Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 2000

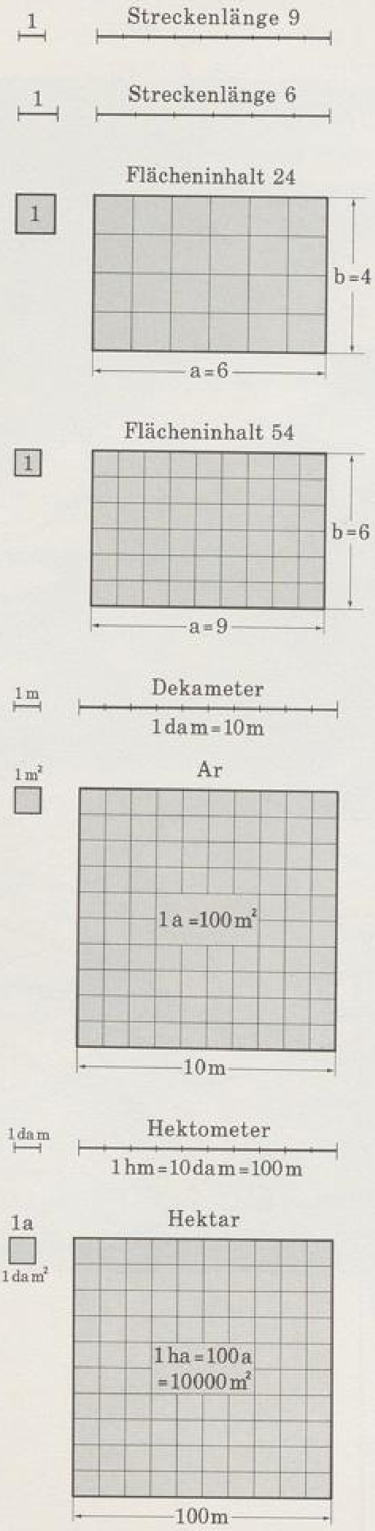
5. Kapitel: Flächeninhalt

urn:nbn:de:hbz:466:1-83477

5. Kapitel

Flächeninhalt

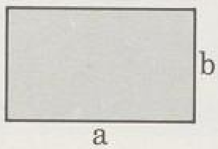
5.1 Grundlagen



Will man die Länge einer Strecke messen, so muss man feststellen, wie oft eine vorgegebene Einheitsstrecke als Längeneinheit in der Strecke enthalten ist. Passt die Einheitsstrecke zum Beispiel genau neunmal in die Strecke, dann sagt man: Die Strecke hat die Länge 9. 9 ist die Maßzahl bezüglich der gewählten Längeneinheit. Nimmt man eine längere Einheitsstrecke, dann hat dieselbe Strecke eine kleinere Maßzahl.
Im Alltag haben bestimmte Einheitsstrecken Namen, diese Namen dienen als Benennung bei der Längenangabe. Früher war der Mensch auch im wörtlichen Sinn das Maß aller Dinge, die alten Längeneinheiten wie Fuß, Elle, Zoll, Spanne und Yard waren vom menschlichen Körper abgeleitet. Die heute verwendeten Maßeinheiten stammen aus der Erdmessung. Am 7. April 1795 hat die französische Nationalversammlung beschlossen, dass der 40millionste Teil des Erdumfangs als neue Einheit der Längenmessung verwendet werden solle. Diese Einheit nannte man 1 Meter und leitete davon die kleineren Einheiten 1 dm, 1 cm, 1 mm und die größere Einheit 1 km ab.
In der Geometrie geben wir Längeneinheiten als Strecken an. Weil wir keine Benennungen verwenden, haben sie die Länge 1. Bei der Flächenmessung macht man's genauso. Als Flächeneinheit dient ein Quadrat mit der Seitenlänge 1: das Einheitsquadrat. Will man den Inhalt einer Fläche messen, dann muss man feststellen, wie oft das Einheitsquadrat in ihr enthalten ist. Passt es zum Beispiel genau 24mal in ein Rechteck, dann sagt man: Das Rechteck hat den Flächeninhalt 24. 24 ist die Maßzahl bezüglich der gewählten Flächeneinheit. Wenn man ein kleineres Einheitsquadrat nimmt, dann erhält dieselbe Fläche eine größere Maßzahl.
Meistens bezeichnet man den Flächeninhalt mit A. Für ein Rechteck mit den Seitenlängen a und b gilt – wie wir schon wissen:

Flächeninhalt des Rechtecks

$$A = ab$$



In der Geometrie sind auch die Flächeninhalte reine Zahlen. In der Wirklichkeit leitet man die Namen der Flächeninhalte von den Längeneinheiten ab. 1 m² ist zum Beispiel der Flächeninhalt eines Quadrats mit der Seitenlänge 1. Entsprechend sind in Gebrauch 1 dm², 1 cm², 1 m² und 1 km².

Achte auf die unterschiedlichen Umrechnungszahlen bei Längen- und Flächeneinheiten:

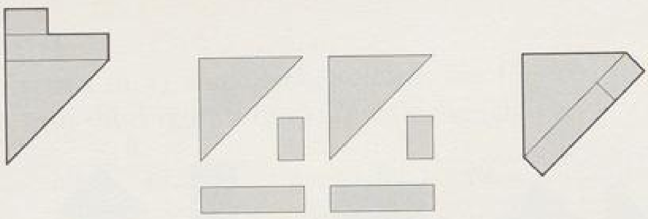
1 km = 10 hm	$1\ km^2 = 100\ hm^2 = 100$ ha
1 hm = 10 dam	1 ha $= 100\ dam^2 = 100$ a
1 dam = 10 m	1 a $= 100\ m^2$
1 m = 10 dm	$1\ m^2 = 100\ dm^2$
1 dm = 10 cm	$1\ dm^2 = 100\ cm^2$
1 cm = 10 mm	$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

Beispiel: 1 km = 1 000 m, aber $1\ km^2 = 1\,000\,000\ m^2$.

Bei komplizierteren Figuren macht es mehr Mühe, den Flächeninhalt zu bestimmen. Einige nahe liegende Eigenschaften des Flächeninhalts helfen uns dann weiter. Unmittelbar leuchtet ein:

Kongruente Figuren haben den gleichen Flächeninhalt, kurz: sind flächengleich.

Umgekehrt stimmt's meistens nicht:
Setzt man nämlich Figuren aus paarweise kongruenten Teilen zusammen, so entstehen flächengleiche Figuren, die im Allgemeinen nicht kongruent sind.

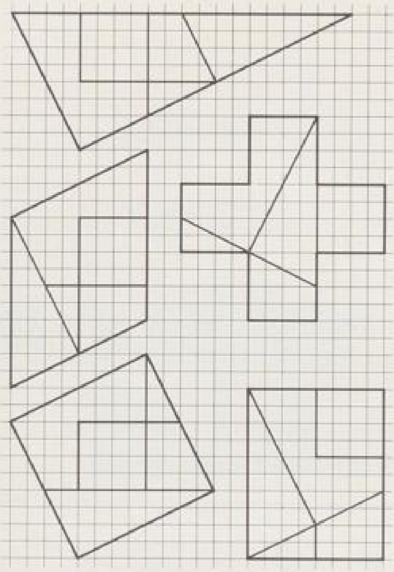


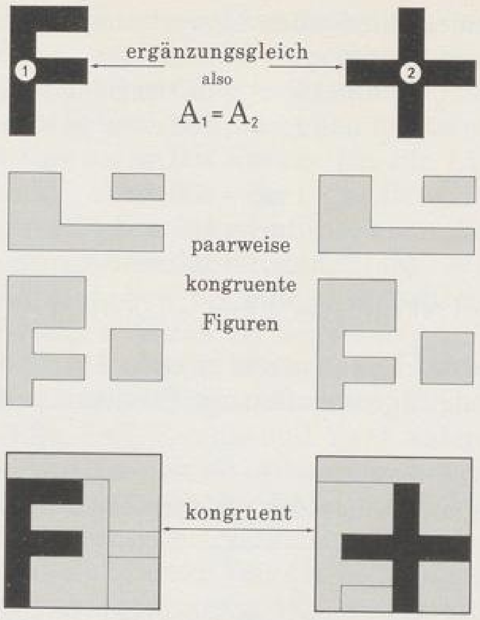
paarweise kongruente
Figuren

Gelingt es andrerseits, zwei Figuren in paarweise kongruente Teile zu zerlegen, so sind sie flächengleich. Solche Figuren heißen **zerlegungsgleich.** Das Bild zeigt fünf einfache zerlegungsgleiche Figuren.

Statt Figuren zu zerschneiden, kann man sie auch geschickt ergänzen. Es gilt nämlich: Zwei Figuren haben denselben Flächeninhalt, wenn sie sich beim Ergänzen mit paarweise kongruenten Stücken in kongruente Figuren verwandeln lassen. Die Ausgangsfiguren nennt man dann **ergänzungsgleich.** In der Ebene sind zerlegungsgleiche Figuren immer auch ergänzungsgleich und umgekehrt.

zerlegungsgleiche Figuren



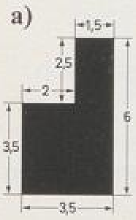


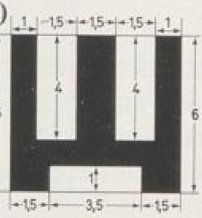
Braucht man den Flächeninhalt komplizierterer Figuren, so zerlegt man diese in Teilfiguren, deren Flächeninhalt man berechnen kann, und verwendet die unmittelbar einleuchtende Eigenschaft des Flächeninhalts:

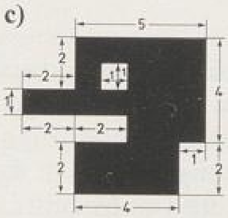
Zerlegt man eine Figur in Teilfiguren, so ist der Inhalt der Figur gleich der Summe der Inhalte der Teilfiguren.

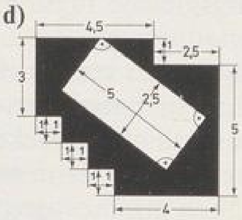
Aufgaben

1. MASSVOLL
Berechne den Inhalt der schwarzen Flächenstücke.

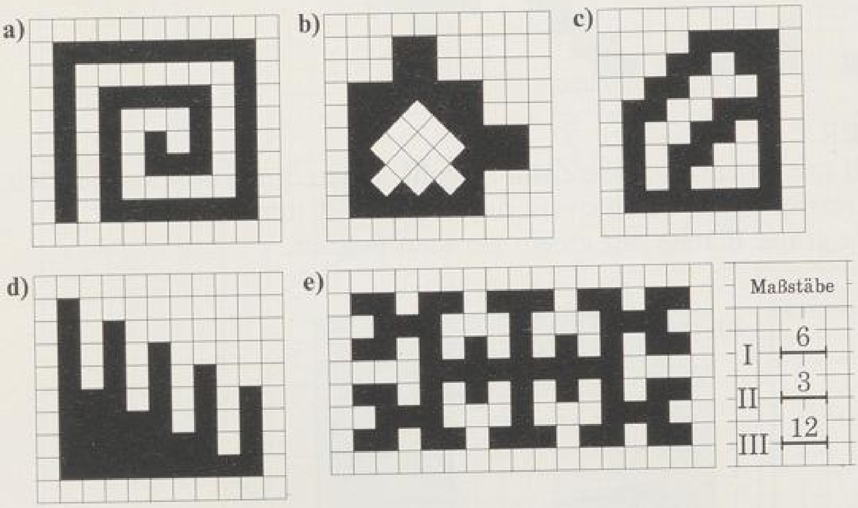
a) 

b) 

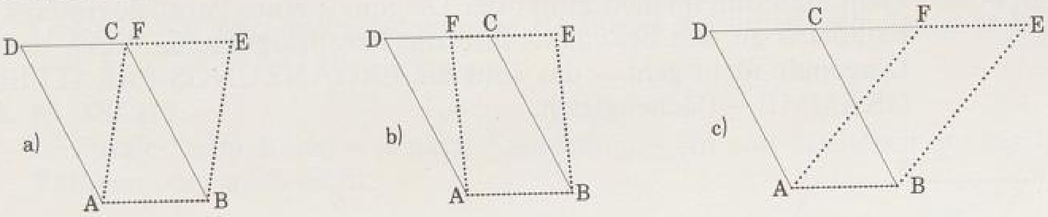
c) 

d) 

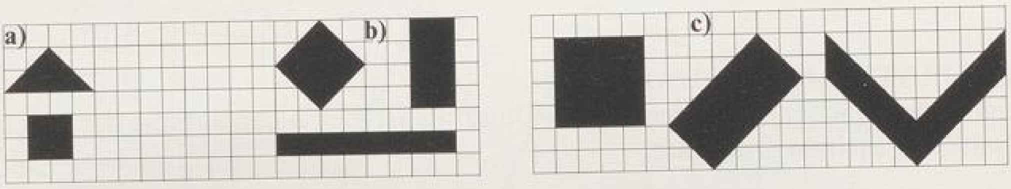
2. MASSLOS
Berechne den Inhalt der schwarzen Flächenstücke, benutze den Maßstab I.
Wie ändert sich der Flächeninhalt, wenn du die Maßstäbe II beziehungsweise III verwendest?



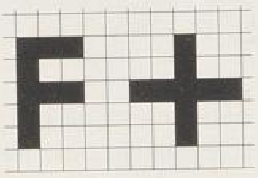
3. SCHEREREI
Die Parallelogramme ABCD und ABEF sind flächengleich.
Beweise dies!



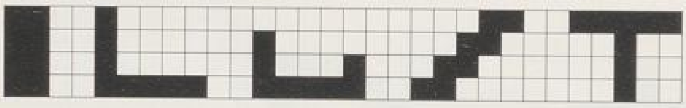
4. FLÄCHENGLEICH
Begründe: Die Figuren in **a)** sind flächengleich, die Figuren in **b)** sind flächengleich und die Figuren in **c)** sind flächengleich.



5. QUADRATVOLLMACHT
Ergänze **F** und + mit drei paarweise kongruenten Stücken zu einem möglichst kleinen Quadrat.



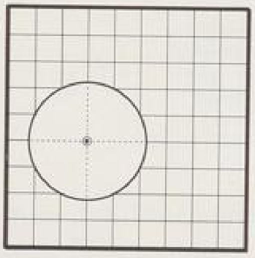
6. VIERDAZU
Ergänze jede Figur mit jedesmal denselben vier Figuren zu einem möglichst kleinen Quadrat.



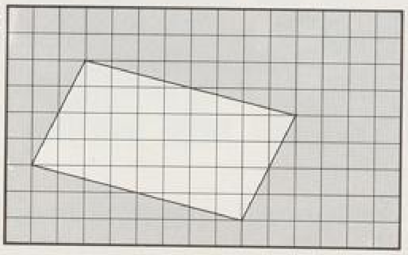
7. HALBSCHWER

a) Jemand will mit einem geraden Zaun sowohl seinen quadratischen Garten als auch den kreisförmigen Teich darin halbieren. Hilf ihm!
b) Halbiere die graue Fläche mit einem geraden Schnitt.

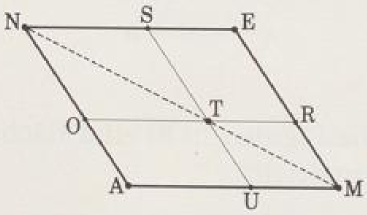
a)



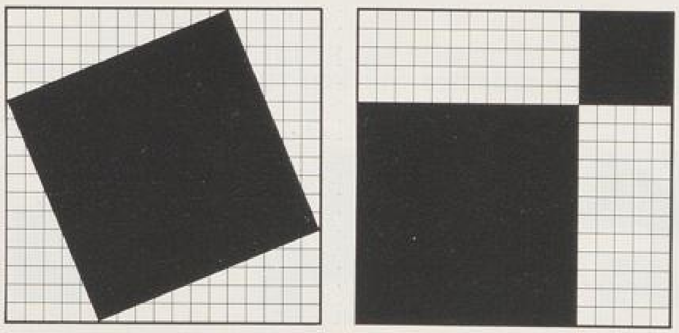
b)



8. ERGÄNZUNGS-PARALLELOGRAMME
Beweise: Zieht man durch einen Punkt der Diagonale eines Parallelogramms die Parallelen zu den Seiten, so sind die Parallelogramme, durch die die Diagonale nicht geht – das sind die ERGÄNZUNGS-PARALLELOGRAMME – flächengleich.

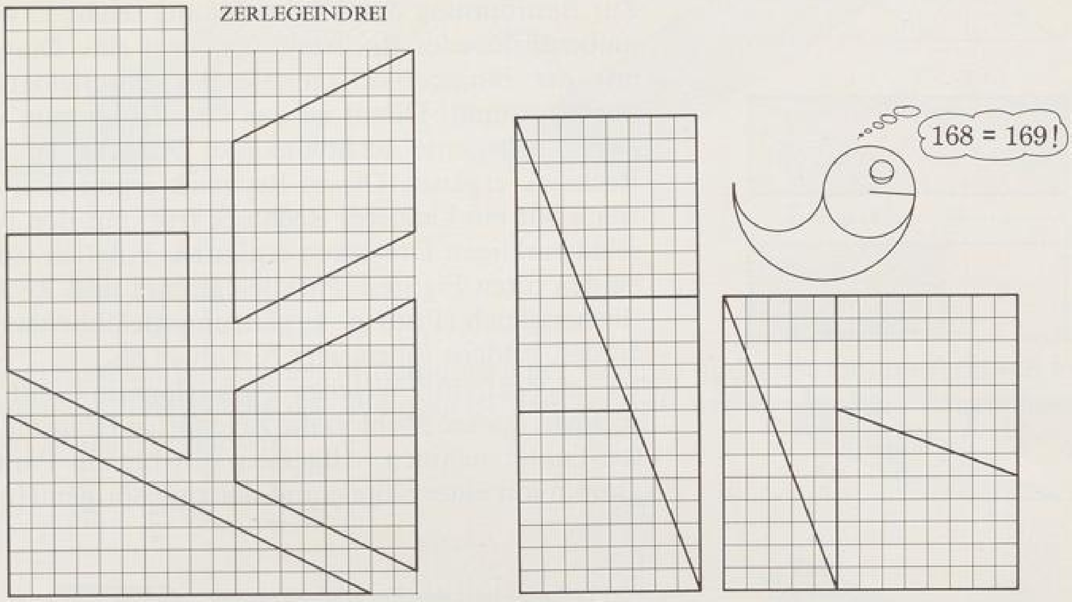


9. QUADRATSUMMENQUADRAT
Zeige: Der Flächeninhalt des großen Quadrats ist gleich der Summe der Flächeninhalte der kleinen Quadrate.



10. ZERLEGEINDREI

Zeige: Die fünf Figuren sind flächengleich, weil sie sich jeweils in dieselben drei Teilflächen zerlegen lassen.

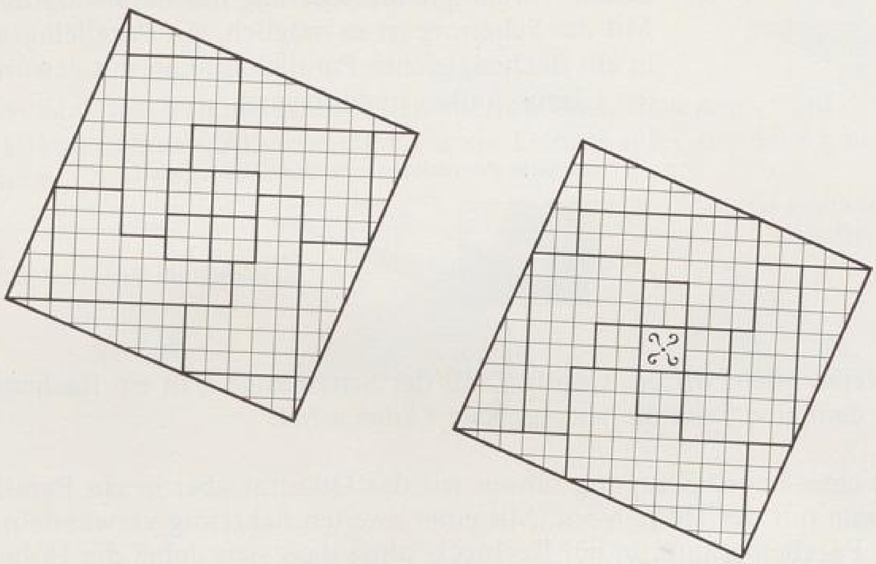


11. $168 \stackrel{?}{=} 169$

Geobold hat zwei zerlegungsgleiche Rechtecke gefunden, mit denen er beweist, dass $8 \cdot 21 = 13 \cdot 13$ ist.

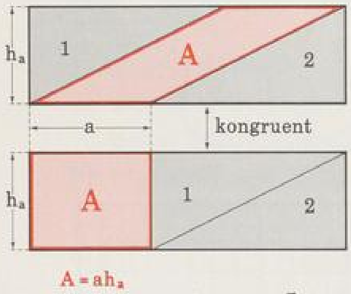
12. FUTSCH?

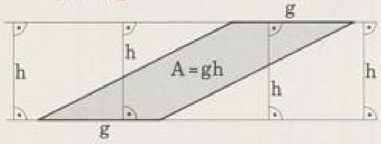
16 Puzzle-Steine füllen – je nach Anordnung – ein und denselben quadratischen Rahmen oder auch nicht.

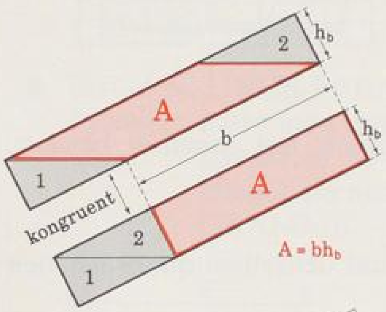


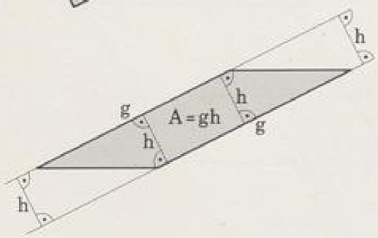
Erst mit einer genauen Zeichnung (gut gespitzte Mine) wirst du den Schwindel in den letzten beiden Aufgaben aufdecken.

5.2 Flächeninhalt einfacher Figuren







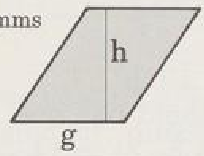


Parallelogramm

Zur Bestimmung des Flächeninhalts zeichnen wir ein umbeschriebenes Rechteck, von dem eine Diagonale mit der längeren Diagonale des Parallelogramms übereinstimmt. Damit ist das Parallelogramm durch zwei kongruente rechtwinklige Dreiecke zu einem Rechteck ergänzt. Dieses Rechteck ergibt sich auch, wenn wir ein kleineres Rechteck (rot) mit den beiden rechtwinkligen Dreiecken ergänzen. Folglich sind die beiden roten Figuren, Parallelogramm und Rechteck, flächengleich (Prinzip: Ergänzungsgleichheit).
In den Bildern sehen wir: $A = ah_a = bh_b$.
Es ist egal, mit welcher Parallelogrammseite man rechnet, man muss bloß die zugehörige Höhe als zweiten Faktor nehmen. Allgemein gilt für ein Parallelogramm mit einer Seite g und der zugehörigen Höhe h:

Flächeninhalt des Parallelogramms

$$A = gh$$

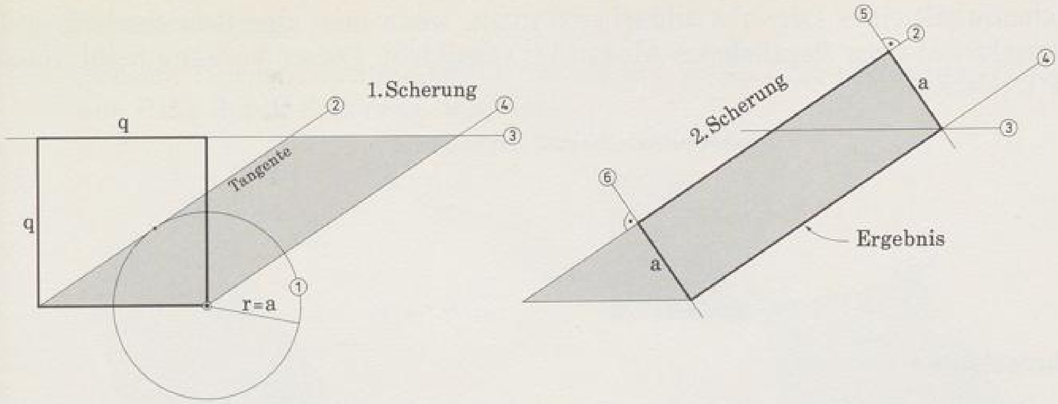


Demnach ändert sich der Flächeninhalt eines Parallelogramms nicht, wenn man eine Seite festhält und die Gegenseite so verschiebt, dass die Höhe gleich bleibt. Dieser Vorgang heißt **Scherung** des Parallelogramms. Mit der Scherung ist es möglich, ein Parallelogramm in ein flächengleiches Parallelogramm mit gewünschten Eigenschaften umzuformen.

gescherte Parallelogramme sind flächengleich

Als Anwendung verwandeln wir ein Quadrat mit der Seitenlänge q in ein flächengleiches Rechteck, in dem eine Seite die vorgegebene Länge a hat.

Lösungsidee: Mit einer ersten Scherung führen wir das Quadrat über in ein Parallelogramm mit der Höhe h = a. Mit einer zweiten Scherung verwandeln wir das Parallelogramm in ein Rechteck, ohne dass sich dabei die Höhe ändert.

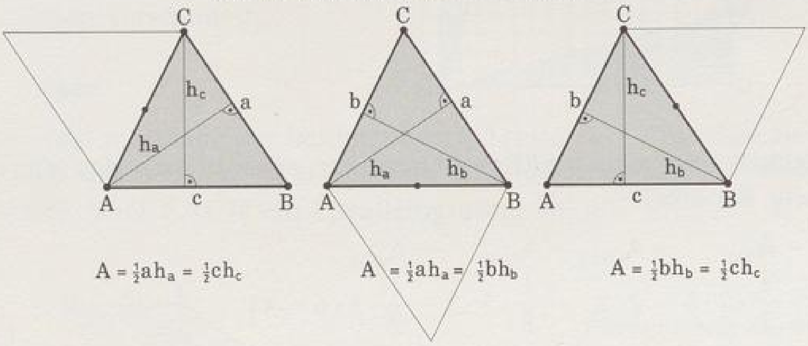


Dreieck

Spiegelt man ein Dreieck am Mittelpunkt einer Seite, so bildet die Gesamtfigur ein Parallelogramm. Die Fläche des Dreiecks ist halb so groß wie die des Parallelogramms. In den Bildern sehen wir:

$$A = \frac{1}{2}\,ah_a = \frac{1}{2}\,bh_b = \frac{1}{2}\,ch_c.$$

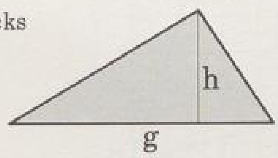
das Dreieck als halbes Parallelogramm



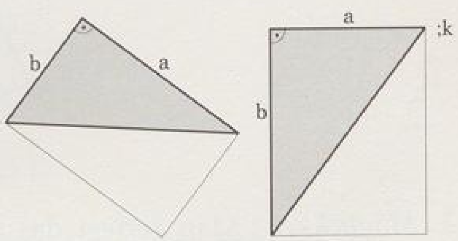
Es ist egal, mit welcher Dreieckseite man rechnet, man muss bloß die zugehörige Höhe als Faktor nehmen. Allgemein gilt für ein Dreieck mit einer Seite g und der zugehörigen Höhe h

Flächeninhalt des Dreiecks

$$A = \tfrac{1}{2}gh$$



das rechtwinklige Dreieck als halbes Rechteck

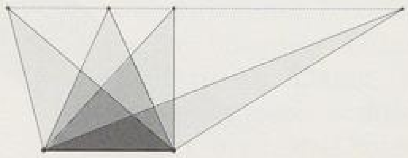


$A = \frac{1}{2}ab$

Weil ein rechtwinkliges Dreieck immer auch ein halbes Rechteck ist, hat es den Flächeninhalt $A = \frac{1}{2}\,ab$, das ist das halbe Produkt der Katheten.

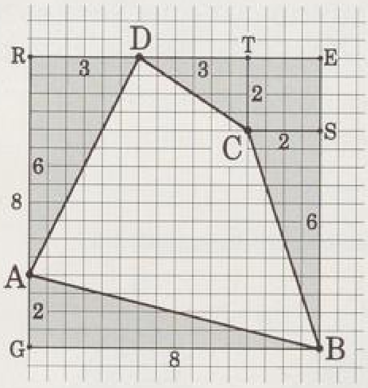
Der Flächeninhalt eines Dreiecks ändert sich nicht, wenn man eine Seite festhält und die Gegenecke auf einer Parallele im Abstand h verschiebt. Dieser Vorgang heißt **Scherung** des Dreiecks.

gescherte Dreiecke sind flächengleich



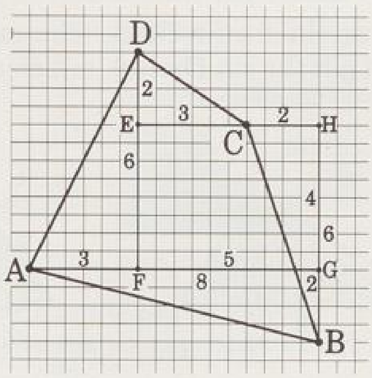
Flächenberechnung

In einem Beispiel berechnen wir den Flächeninhalt eines Vierecks, dessen Ecken auf Gitterpunkten liegen: A(1 | 3), B(9 | 1), C(7 | 7), D(4 | 9).



1. Möglichkeit: Mit Rechtecken und rechtwinkligen Dreiecken **ergänzt** man das Viereck zu einem Rechteck.

$$A_{ABCD} = A_{BERG} - A_{ABG} - A_{BSC} - A_{CSET} - A_{CTD} - A_{ADR}$$
$$= 8 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 - 2 \cdot 2 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 34.$$

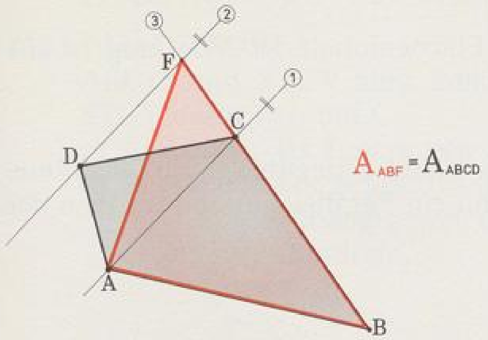


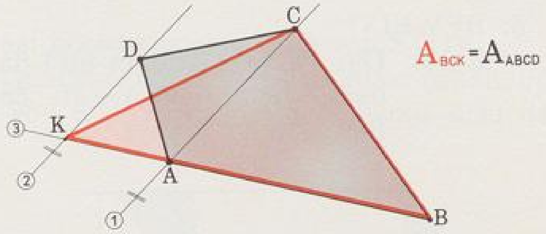
2. Möglichkeit: Man **zerlegt** das (passend ergänzte) Viereck in Rechtecke und rechtwinklige Dreiecke.

$$A_{ABCD} = A_{AFD} + A_{ABG} + A_{FGHE} + A_{ECD} - A_{BHC}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2 + 4 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 34.$$

Flächenverwandlung

Im nächsten Beispiel verwandeln wir ein Viereck in ein flächengleiches Dreieck, indem wir eine Ecke durch Scherung beseitigen.



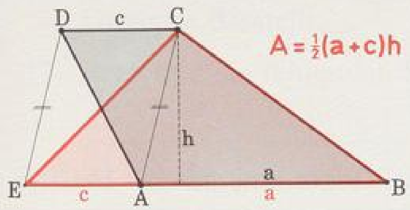


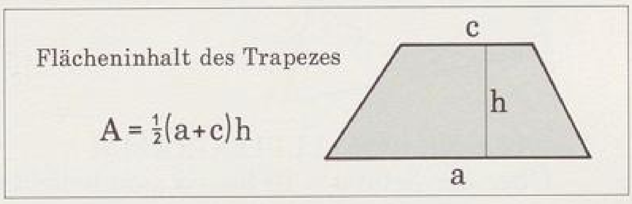
Lösungsidee und Lösung: Man schert das Dreieck ACD so zum Dreieck ACF, dass F auf BC liegt. Das Dreieck ABF und das Viereck ABCD haben denselben Flächeninhalt.
Schert man die Ecke D auf AB, dann ergibt sich ein anderes Dreieck KBC.

Mit diesem Verfahren lässt sich jedes Vieleck in ein flächengleiches Vieleck mit weniger Ecken verwandeln.

Trapez

Schert man eine der beiden oberen Trapezecken parallel zu einer Diagonale auf die andere Grundseite, so ergibt sich ein flächengleiches Dreieck mit gleicher Höhe, siehe Bild. Weil EACD ein Parallelogramm ist, gilt $\overline{EB} = a + c$.





Aufgaben

Parallelogramm

1. Berechne den Flächeninhalt eines Parallelogramms, von dem bekannt ist:

a) $a = 3,\ h_a = 4{,}4$ **b)** $b = 2\frac{1}{4},\ h_b = 1\frac{7}{9}$

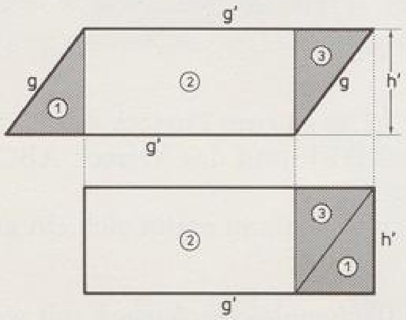
c) $c = 3{,}875,\ h_a = 2\frac{18}{31}$

2. Ein Parallelogramm hat den Flächeninhalt 144.
a) Berechne a, wenn $h_a = 16$. **b)** Berechne h_b, wenn $b = 7{,}2$.

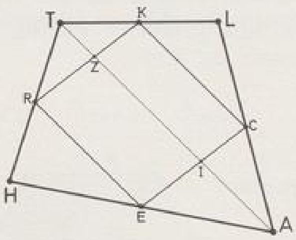
3. In einem Parallelogramm ist: $a = 4{,}83$, $h_a = 2{,}4$, $b = 3{,}6$.
Berechne h_b.

4. Eine Raute mit der Seitenlänge 8 hat den Flächeninhalt 56. Wie lang ist die Höhe?

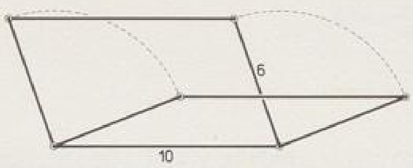
5. BEWEIS?
Zeige: Das Parallelogramm und das Rechteck sind zerlegungsgleich. Begründe damit die Formel $A = gh$. Zeichne dann ein Parallelogramm, bei dem der Beweis nicht klappt.



6. MITTENVIERECK
a) Begründe: Das Parallelogramm ZICK ist halb so groß wie das Dreieck ALT.
b) Begründe: Das Parallelogramm REIZ ist halb so groß wie das Dreieck HAT.
c) Begründe: Das Mittenviereck RECK ist halb so groß wie das Viereck HALT.



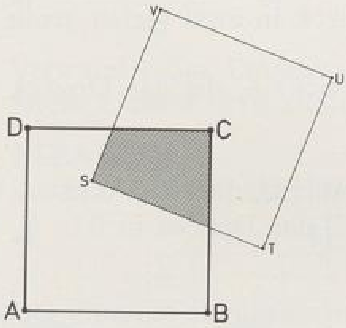
7. GELENKPARALLELOGRAMM
Über der Seite $a = 10$ lassen sich beliebig viele Parallelogramme mit $b = 6$ zeichnen.
Zwischen welchen Grenzen liegen die Flächeninhalte? Zeichne das größte Parallelogramm.



8. Zeichne das Parallelogramm ABCD mit A(4|1), B(11|1) und D(8|7) 8
und konstruiere ein flächengleiches Parallelogramm ABC'D' mit 0 0 19
a) $\sphericalangle BAD' = 90°$ **b)** $\sphericalangle BAD' = 120°$ 0
c) $\overline{BD'} = 10$ **d)** $\overline{BC'} = 10$

9. Zeichne ein Parallelogramm ABCD mit $a = 10$, $b = 8$ und $\overline{BD} = 6$.
Konstruiere ein flächengleiches Parallelogramm $ABC'D'$ (Mittelpunkt M), bei dem
a) $\sphericalangle D'BC' = 30°$ **b)** $\sphericalangle AMB = 90°$ **c)** $\sphericalangle AMB = 75°$ ist.

:10. QUADRADRE
ABCD und STUV sind kongruente Quadrate. C ist Mittelpunkt von STUV, STUV dreht sich um C.
a) Begründe: Im Innern von ABCD liegt höchstens eine Ecke von STUV.
b) Begründe: Die Schnittfläche beider Quadrate hat immer denselben Inhalt, unabhängig von der Lage von STUV; vergleiche ihn mit dem der Quadrate.



Dreieck

11. Begründe die Dreiecks-Flächen-Formel, indem du den Inhalt eines **a)** spitzwinkligen, **b)** stumpfwinkligen Dreiecks als Summe (bzw. Differenz) rechtwinkliger Dreiecke darstellt.

12. Berechne die fehlenden Stücke

	a	b	h_a	h_b	A
a)	10		7	3,5	
b)	16	24		18	
c)	9	12			36
d)			12	15	96

13. Zeige: In jedem Dreieck gilt $\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$.

14. Im Dreieck ABC liegt Punkt Q auf c so, dass [AQ] dreimal so lang ist wie [QB].
a) Wie vielmal so groß ist der Inhalt von Dreieck AQC wie der Inhalt von Dreieck QBC?
b) Berechne den Inhalt von Dreieck AQC, wenn man außerdem weiß, dass $c = 16$ und $h_c = 8$ ist.

•**15.** **a)** Beweise: Ist s der halbe Dreiecksumfang und ϱ der Inkreisradius, dann gilt für den Flächeninhalt A des Dreiecks $A = \varrho s$.

b) Beweise: Ist u der Umfang eines Tangentenvielecks und ϱ der Inkreisradius, dann gilt für den Flächeninhalt A des Tagentenvielecks $A = \frac{1}{2}\varrho u$.

16. E ist ein beliebiger Punkt auf der Diagonale [BD] eines Parallelogramms ABCD.
Zeige: $A_{AED} = A_{ECD}$.

•**17.** I ist ein beliebiger Punkt im Innern eines Parallelogramms ABCD.
Zeige: $A_{ABI} + A_{CDI} = A_{BCI} + A_{DAI} = \frac{1}{2} A_{ABCD}$.

18. Zeichne ein Dreieck ABC und alle Seitenhalbierenden, die sich in S schneiden.

a) Zeige: Jede Seitenhalbierende zerlegt das Dreieck in zwei gleich große Teildreiecke.

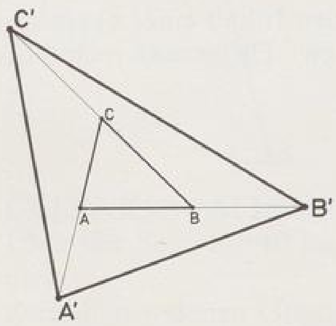
b) Es entstehen sechs Dreiecke mit gemeinsamer Ecke S, die das Dreieck ABC ausfüllen, ohne sich zu überlappen.
Zeige: Alle sechs Dreiecke sind flächengleich.

19. Konstruiere ins Innere von Dreieck ABC mit A(1 | 4), B(10 | 1) und C(10 | 13) den Punkt P so, dass [PA], [PB] und [PC] das Dreieck in flächengleiche Teildreiecke zerlegen.

14
0 0 11
0

20. Zeichne ein Quadrat ABCD mit a = 2 und verlängere die Seiten aufs Doppelte, sodass wieder ein Quadrat entsteht. (Warum ausgerechnet wieder ein Quadrat?) Wie vielmal so groß ist das neue Quadrat verglichen mit dem alten?

•**21.** SIEBEN
$\overline{A'A} = \overline{AC}$, $\overline{B'B} = \overline{BA}$, $\overline{C'C} = \overline{CB}$. Zeige: $A_{A'B'C'} = 7\,A_{ABC}$.



•**22.** Zeichne Quadrate, deren Ecken auf Gitterpunkten liegen, mit den Flächeninhalten 1, 2, 4, 5, 8, 9, 10 und 13.

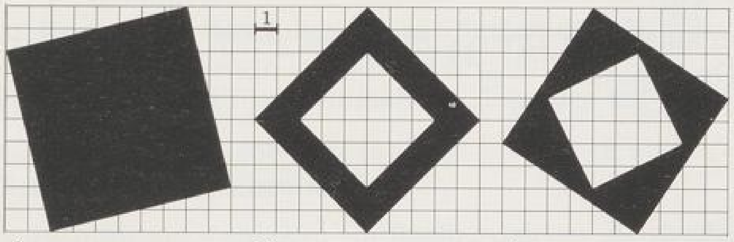
⁚**23.** In einem Rechteck mit den Seiten a und b bilden die Winkelhalbierenden ein Quadrat.
Zeige: Das Quadrat hat den Flächeninhalt $A = \frac{1}{2}(a - b)^2$.

24. Zeichne ein Dreieck ABC mit a = 7, b = 8 und c = 10.
Konstruiere ein flächengleiches Dreieck ABC' mit

a) $\sphericalangle C'AB = 60°$ **b)** $\overline{BC'} = 9$ **c)** $h_{AC'} = 4$ **d)** $s_{BC'} = 5$ **e)** $a' = b'$

•25. Verwandle das Dreieck ABC mit $a = 4$, $b = 5$ und $c = 6$ in ein flächengleiches Dreieck mit demselben Winkel α und der neuen Seite $c' = 7$.

26. QUADRATE
Zeichne und berechne den Inhalt der schwarzen Flächenstücke.

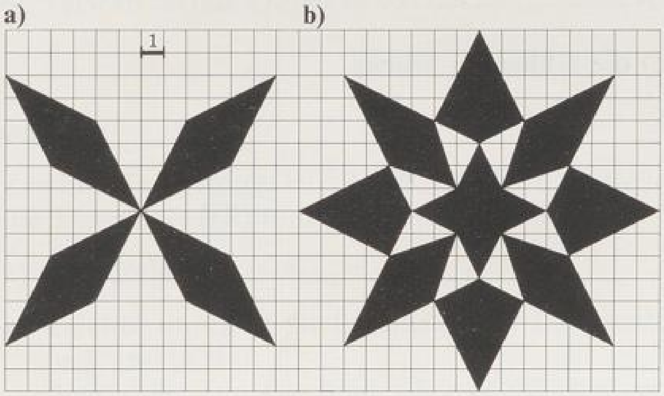


a) **b)** **c)**

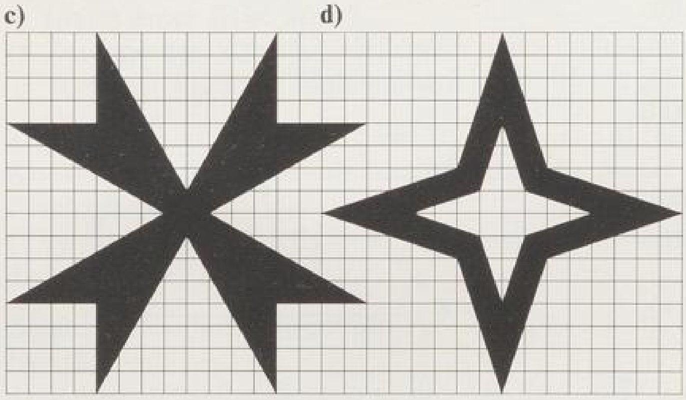
•27. Verwandle das Dreieck ABC mit $a = 6$, $b = 8$ und $c = 7$ in ein flächengleiches Dreieck mit $a' = 10$ und $c' = 5$.

28. STEANDAL
Zeichne und berechne den Inhalt der schwarzen Flächenstücke.

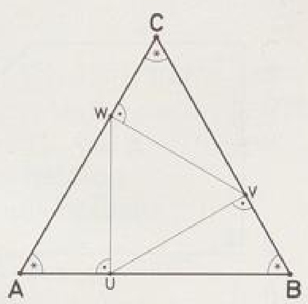
a) **b)**



c) **d)**



EINBESCHRIEBEN

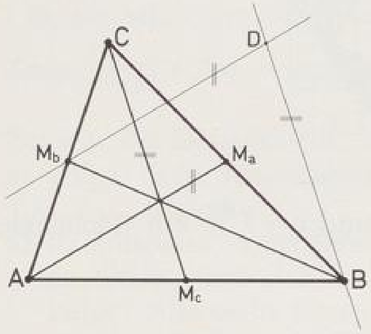


:29. EINBESCHRIEBEN
a) Konstruiere die Figur.
b) Wie oft hat das Dreieck UVW flächenmäßig im Dreieck ABC Platz?

:30. DREIVIERTELTAKT
Im Dreieck ABC sind die Seitenhalbierenden gezeichnet. Durch die Endpunkte B, M_b einer Seitenhalbierenden gehen die Geraden, die parallel sind zu den beiden anderen Seitenhalbierenden; sie schneiden sich in D.

a) Zeige: Die Seiten im Dreieck BDM_b sind so lang wie die Seitenhalbierenden im Dreieck ABC.

b) Zeige: Der Flächeninhalt von Dreieck BDM_b ist gleich 75 % des Flächeninhalts von Dreieck ABC.



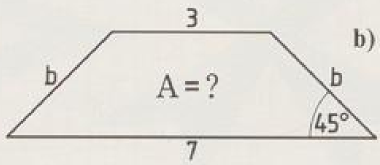
Trapez

31. Berechne vom Trapez (a ∥ c) die fehlenden Stücke

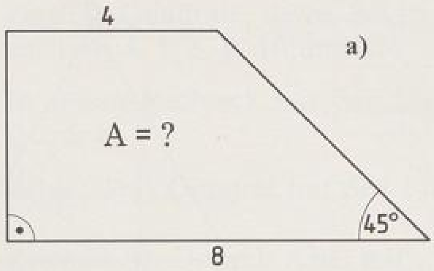
	a	c	h	A
a)	10	7		157,5
b)	3,2c	6	$5\frac{1}{3}c$	
c)		5a	6	90
d)	7c		c	100

32. Im Trapez (a ∥ c) ist: a = 22, c = 16, d = 12 und $\delta = 90°$.
Berechne den Flächeninhalt.

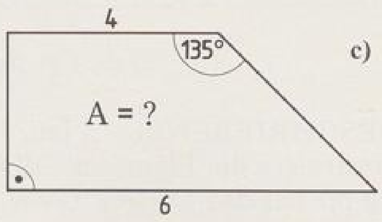
33. Trapezflächen
Berechne die Flächeninhalte.



b)



a)



c)

34. Beweise: Trapeze mit gleicher Mittellinie und gleicher Höhe sind flächengleich.

35. Zeichne ein Trapez und spiegle es am Mittelpunkt eines Schenkels. Bestätige die Trapezflächenformel durch Betrachtung der Gesamtfigur.

36. **a)** Konstruiere ein Tangententrapez ABCD mit A(1 | 1), B(11,5 | 1), b = 7,5, d = 6,5 und h = 6.
b) Konstruiere den Inkreis (Koordinaten des Mittelpunkts?) und gib den Radius r sowie die Länge von c ohne Messung an.
c) Berechne den Flächeninhalt des Trapezes auf zweierlei Arten.

•**37.** In einem Tangententrapez (a ∥ c) ist b + d = 16 und 2,5 der Inkreisradius. Berechne den Flächeninhalt.

•**38.** Verwandle ein Trapez in ein flächengleiches gleichschenkliges Trapez mit derselben Grundseite und Höhe.

•**39.** Zeichne ein Trapez ABCD und konstruiere ein Parallelogramm mit demselben Flächeninhalt, demselben Winkel α und derselben Grundseite.

40. Zeichne irgendein Trapez ABCD mit a = 10.
a) Verwandle das Trapez in ein flächengleiches Rechteck.
:**b)** Verwandle das Trapez in ein flächengleiches Rechteck mit einer Seitenlänge 7.

Halbierungen

41. Zeichne das Viereck VIER mit V(1 | 1), I(11,5 | 1), E(8 | 8) und R(3,5 | 5), 9
die Diagonale [IR] und ihren Mittelpunkt M. 0 0 12
0
a) Begründe $A_{VIM} + A_{EMI} = \frac{1}{2} A_{VIER}$.
b) Zeichne durch M die Parallele p zur Diagonale [EV]. p schneidet [IV] in S und [EI] in T.
Begründe: Die Geraden ES und VT halbieren die Vierecksfläche (»von einer Ecke aus«).
c) Zeichne das Viereck VIER noch mal und halbiere jetzt die Fläche von R aus. Welchen Flächeninhalt hat es?

42. Zeichne das Viereck BREI mit B(7,5 | 1), R(12 | 1), E(1 | 5) und I(1 | 9). 10
Konstruiere die Gerade h durch den Mittelpunkt M_e von [EI], die die 0 0 16
Fläche halbiert. 0
(*Tipp:* Verwandle BREI in ein flächengleiches Viereck mit M_e als Ecke und scher dich um R.)

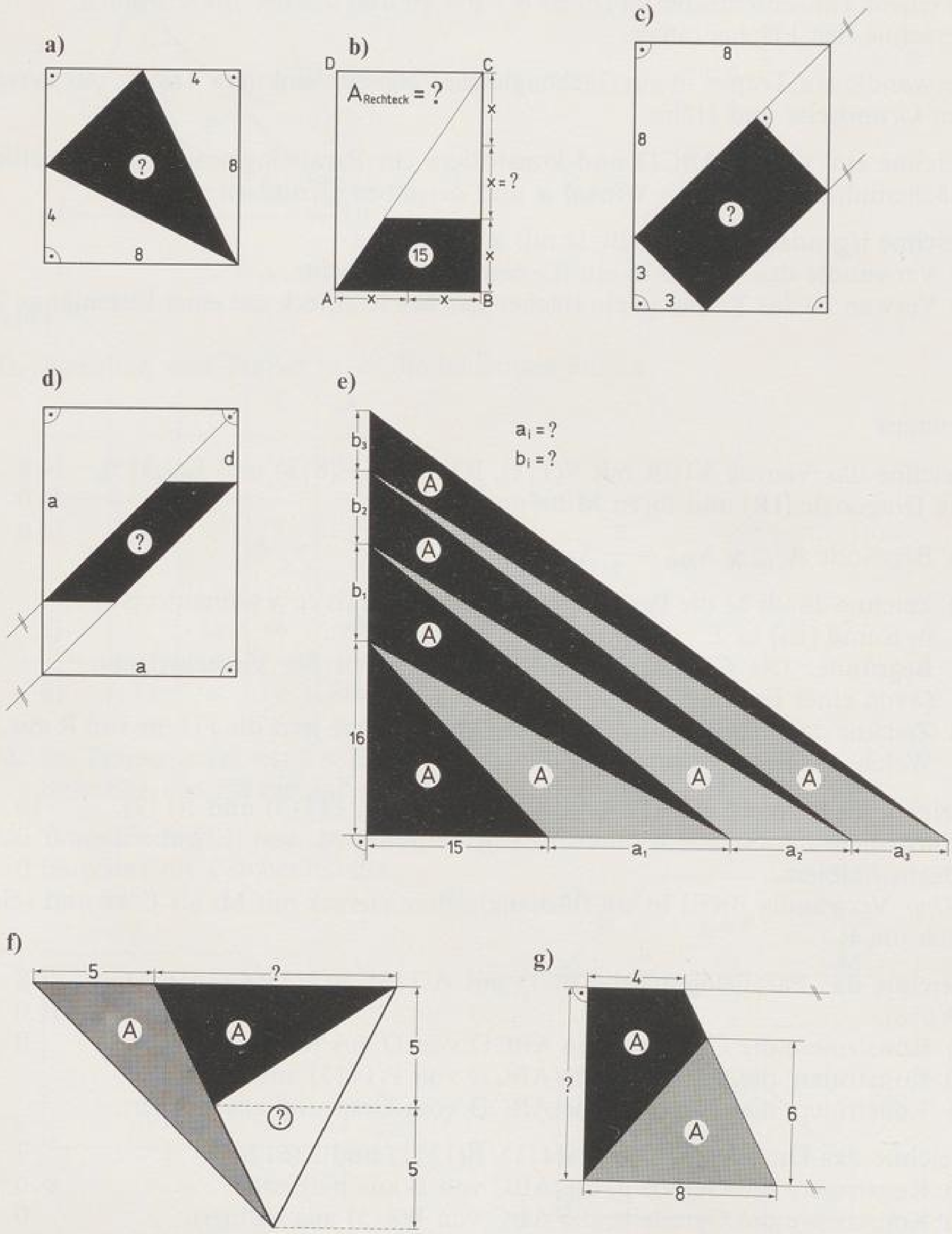
43. Zeichne das Parallelogramm ABCD mit A(1 | 3), B(9 | 1), C(14 | 6) und 8
D(6 | 8). 0 0 15
a) Konstruiere die Gerade g, die ABCD von D aus halbiert. 0
b) Konstruiere die Gerade h, die ABCD von P(11 | 3) aus halbiert.
c) Konstruiere die Gerade u, die ABCD vom Ursprung aus halbiert.

44. Zeichne das Dreieck ABC mit A(4 | 1), B(12 | 1) und C(6 | 7). 7
a) Konstruiere die Gerade g, die ABC von B aus halbiert. 0 0 13
•**b)** Konstruiere die Gerade h, die ABC von P(8 | 5) aus halbiert. 0

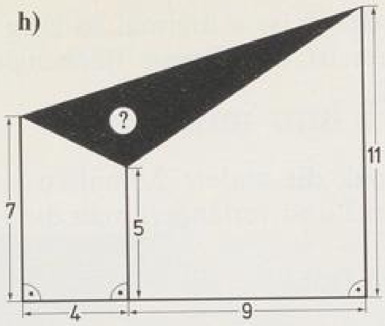
45. Zeichne das Trapez TRAP mit T(1|4), R(7|4), A(10|10) und P(7|10). 11
a) Konstruiere die Gerade p, die TRAP von P aus halbiert. 0 0 11
b) Konstruiere die Gerade q, die TRAP von Q(3,5|4) aus halbiert. 0
:c) Konstruiere die Gerade s, die TRAP von S(4|7) aus halbiert.

Berechnungen

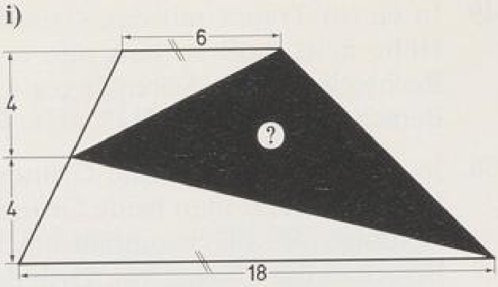
:46. FLÄCHENFLACHSEN
Berechne die gesuchten Stücke.



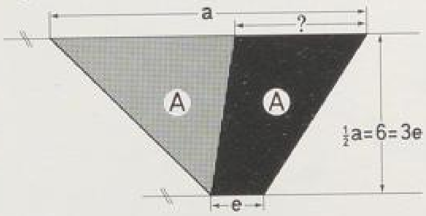
h)



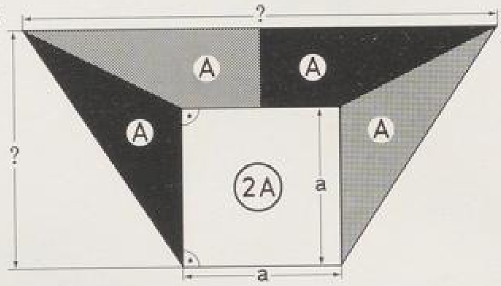
i)



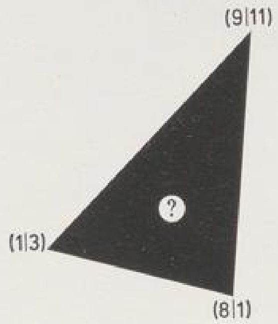
j)



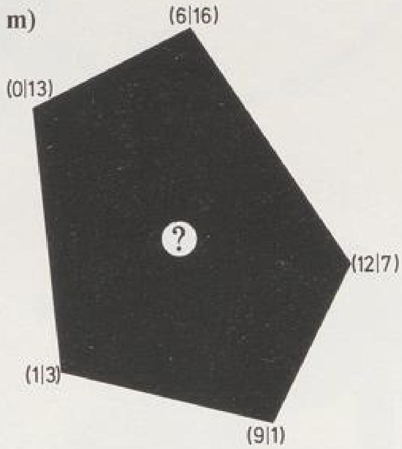
k)



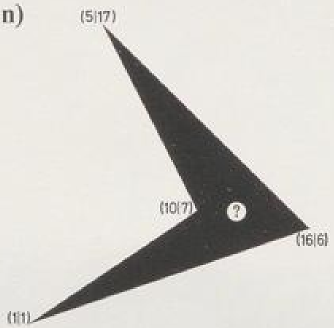
l)



m)



n)



47. In einem rechtwinkligen Dreieck ist eine Kathete dreimal so lang wie die andere. Verdoppelt man die kürzere und nimmt man den dritten Teil der längeren Kathete, so verkleinert sich der Flächeninhalt um 18.
Berechne die Längen der Katheten.

48. Die Diagonale e einer Raute ist um 5 kürzer als die andere Diagonale f. Vergrößert man e um 12 und verkleinert man f um 8, so ändert sich der Flächeninhalt nicht.
Berechne e, f und den Flächeninhalt A.

49. In einem Trapez mit den Grundseiten a und c ist a dreimal so lang wie c. Die Höhe h ist halb so lang wie c. Außerdem ist das Trapez flächengleich einem Rechteck mit den Seitenlängen 4,5 und 72.
Berechne a, c und h.

50. In einem Trapez ist eine Grundseite 3,5mal, die andere 2,5mal so lang wie die Höhe. Verkürzt man beide Grundseiten um 2 und verlängert man die Höhe um 2, so nimmt der Flächeninhalt um 18 zu.
Berechne die Längen von Grundseiten und Höhe.