigt,***



Abb. 10.1 4-Kopeken-Marke der Post der UdSSR (1983) zum 1200. Jahrestag der Geburt AL-CHARIZMIS

AL-KITAB AL-MUCHTASAR FI HISAB AL-DSCHABR WA-'L-MUQABALA

ein kurzgefaßtes Buch über das Rechnen durch Wiederherstellen und Ausgleichen

zu schreiben, dabei mich aber zu beschränken auf das Anmutige und Hochgeschätzte des Rechenverfahrens für das, was die Leute fortwährend notwendig brauchen bei ihren Erbschaften und ihren Vermächtnissen, bei ihren Teilungen, ihren Prozeßbescheiden, ihren Handelsgeschäften und bei allem, womit sie sich gegenseitig befassen, aber auch handelnd von der Ausmessung der Ländereien, der Herstellung von

* Sprich das z wie ein stimmhaftes s, das a betont und dunkel fast wie ein o. – ABDALLAH bedeutet Knecht Gottes.

** Kalif (von *chálifa* = Stellvertreter) ist die arabische Bezeichnung für den Nachfolger des Propheten MOHAMMED als weltlichem Oberhaupt der muslimischen Gemeinschaft; das geistliche Oberhaupt trägt den Titel Imam, zu deutsch Vorbild. Den Kalifentitel führten zuletzt die türkischen Sultane. Seit dem 3. März 1924 gibt es keinen Kalifen mehr.

*** Betone kitáb, muchtásar, hisáb, muqábala. – Das q ist ein tief in der Kehle gesprochenes k. – Mit dieser Beschreibung wurde das Buch von späteren Gelehrten zitiert, da ihm AL-CHARIZMI selbst keinen Titel gegeben hat.

Kanälen, der Geometrie und dergleichen anderm nach seinen Gesichtspunkten und Arten.

Im Vertrauen auf die gute Absicht, die diesem Buch zugrunde liegt, hoffe ich, daß diejenigen, die nun bewandert in dieser Rechenkunst geworden sind, mich belohnen werden, indem sie durch ihre Gebete mich der göttlichen Gnade teilhaftig werden lassen.«

Wir wissen nicht, ob AL-CHARIZMI der erste war, der den Wörtern *al-dschabr* und *al-muqabala* einen mathematischen Sinn gab. Was bedeuten sie überhaupt? Darüber streiten bis heute die Gelehrten! Einig ist man sich wenigstens darüber, daß das Substantiv *al-muqabala* vom Verb *qabala* kommt, das »einander gegenüberstellen« bedeutet. Bei *al-dschabr* gehen die Meinungen aber weit auseinander. Viele Gelehrte vertreten die Ansicht, daß ihm das Verb *dschabr* zugrunde liege in seiner Bedeutung von »ein ausgerenktes oder gebrochenes Glied wieder einrichten«. Wir werden später sehen, welchen mathematischen Sinn diese beiden Ausdrücke bei AL-CHARIZMI haben (Seite 138). Andere Gelehrte weisen darauf hin, daß *dschabr* auch die allgemeinere Bedeutung von »zwingen« hat. Deswegen erklärt der Mathematiker AL-KARADSCHI († 1019/29)*, *al-dschabr* sei die Kunst, eine unbekannte Zahl immer näher in das Reich des Bekannten zu zwingen.

Einige Gelehrte vertreten eine ganz andere Ansicht. Sie sagen, bei den alten Assyern (um 1600 v. Chr.) habe es in der Mathematik bereits ein Wort *gabru* gegeben, das die Bedeutung von »gleich sein, einander gegenüberstellen« gehabt habe. Auf verschlungenen Wegen sei die Kenntnis von dieser Rechenkunst schließlich zu den Arabern gekommen und diese hätten *gabru* wie *dschabr* ausgesprochen und mit *muqabala* übersetzt. Dann sei die ursprüngliche Bedeutung von *al-dschabr* vergessen worden und man habe die oben angegebene Erklärung vom »Einrichten gebrochener Knochen« erfunden. Wenn das alles stimmt, dann war es die Absicht des AL-CHARIZMI,

ein kurzgefaßtes Buch über das Rechnen mittels Gleichungen

zu verfassen.



Abb. 11.1 Die Welt der Algebra bis zur Neuzeit

* Sein eigentlicher Name ist ABU BAKR MUHAMMAD IBN AL-HASAN AL-HASIB AL-KARADSCHI. Auch er lebte und wirkte in Bagdad.

Natürlich ist uns das Original nicht erhalten geblieben. Die älteste arabische Abschrift davon, die wir kennen, stammt aus dem Jahre 743 der Hedschra, d. h. aus dem Jahre 1342 unserer Zeitrechnung. Und wie ist dieses Buch zu uns nach Europa gekommen? Du weißt vielleicht schon, daß im Jahre 711 die Araber fast ganz Spanien eroberten und in Córdoba ein prächtiges Kalifat gründeten. Muslime, Christen und Juden lebten dort in Eintracht zusammen und widmeten sich auch den Wissenschaften. So soll die Bibliothek des Kalifen von Córdoba an die 600 000 Handschriften besessen haben! Die Kunde von der Gelehrsamkeit der Araber drang, von den Teilnehmern an den Kreuzzügen bestätigt, ins christliche Europa, in dem um die Mitte des 11. Jhs ein Aufschwung wissenschaftlichen Denkens einsetzte. Man interessierte sich wieder für die Werke der alten griechischen Philosophen und Wissenschaftler und mußte feststellen, daß sie vielfach nur mehr in arabischer Übersetzung erhalten waren. Deshalb richtete der Erzbischof RAIMUND (zwischen 1130 und 1150) in Toledo, das König Alfons VI. von Kastilien und León den Arabern 1085 entrissen hatte, eine große Übersetzungsschule ein, um die arabischen Texte ins vertraute Latein übertragen zu lassen. In dieses Toledo zog es auch den 1114 in Cremona geborenen GERHARD. Und die Stadt des Wissens und der Bücher ließ ihn nicht mehr los; 1187 verstarb er dort. Über 90 Werke aus der Philosophie, der Astronomie, der Mathematik, der Alchemie und der Medizin hat er aus dem Arabischen ins Lateinische übersetzt. Darunter auch das in der arabischen Welt berühmt gewordene Rechenbuch des AL-CHARIZMI. GERHARD VON CREMONA nannte es

liber maumeti filii moysi alchoarismi de algebra et almuchabala.

Natürlich besitzen wir auch von der Übersetzung nicht das Original, sondern nur eine Abschrift aus dem 14. Jh. GERHARD VON CREMONA schrieb für das arabische *al-dschabr* einfach *algebra*, weil man damals ein so geschriebenes Wort wie »aldschebra« aussprach*. *Algebra et almuchabala* wurden durch GERHARD in Europa zum Namen einer mathematischen Wissenschaft, die man in Italien später auch *Ars magna* – Die große Kunst – nannte.

Im 14. Jh. verschwand das *et almuchabala* immer mehr, und 1577 erschien es zum letzten Mal im Titel eines Buchs. Von da an hieß diese Kunst nur mehr *Algebra*. Zu einer wahrlich großen Kunst wurde sie aber erst durch François VIÈTE (1540–1603), der 1591 die *Algebra nova*, die *neue Algebra* begründete, nämlich das Rechnen mit Buchstaben. Und wenn du in den nächsten vier Jahren dieses Rechnen mit Buchstaben, also die Algebra, erlernt haben wirst, dann wirst du dem Ziel näher gekommen sein, das VIÈTE mit seiner Algebra bereits erreicht zu haben glaubte, nämlich

jedes Problem lösen zu können

NULLUM NON PROBLEMA SOLVERE.

1.2 Variablen

Im bisherigen Mathematikunterricht wurden schon oft sogenannte Platzhalter verwendet. Wozu sie notwendig oder nützlich sind, sollen die folgenden Beispiele noch einmal zeigen.

* Ins Spanische und Portugiesische ging dieses *algebra* in der alten Bedeutung des Einrichtens von Knochen ein; denn der Wundarzt heißt in diesen Sprachen *algebrista*.