Algebra

Barth, Friedrich

München, 1996

Aufgaben

urn:nbn:de:hbz:466:1-83493

beseitigen, daß man die Menge $\mathbb{N}_0$ durch Einführung der Brüche erweiterte. In dem größeren Zahlenbereich $\mathbb{B}$ ist die Division immer ausführbar, falls der Divisor von 0 verschieden ist; z.B. gilt $12 : 5 = 2\frac{2}{5}$.
Dieses Beispiel legt den Versuch nahe, die Menge $\mathbb{B}$ noch einmal durch neue Zahlen so zu erweitern, daß auch die Subtraktion immer ausführbar wird. Natürlich ist eine solche Erweiterung nur dann sinnvoll, wenn man im vergrößerten Zahlenbereich wieder »vernünftig« rechnen kann! Das soll heißen: In der erweiterten Zahlenmenge sollen die gleichen Rechengesetze wie bisher gelten. Diesen Grundsatz, von dem man sich in solchen Fällen stets leiten läßt, bezeichnet man als **Permanenzprinzip**, genauer »Prinzip der Permanenz der Rechengesetze*«. Ob sich dieses Anliegen verwirklichen läßt, ist natürlich nicht von vornherein sicher.

Aufgaben

1. Was zeigt ein Thermometer an, wenn die Temperatur von $-3\,°C$ aus
a) um 4 Grad sinkt, **b)** um 2,5 Grad steigt, **c)** um 11 Grad steigt?

2. Nachdem der Kontostand des Herrn Knapp auf $-169{,}40$ DM gesunken war, erhielt er vom Finanzamt eine Steuerrückzahlung von 340,00 DM. Welches Guthaben stand dann auf seinem nächsten Kontoauszug?

3. Westlich der Kattara-Senke mit der Höhenangabe -134 liegt die Oase Siwa, für deren tiefsten Punkt im Atlas die Angabe -25 zu finden ist.
a) Welche der beiden Senken liegt tiefer und wie groß ist der Unterschied?
b) Zwischen den beiden Senken liegt ein Höhenzug, für dessen höchsten Punkt die Höhenangabe 70 gilt. Welche Höhenunterschiede müßte man auf dem Weg von der Oase Siwa über den Höhenzug in die Kattara-Senke überwinden?

2.2 Einführung der negativen Zahlen

Auf dem Zahlenstrahl ist jeder Zahl $x \in \mathbb{B}$ eindeutig ein Punkt zugeordnet. Außerdem kann die Zahl x durch den vom Nullpunkt zum Punkt x zeigenden Pfeil dargestellt werden (Abbildung 38.1).

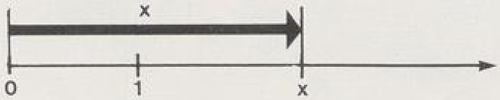

Abb. 38.1 Die Zahl x als Punkt und als Pfeil auf dem Zahlenstrahl

Ähnlich wie beim Thermometer setzen wir nun die Skala nach links über 0 hinaus fort. Indem wir eine, zwei, drei, … Längeneinheiten nach links abtra-

* permanere (lat.) = fortdauern, erhalten bleiben. Der Ausdruck *Permanenzprinzip* wurde von dem englischen Mathematiker und Professor der Astronomie George Peacock (1791–1858) in seinem 1830 erschienenen Werk *A treatise of algebra* geprägt. – Siehe Abbildung 86.1.