Anschauliche Geometrie

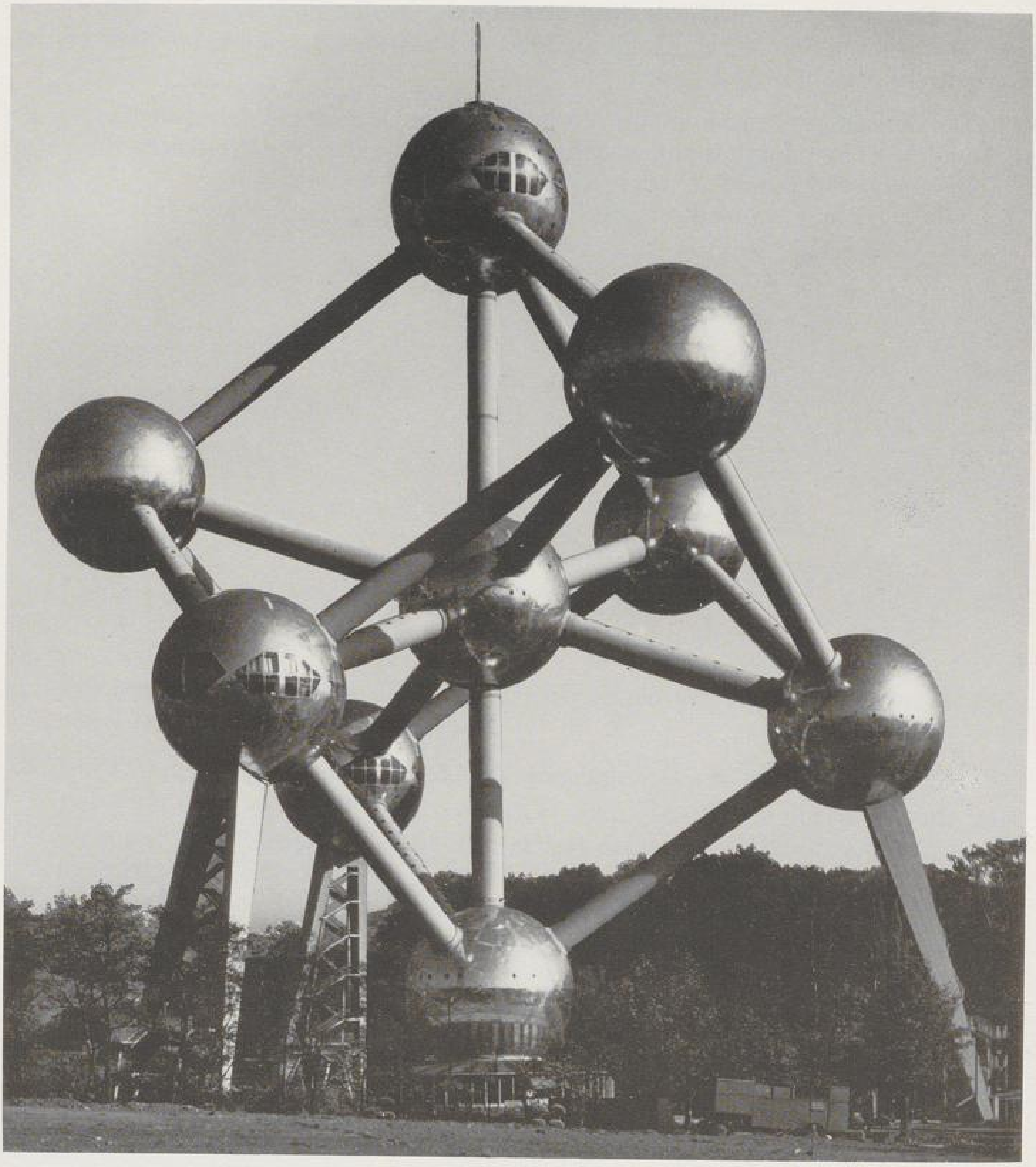
Barth, Friedrich

München, 2000

8. Kapitel: Schrägbild

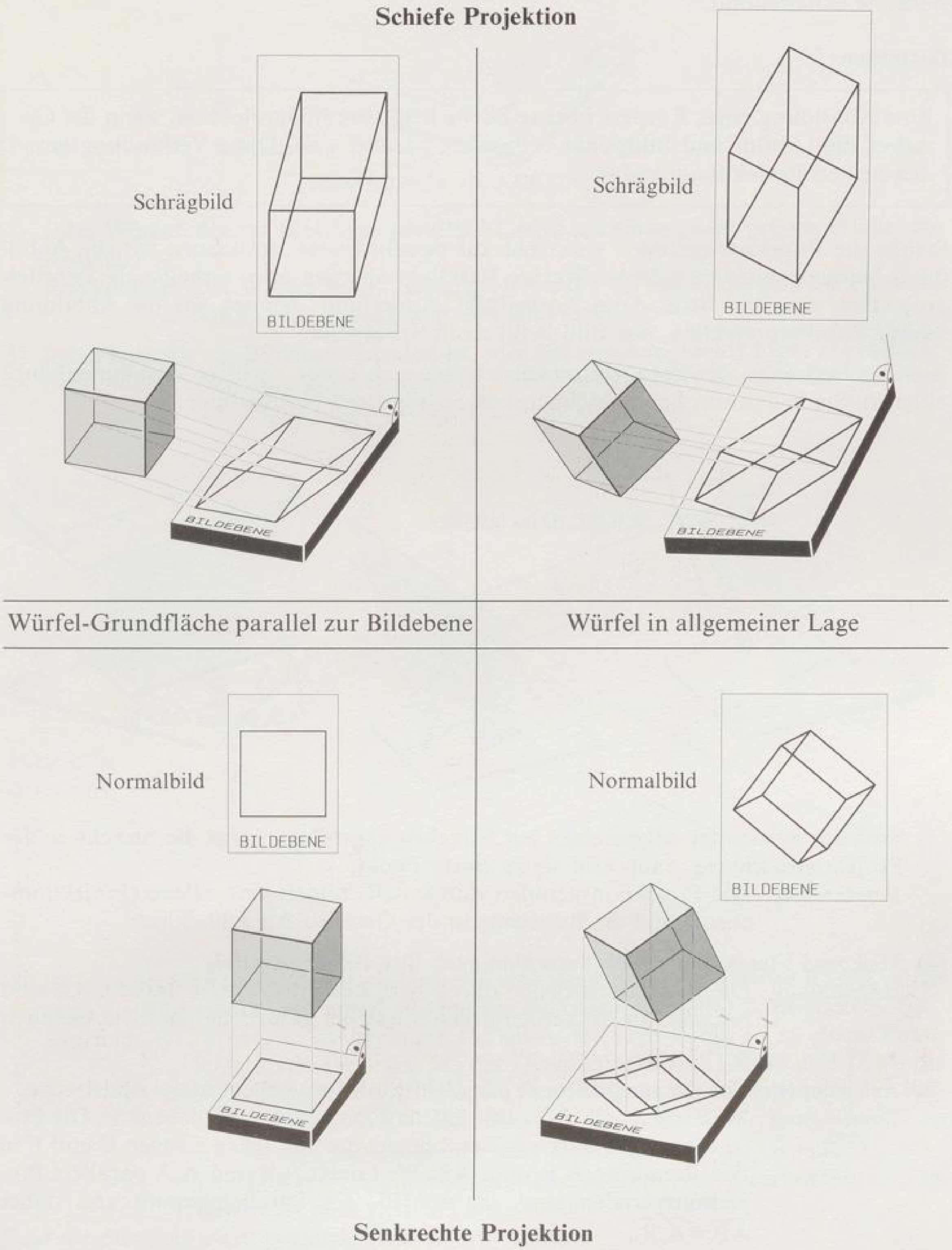
8. Kapitel

Schrägbild



8.1 Parallelprojektion

Parallelprojektion eines Würfels in eine waagrechte Ebene



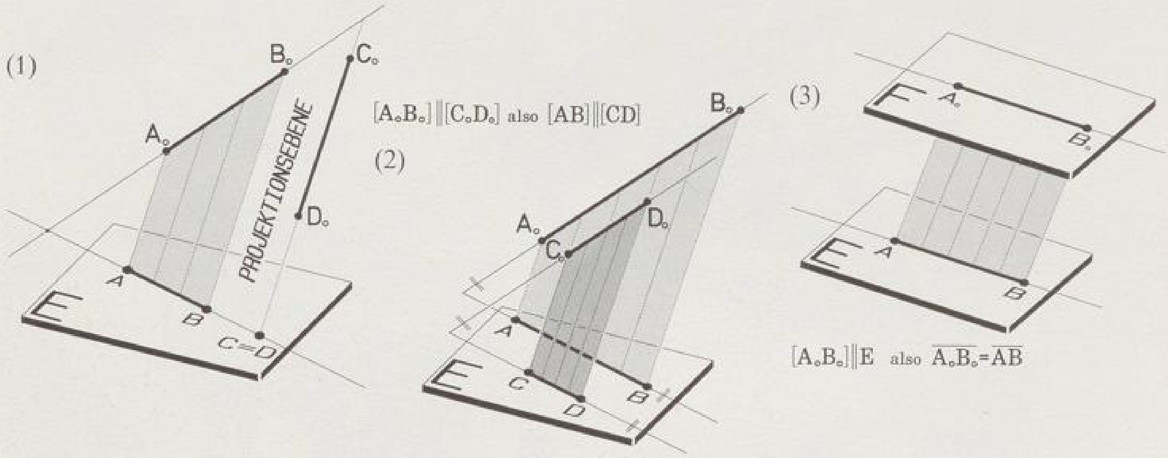
Beleuchtet man einen Körper mit parallelem Licht (zum Beispiel mit Sonnenlicht), so heißt der Schatten, der auf eine ebene Fläche (Bildebene) fällt, Parallelprojektion des Körpers. Dabei wird jeder Punkt des Körpers auf einen Schattenpunkt in der Ebene abgebildet. Mit Parallelprojektion bezeichnet man sowohl die Abbildung als auch das entstehende Schattenbild.

Definition:

Eine Abbildung eines Körpers in eine Ebene heißt **Parallelprojektion,** wenn die Geraden, die Urbild- und Bildpunkt verbinden, parallel sind. Diese Verbindungsgeraden heißen **Projektionsgeraden.**

Stehen die Projektionsgeraden senkrecht auf der Bildebene, so nennen wir die Abbildung **Normalprojektion** oder **senkrechte Parallelprojektion** oder **orthogonale Parallelprojektion,** das Bild heißt dann **Normalbild.** Andernfalls nennen wir die Abbildung **schiefe Parallelprojektion,** das Bild heißt dann **Schrägbild.**

Aus der Definition der Parallelprojektion lassen sich einige wichtige Zusammenhänge ableiten. Sie helfen uns beim Zeichnen von Schräg- und Normalbildern.

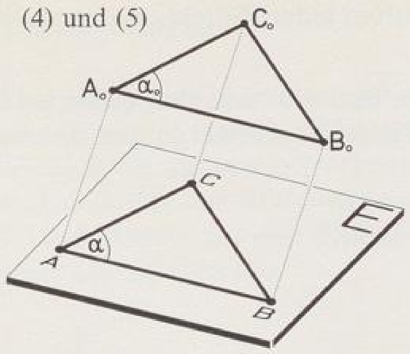


(1) **Strecken werden im Allgemeinen auf Strecken abgebildet. Liegt die Strecke in der Projektionsrichtung, dann wird sie zu einem Punkt.**
Begründung: Die Projektionsgeraden durch A_0B_0 bilden eine Ebene (Projektionsebene), die die Bildebene in der Geraden AB schneidet.

(2) **Sind zwei Strecken parallel, dann sind auch ihre Bilder parallel.**
Begründung: Die Projektionsebenen durch A_0B_0 beziehungsweise durch C_0D_0 sind parallel. Sie schneiden deshalb aus der Bildebene parallele Geraden aus.

(3) **Aus jeder Strecke, die zur Bildebene parallel ist, wird eine gleich lange Bildstrecke.**
Begründung: Man legt durch A_0B_0 eine Ebene F parallel zur Bildebene E. Die Projektionsebene durch A_0B_0 schneidet die parallelen Ebenen E und F in den Parallelen A_0B_0 und AB. Weil auch B_0B und A_0A parallele Projektionsgeraden sind, ist A_0ABB_0 ein Parallelogramm und daher $\overline{AB} = \overline{A_0B_0}$.

(4) und (5)

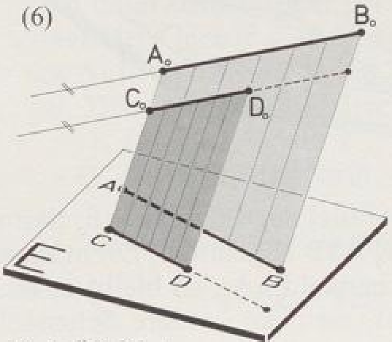


Ebene$(A_0B_0C_0) \parallel E$ also $\triangle A_0B_0C_0 \cong \triangle ABC$

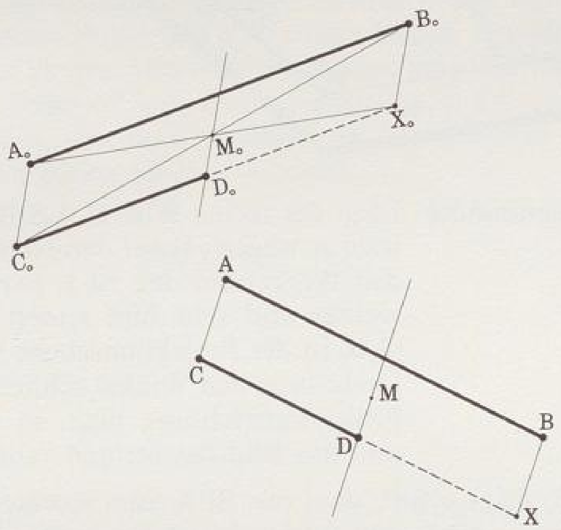
(4) **Jeder Winkel, der zur Bildebene parallel ist, wird auf einen gleich großen Winkel abgebildet.**
Begründung: Der Winkel $B_0A_0C_0$ ist so groß wie der Winkel BAC, weil die Dreiecke $A_0B_0C_0$ und ABC kongruent sind (SSS).

(5) **Jede Figur, die zur Bildebene parallel ist, wird auf eine kongruente Figur abgebildet.**
Begründung: Weil alle Streckenlängen und Winkelgrößen unverändert bleiben, sind Figur und parallele Bildfigur kongruent.

(6)



$\left.\begin{array}{l} [A_0B_0] \parallel [C_0D_0] \\ \overline{A_0B_0} = 2 \cdot \overline{C_0D_0} \end{array}\right\}$ also $\overline{AB} = 2 \cdot \overline{CD}$



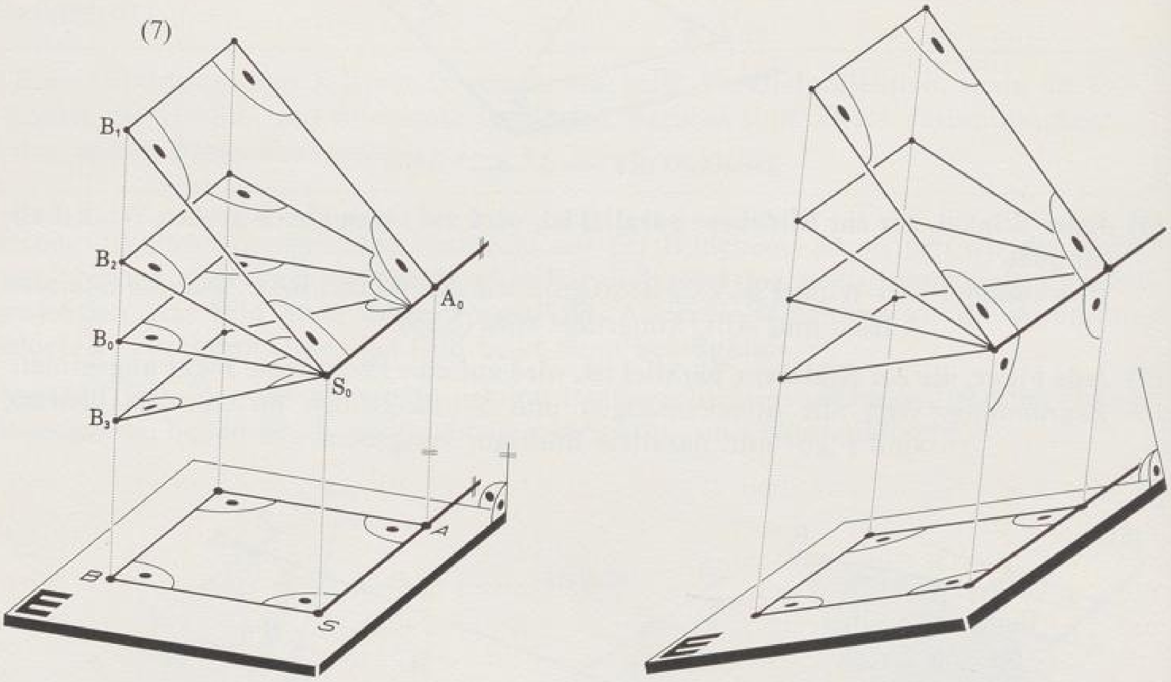
(6) **Ist eine Strecke $[A_0B_0]$ n-mal so lang wie eine dazu parallele Strecke $[C_0D_0]$, so ist auch die Bildstrecke [AB] n-mal so lang wie die (dazu parallele) Bildstrecke [CD].**
Begründung: für n = 2: Wir ergänzen $C_0D_0B_0A_0$ mit dem Punkt X_0 zu einem Parallelogramm. Darin ist M_0 der Diagonalen-Schnittpunkt und D_0M_0 die Mittelparallele. Das Bild des Parallelogramms ist wegen (2) das Parallelogramm CXBA. Das Bild von D_0M_0 läuft durch M parallel zu BX, ist also Mittelparallele in CXBA. Deshalb ist $\overline{AB} = 2\overline{CD}$.
Den Fall $n \neq 2$ kann man auf den Sonderfall n = 2 zurückführen. Der Beweis ist aber ziemlich langwierig.

Sind die Strecken nicht parallel, dann gilt (6) nicht.

(1) bis (6) sind die Eigenschaften jeder Projektion. Speziell für die senkrechte Projektion gilt:

(7) **Jeder rechte Winkel, von dem ein Schenkel (oder beide) parallel zur Bildebene ist, wird auf einen rechten Winkel abgebildet (außer der andere Schenkel liegt in Projektionsrichtung).**

(7)

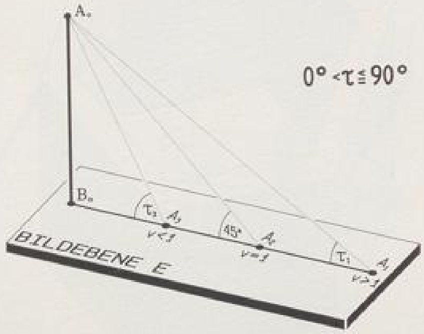


Begründung: Liegt der rechte Winkel $A_0S_0B_0$ schon parallel zur Bildebene E, dann wird er wegen (4) auf den rechten Winkel ASB abgebildet. Dreht man den Winkel um den zu E parallelen Schenkel $[S_0A_0$, so bleibt er ein rechter und sein Bild ändert sich nicht, weil der andere Schenkel $[S_0B_0$ in der Projektionsebene S_0SB liegt.
Dreht man den Winkel schließlich so weit, bis der zweite Schenkel in Projektionsrichtung liegt, so wird aus diesem Schenkel ein Punkt und das Bild des rechten Winkels verkümmert zur Halbgerade [SA].

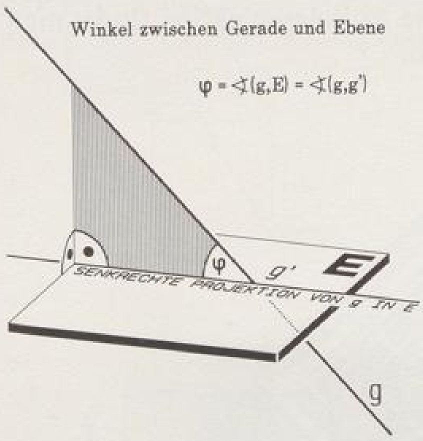
Aus (7) folgt sofort, dass das Bild eines Rechtecks, von dem eine Seite parallel ist zur Bildebene, wieder ein Rechteck (oder eine Strecke) ist.
Damit ein Rechteck mit einer zur Bildebene parallelen Seite als Rechteck abgebildet wird, muss die Projektionsrichtung nicht einmal senkrecht zur Bildebene sein, es genügt sogar, dass sie senkrecht zu dieser Seite ist.

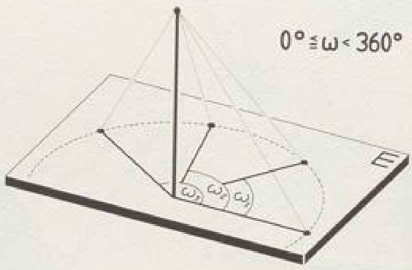
8.2 Konstruktion von Schrägbildern

Ein Schrägbild ist das Bild eines Körpers bei schiefer Parallelprojektion. Seine Gestalt hängt nur von der Projektionsrichtung ab. Diese Richtung lässt sich zum Beispiel mit zwei Winkeln festlegen. Welche Rolle sie spielen, erkennt man am besten, wenn man eine Strecke abbildet, die senkrecht auf der Bildebene steht.
Als **Auftreffwinkel** τ ($\tau \neq 90°$) bezeichnen wir den Winkel zwischen einer Projektionsgerade und dem Bild dieser senkrechten Strecke.



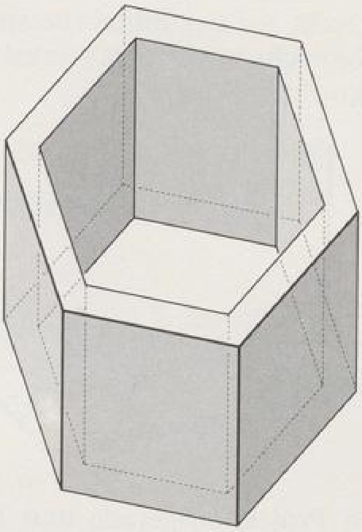
τ heißt auch Winkel zwischen Projektionsgerade und Bildebene. Allgemein versteht man unter dem Winkel φ zwischen einer Gerade g und einer Ebene E den Winkel zwischen der Gerade g und ihrer senkrechten Projektion g′ in dieser Ebene. Je nach Größe des Auftreffwinkels ist die Bildstrecke länger, kürzer oder genauso lang wie das Original. Der Quotient Bildstreckenlänge/Originallänge heißt Verzerrung v. Für $\tau = 45°$ ist $v = 1$, für $\tau < 45°$ ist $v > 1$, das heißt, das Bild ist länger als das Original und für $\tau > 45°$ ist $v < 1$, das heißt, das Bild ist kürzer als das Original.





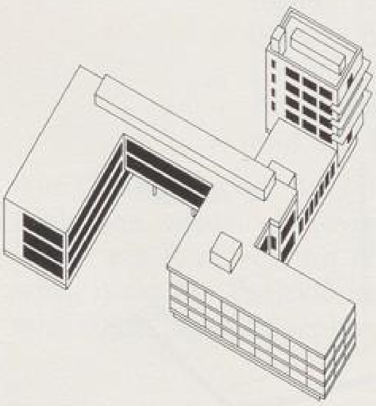
Als **Frontwinkel** ω bezeichnen wir den Winkel zwischen dem Bild und einer beliebig festgelegten Richtung in der Bildebene. Der Frontwinkel hat keinen Einfluss auf die Verzerrung v.
Die Wahl von v und ω ist beliebig. Sind v und ω (mit zugehöriger Bezugsrichtung) bekannt, so liegt das Schrägbild fest.

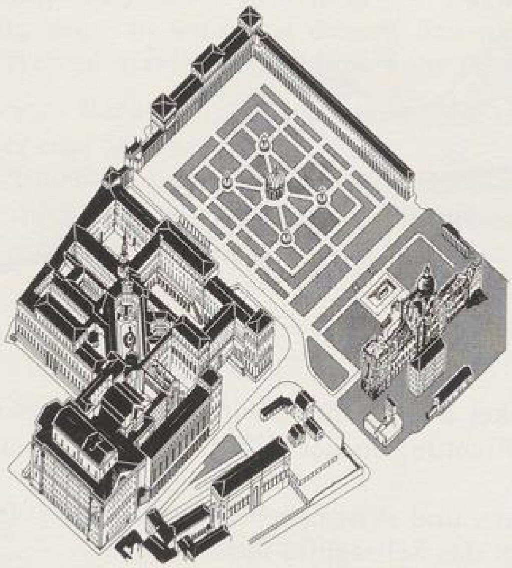
Gewöhnlich projiziert man in eine waagrechte oder lotrechte Ebene. In der Bildserie rechts sehen wir einen Würfel und sein Schrägbild (Schatten) in einer waagrechten Ebene. Schau die Bilder genau an und mach dir die Wirkung von ω und τ aufs Schrägbild klar.



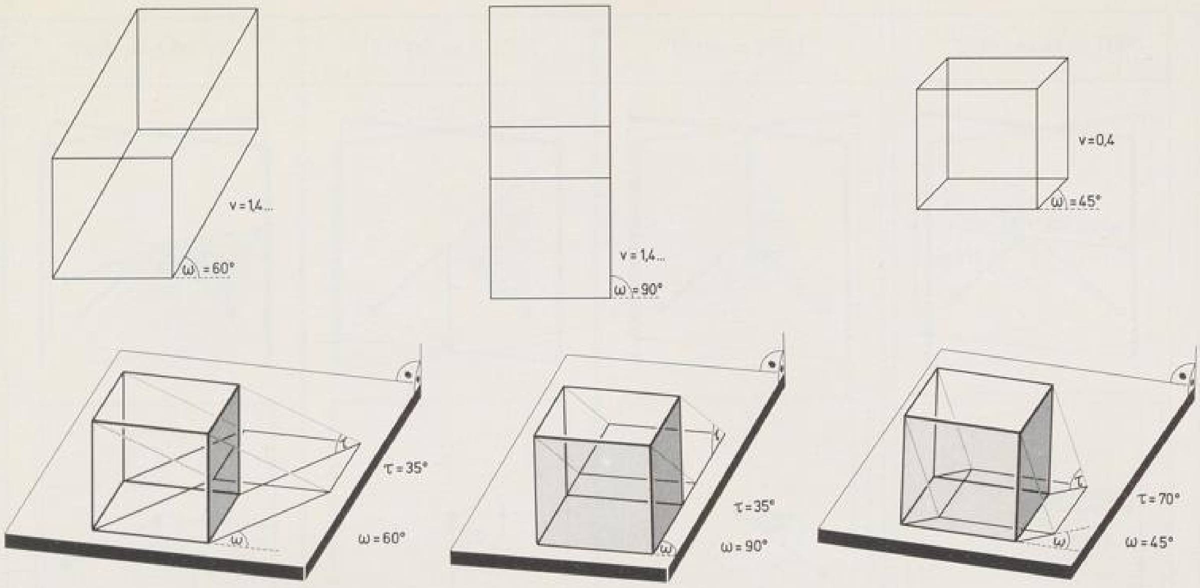
Sechskantrohr in Militärprojektion
(v = 1)

Eine von vielen möglichen Projektionen in eine waagrechte Ebene ist die **Militärprojektion:** Der Grundriss erscheint in wahrer Größe, der Frontwinkel ω ist 90°. Die Verzerrung v ist an sich beliebig wählbar, doch nimmt man oft den Wert 1 (also $\tau = 45°$), denn dann sieht man auch die Höhen in wahrer Größe. Im Schrägbild sehen wir ein Sechskantrohr, dessen äußere Seitenflächen Quadrate sind. Die Militärprojektion findet man in Architekturzeichnungen und in manchen Stadtplänen.

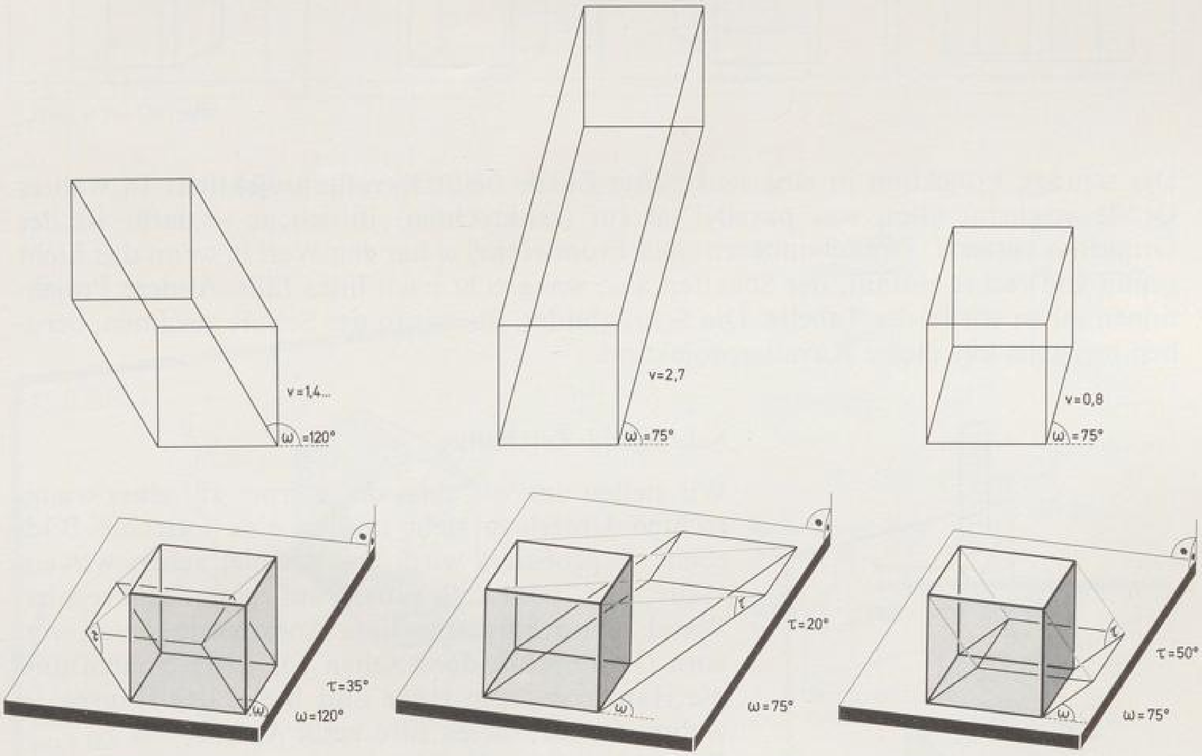




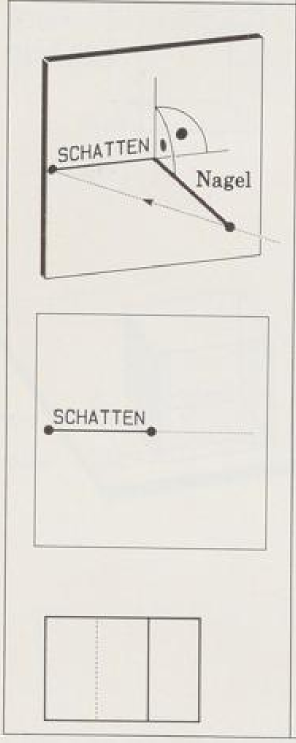
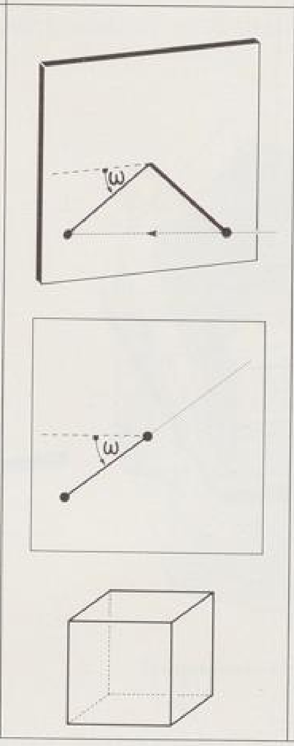
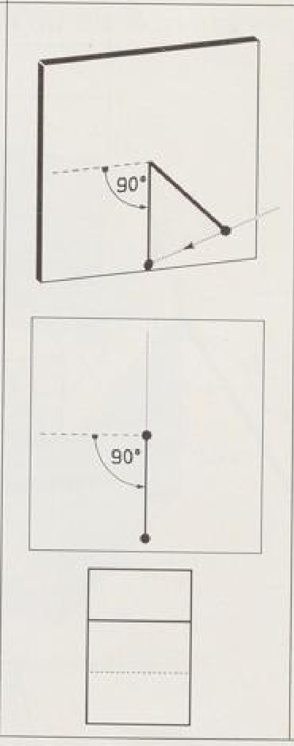
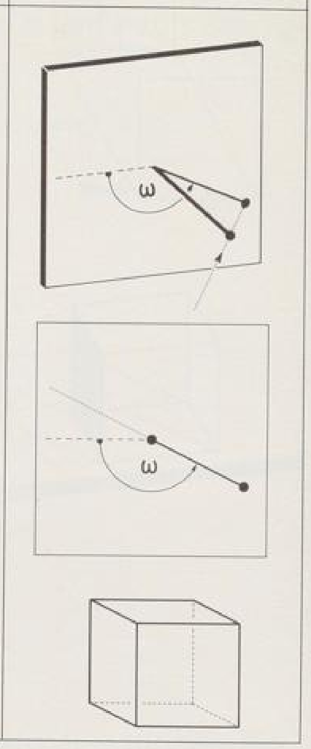
Münchner Residenz mit Hofgarten



v = 1,4...
ω = 60°
v = 1,4...
ω = 90°
v = 0,4
ω = 45°
τ = 35°
ω = 60°
τ = 35°
ω = 90°
τ = 70°
ω = 45°

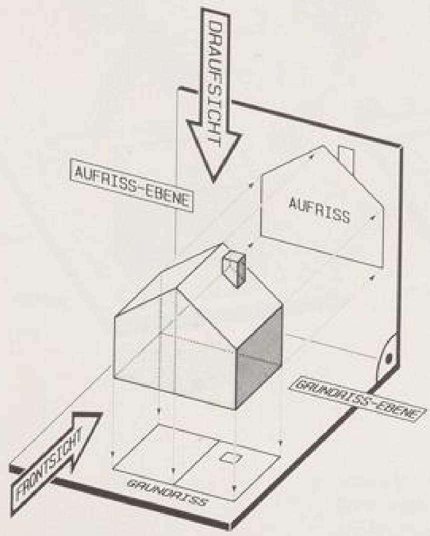


v = 1,4...
ω = 120°
v = 2,7
ω = 75°
v = 0,8
ω = 75°
τ = 35°
ω = 120°
τ = 20°
ω = 75°
τ = 50°
ω = 75°

$\omega = 0°$	$0° < \omega < 90°$	$\omega = 90°$	$90° < \omega < 180°$
			

überall ist v = 0,5

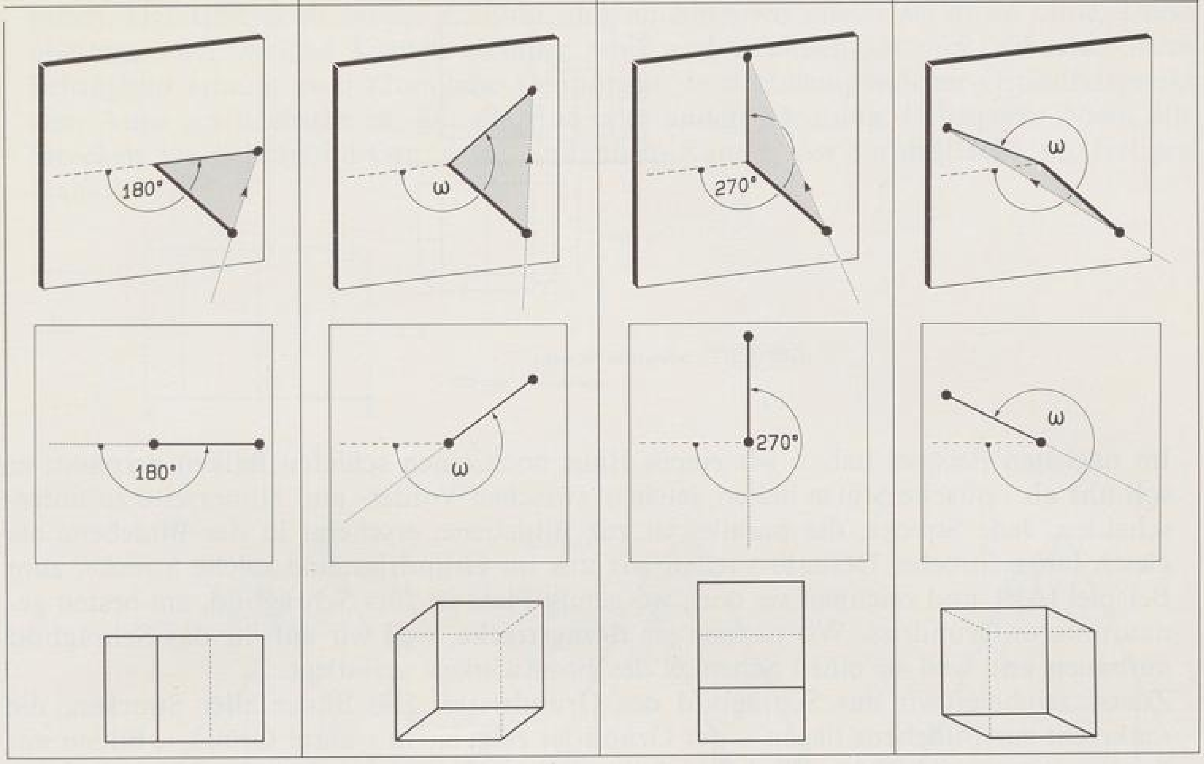
Die schräge Projektion in eine senkrechte Ebene heißt **Kavalierprojektion:** In wahrer Größe erscheint alles, was parallel ist zur (senkrechten) Bildebene – dafür ist der Grundriss verzerrt. Wir vereinbaren: Der Frontwinkel ω hat den Wert 0, wenn das Licht genau von rechts einfällt, der Schatten also waagrecht nach links fällt. Andere Projektionen sehen wir in der Tabelle. Die Schrägbilder, die wir in der Schule zeichnen, beruhen meistens auf dieser Kavalierprojektion.

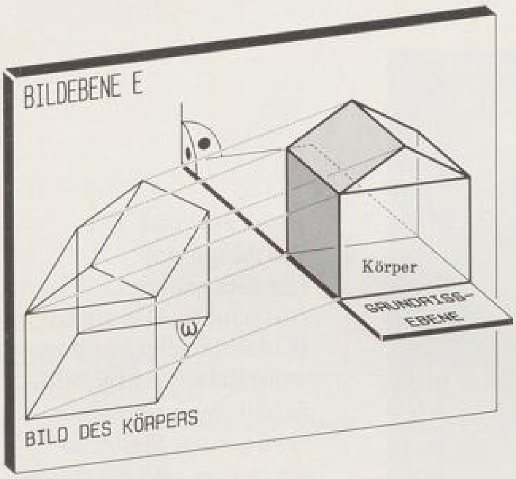


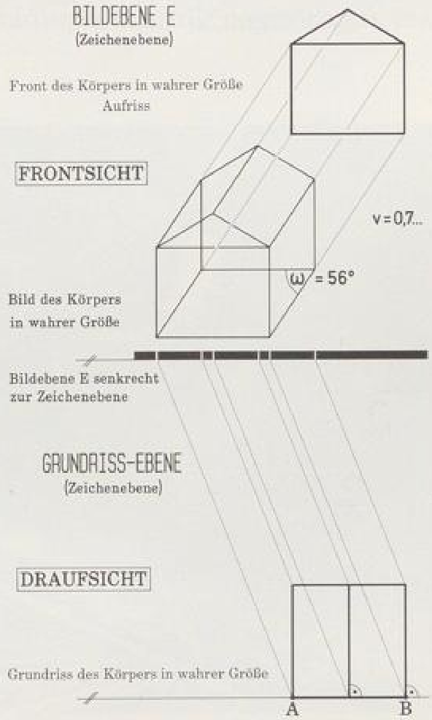
Schrägbild-Zeichnung

Wir stellen uns vor, dass der Körper auf einer waagrechten Unterlage steht und in eine lotrechte Bildebene E projiziert wird. Im Beispiel sehen wir ein Haus und seinen Schatten auf einer senkrechten Wand. Betrachten wir diese Anordnung genau von vorn (Frontsicht), dann sehen wir den Schatten und die Hausfront, also Höhe und Breite des Hauses, in wahrer Größe; dieses Bild heißt **Aufriss**.
Betrachten wir die Anordnung genau von oben (Draufsicht), dann sehen wir die Bildebene E als Gerade, den Hausschatten als Strecke darin und den Grundriss des Hauses in wahrer Größe.

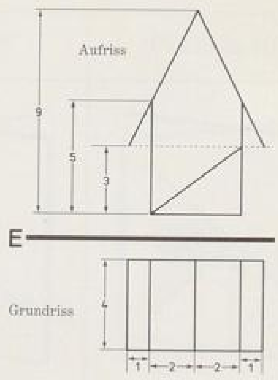
$\omega = 180°$	$180° < \omega < 270°$	$\omega = 270°$	$270° < \omega < 360°$





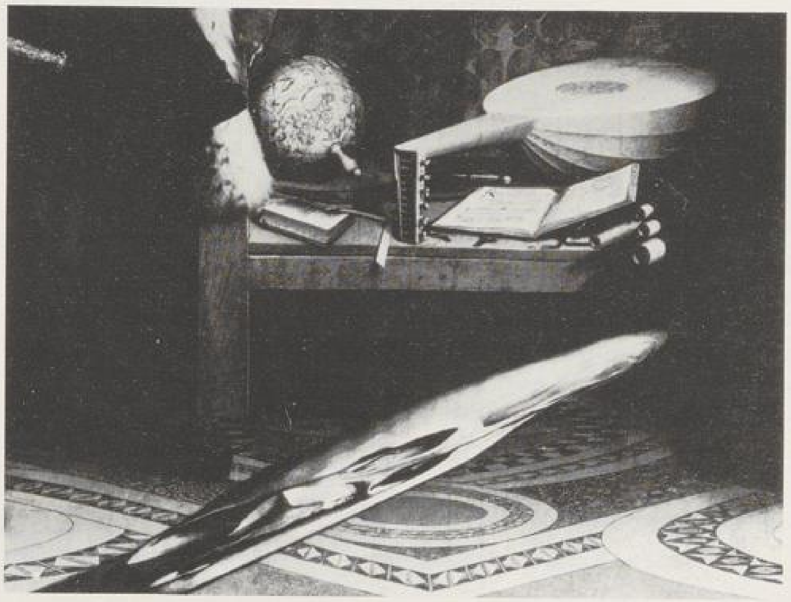


GEGEBEN



GESUCHT Schrägbilder für $v = 0{,}5$
und $\omega_1 = 45°$, $\omega_2 = 225°$

Im nächsten Beispiel haben wir einem Haus noch einen schiefen Balken verpasst; er soll uns als optische Stütze helfen, leichter zwischen Vorder- und Hinterseite zu unterscheiden. Jede Strecke, die parallel ist zur Bildebene, erscheint in der Bildebene als gleich lange Strecke. Deshalb suchen wir uns im Grundriss eine solche Strecke, zum Beispiel [AB], und zeichnen sie dort, wo genug Platz ist fürs Schrägbild, am besten genau unterm Grundriss. Wir nennen sie **Bezugstrecke**, weil wir auf ihr das Schrägbild aufbauen und weil sie einen Schenkel des Frontwinkels ω festlegt.
Zuerst zeichnen wir das Schrägbild des Grundrisses. Die Bilder aller Strecken, die senkrecht zur Bildebene liegen – der Grundriss zeigt sie in wahrer Größe –, bilden mit der Bezugstrecke [AB] den Winkel ω. Außerdem sind sie aufs v-fache verkürzt. Auf den schrägen Grundriss setzen wir jetzt das (gerade) Haus. Von jedem Punkt, der nicht in der Grundrissebene liegt, müssen wir wissen, wie hoch er über ihr liegt. Seine Höhe entnehmen wir dem Aufriss; wir tragen sie in wahrer Größe senkrecht zur Bezugstrecke am zugehörigen Grundrisspunkt an, weil sie ja parallel zur Bildebene E ist.

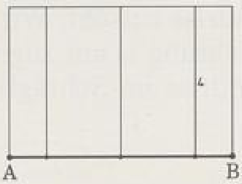


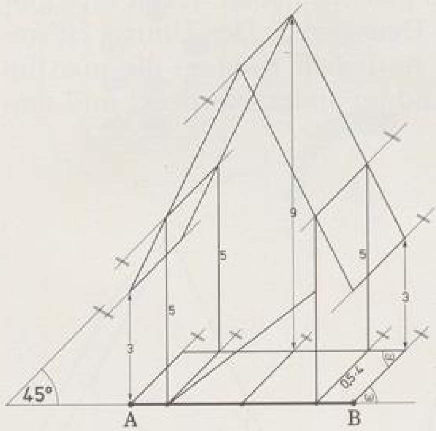
Hans Holbein der Jüngere:
Die Gesandten (1533), Ausschnitt. Die untere Bildmitte zeigt ein ungewöhnliches Schrägbild. Schaut man von einer bestimmten Stelle, so entzerrt es sich zu einem Totenkopf. Was der Totenkopf ausdrücken soll, ist unbekannt. Ist er ein Hinweis aufs Jenseits?

Nachdem man das Schrägbild mit sehr dünnen Linien gezeichnet hat, hebt man die sichtbaren Kanten deutlich hervor, um dem Schattenbild eine räumliche Wirkung zu geben. Der Umriss ist immer sichtbar, ihn zeichnen wir zuerst als dicke Linie. Dann überlegen wir, welche Kanten sichtbar sind und zeichnen sie dick. Obacht: Jedes Schrägbild erlaubt zwei räumliche Deutungen. Je nachdem, welcher Grundrisspunkt dem Auge am nächsten ist, gilt die eine oder andere Deutung. (Übrigens: Nicht alle Strecken im Schrägbild-Grundriss sind auch Kanten der Grundfläche im fertigen Haus!)

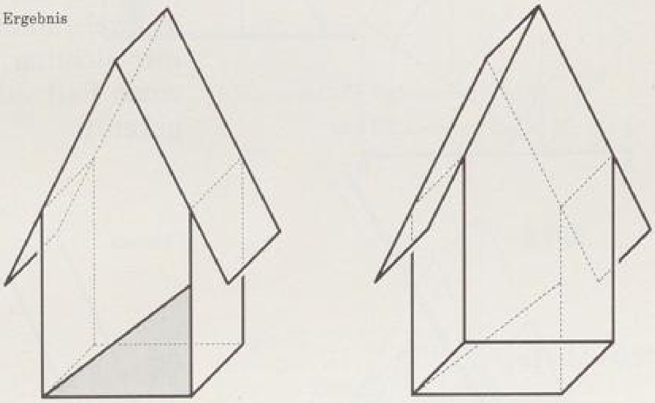
Grundriss

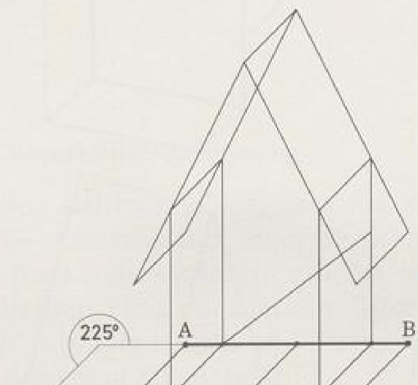
1



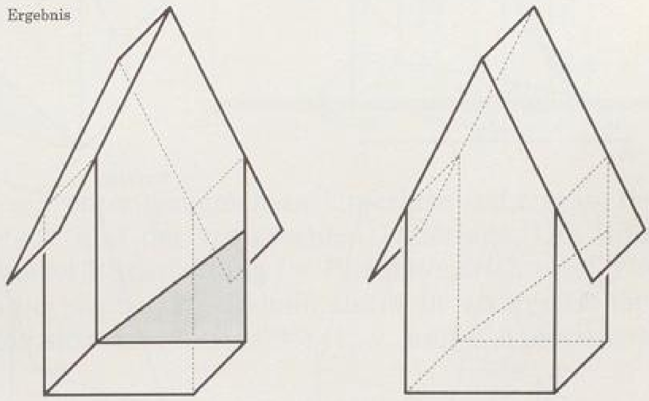


Ergebnis

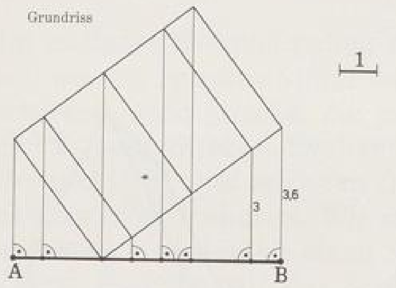




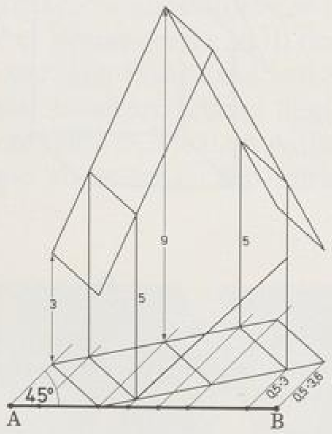
Ergebnis

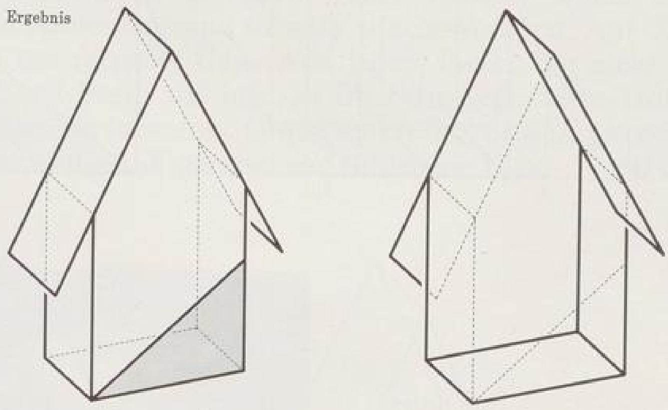


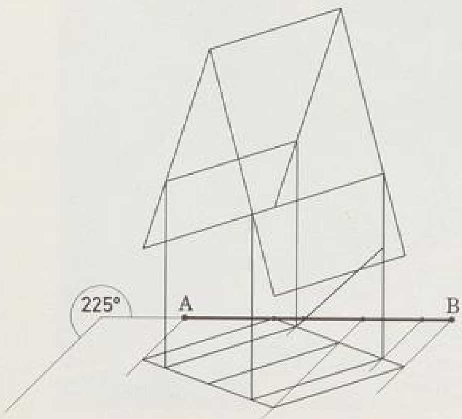
Im zweiten Beispiel haben wir dasselbe Haus auf der Grundrissebene um 37° gedreht. Der Grundriss zeigt diesen Drehwinkel in wahrer Größe. Weil sich dabei an den Höhen nichts ändert, brauchen wir keinen neuen Aufriss. Wir konstruieren das Schrägbild des gedrehten Hauses mit den Werten für v und ω von vorhin.
Zuerst legen wir im Grundriss die Bezugstrecke [AB] fest: Sie ist wieder parallel zur Bildebene E, geht durch den untersten Grundrisspunkt und ist so lang, wie das Haus vor der Bildebene breit erscheint (Abstand der äußeren Lote). Auf [AB] loten wir die Grundrisspunkte.
Dann zeichnen wir [AB] samt Lotfußpunkten so weit unter den Grundriss, dass das Haus noch Platz hat, also nicht mit dem Giebel in den Grundriss rutscht. Wir verkürzen die Lote im Grundriss aufs v-fache und tragen sie in Richtung ω am zugehörigen Lotfußpunkt der Bezugstrecke [AB] an. So entsteht der Grundriss im Schrägbild. Der Rest ist wie gehabt.

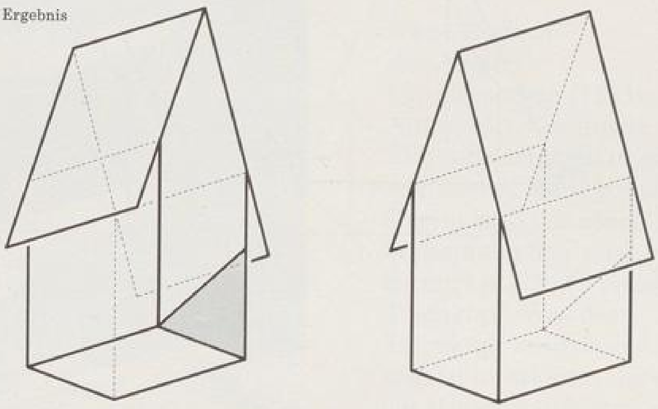


Für die ω-Werte 45° und 225° entstehen jetzt zwei grundverschiedene Schrägbilder. Das liegt daran, dass wir das Haus gedreht haben. Auch hier gibt es zwei räumliche Deutungen. Der Umriss ist immer sichtbar. Die restlichen Kanten, die man im einen Fall sieht, sind im andern verdeckt und umgekehrt.



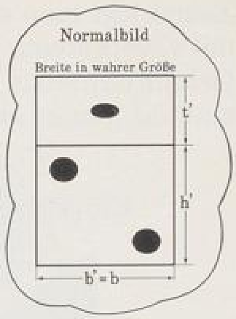


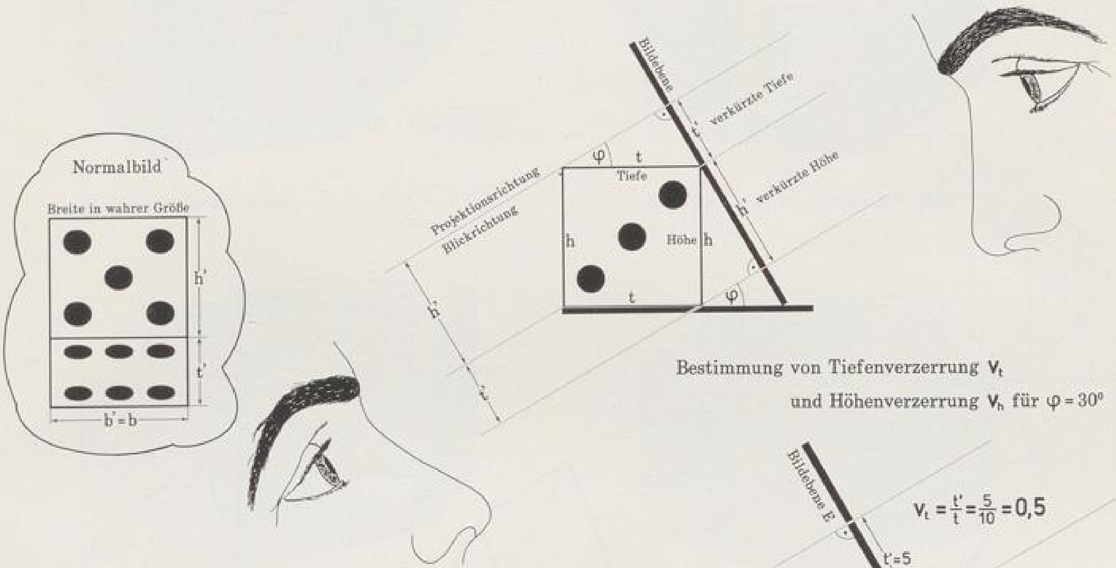




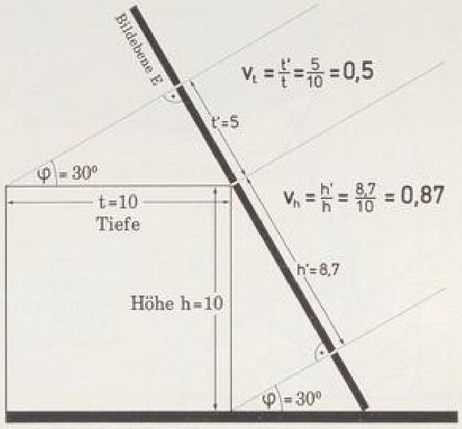
8.3 Normalbild

Ein Normalbild entsteht bei senkrechter Projektion in die Bildebene. Dabei ist $v = 0$, also $\tau = 90°$, ω ist nicht sinnvoll definierbar. Wegen $v = 0$ schrumpft jede Kante, die senkrecht zur Bildebene ist, auf einen Punkt. Deshalb drehen wir den Körper so, dass möglichst wenige Kanten senkrecht zur Bildebene sind.





Bestimmung von Tiefenverzerrung v_t
und Höhenverzerrung v_h für $\varphi = 30°$

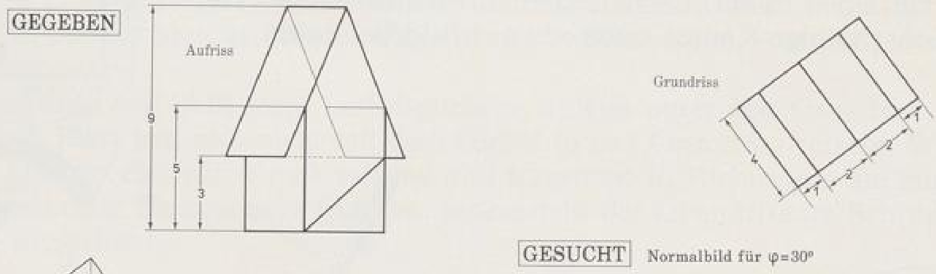


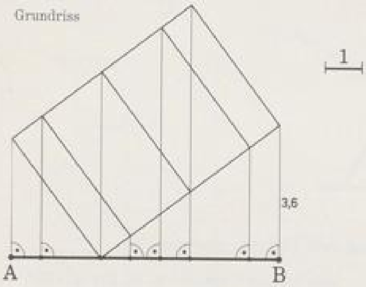
Normalbild-Zeichnung

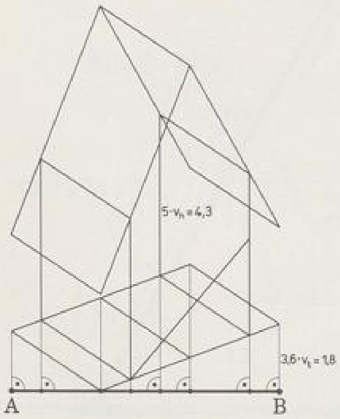
Wir stellen uns vor, dass der Körper auf einer waagrechten Unterlage steht. ω ist der Winkel zwischen einer Projektionsgerade und der waagrechten Unterlage. Die Bildebene steht senkrecht auf der vorgegebenen Blickrichtung (= Projektionsrichtung). Die Breiten sind parallel zur Bildebene und erscheinen deshalb darin in wahrer Größe: $b' = b$. Die Höhen und Tiefen verkürzen sich: $h' = h \cdot v_h$, $t' = t \cdot v_t$. v_h und v_t hängen vom Winkel φ ab, siehe Bild.
In der Tabelle sind einige Werte für φ, v_t und v_h zusammengestellt.

φ	0°	30°	≈37°	45	≈53°	60°	90°
v_t	0	0,5	0,6	≈0,7	0,8	≈0,87	1
v_h	1	≈0,87	0,8	≈0,7	0,6	0,5	0

Zuerst legt man die Bezugstrecke [AB] im Grundriss fest. Von [AB] aus trägt man die mit v_t verkürzten Tiefen senkrecht nach oben (oder bei Bedarf nach unten) ab. Auf die Grundrisspunkte stellt man die mit v_h verkürzten zugehörigen Höhen. Auch fürs Normalbild gibt es zwei räumliche Deutungen, siehe Bild.

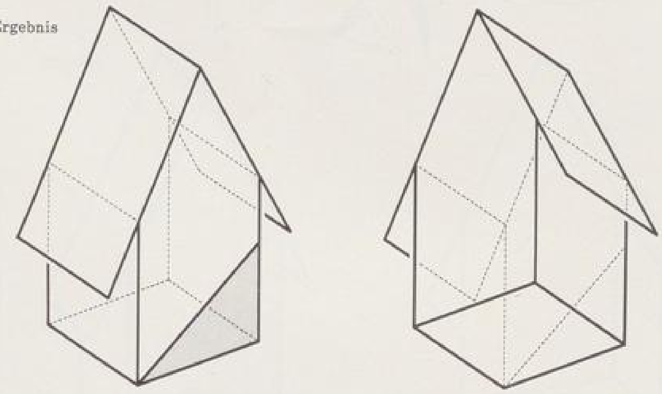


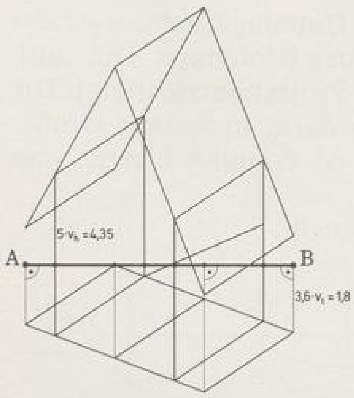




abtragen senkrecht nach oben

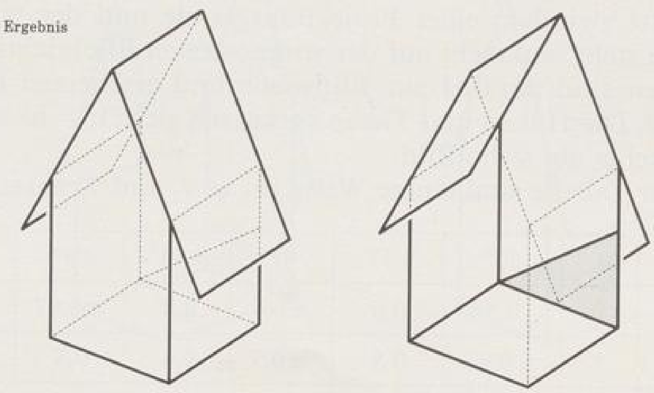
Ergebnis



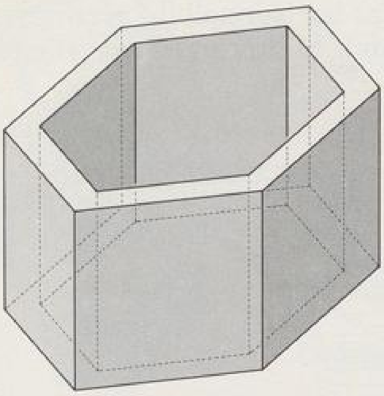


abtragen senkrecht nach unten

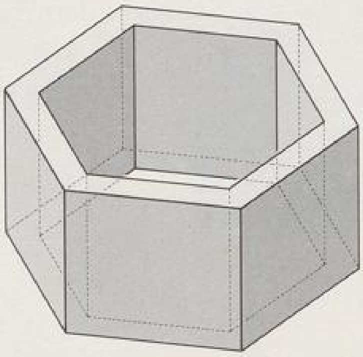
Ergebnis



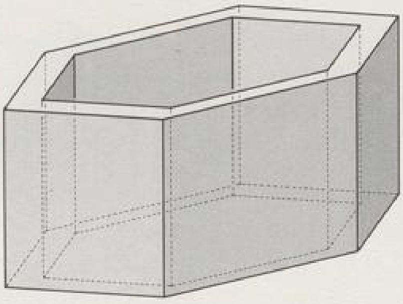
Normalbilder wirken natürlicher als Schrägbilder.



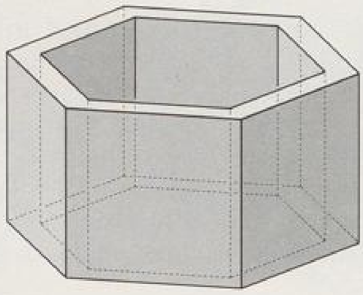
Sechskantrohr im Schrägbild ($\omega=240°$, $v=0{,}7$)



Sechskantrohr im Normalbild ($\varphi=37°$)



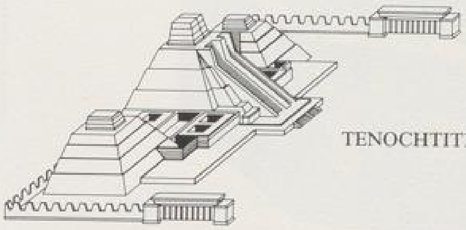
Sechskantrohr im Schrägbild ($\omega=30°$, $v=0{,}66$)



Sechskantrohr im Normalbild ($\varphi=20°$)

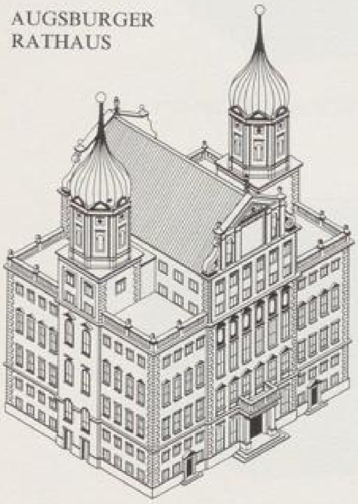
Aufgaben

1. ANSICHTEN
Welche Ansichten sind im Schrägbild, welche im Normalbild gezeichnet?
Stelle bei den Schrägbildern fest, ob sie durch Militär- oder Kavalierprojektion entstanden sind.

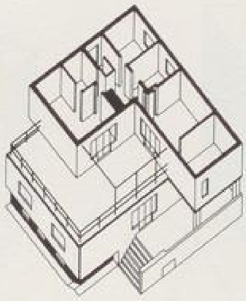


TENOCHTITLAN

AUGSBURGER RATHAUS

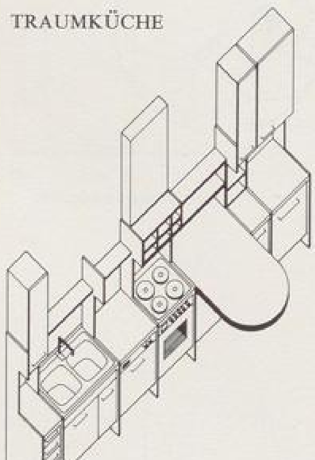


BAUHAUS

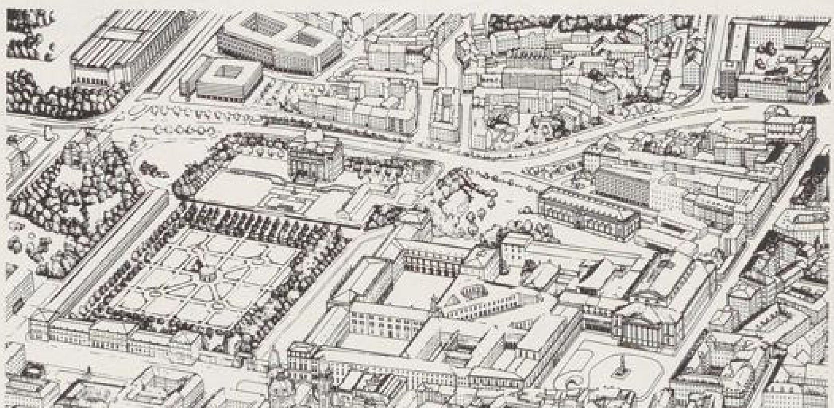


VILLA

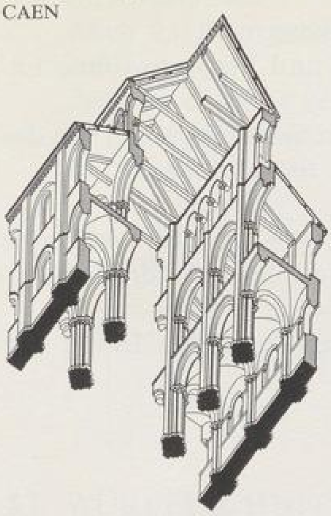
TRAUMKÜCHE



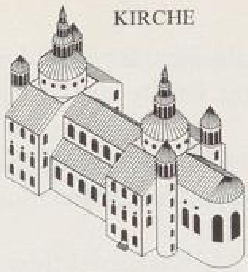
MÜNCHNER RESIDENZ MIT HOFGARTEN



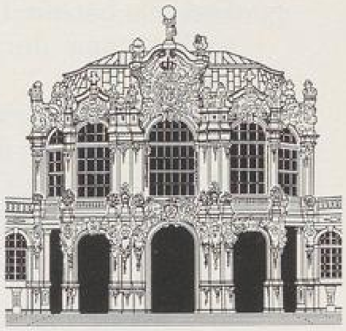
ST. ETIENNE,
CAEN

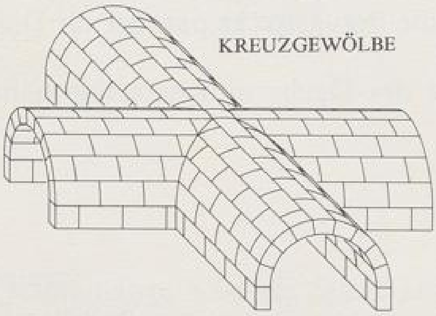


KIRCHE



ZWINGER

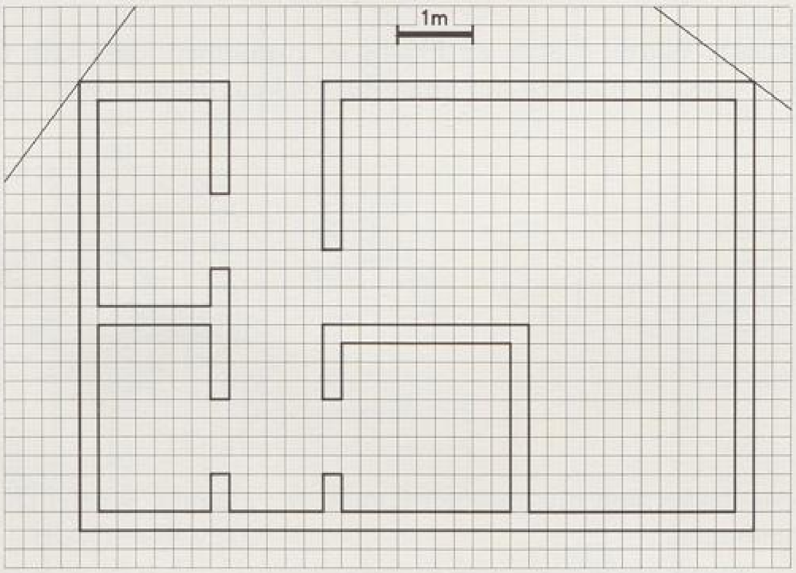




KREUZGEWÖLBE

2. Die Bilder zu den Aufgaben **25.e)** und **f)** im Kapitel **6** zeigen ein regelmäßiges Achtflach und einen Würfelstumpf; beide sind in einem Würfel eingebaut. Zeichne die beiden Körper (ohne Würfel) in Grund- und Aufriss. (Die Rissebenen sind parallel zu Seitenflächen des Würfels.)

3. WOHNRAUM
Das Bild zeigt den Grundriss einer 2,50 m hohen Wohnung. Zeichne die Wohnung in Militärprojektion für $v = 0{,}5$. Die Bezugstrecken sind links oben und rechts oben angedeutet.



4. HAUS

Die Tür hat die Breite 2. Alle Fenster (mit Läden) sind kongruent.

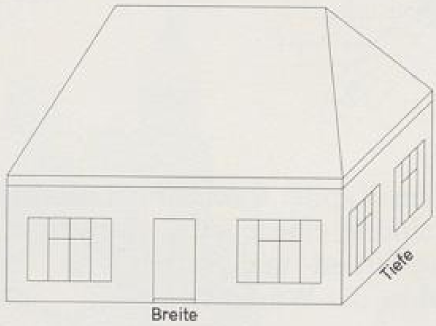
a) Bestimme durch Messung Breite und Höhe von Tür und Fenstern (ohne Läden).

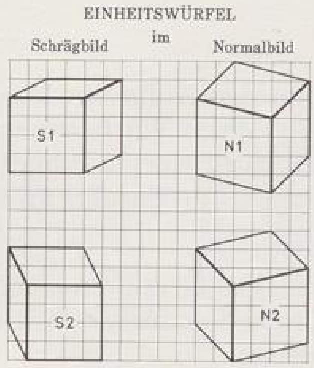
b) Bestimme durch Messung die Höhe (mit und ohne Dach), Breite und Tiefe des Hauses. Der Aufriss ist symmetrisch.

c) Zeichne den Grundriss.

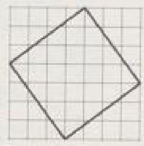
d) Zeichne das Haus in Militärprojektion für $v = 1$, $v = 0{,}5$ und verwende $1 \mathrel{\hat{=}} 0{,}5$ cm. Lege die Bezugstrecke parallel zur Diagonale des Grundriss-Rechtecks.

e) Zeichne ein Netz des Dachs und berechne näherungsweise den Inhalt der Dachfläche.



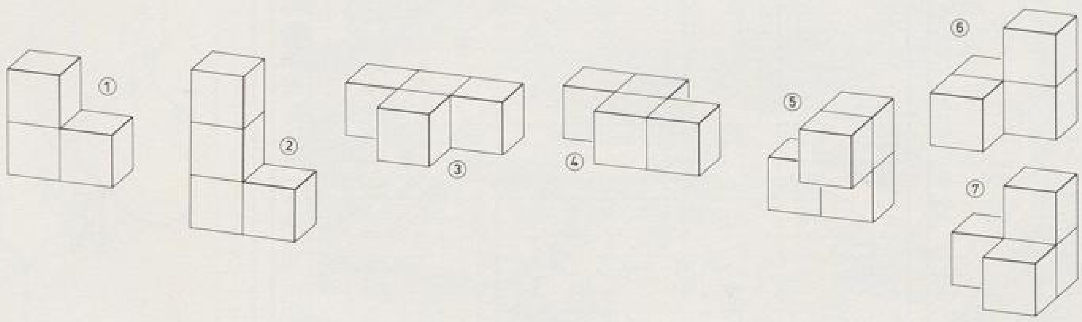


c)



5. SOMAWÜRFEL

Setzt man kongruente Würfel Fläche an Fläche so zusammen, dass kein Quader entsteht, so gibt es bei drei Würfeln nur eine Möglichkeit, bei vier Würfeln sechs Möglichkeiten.



Erstaunlicherweise lassen sich diese sieben Somateile zu einem Würfel (Kantenlänge?) zusammenbauen.

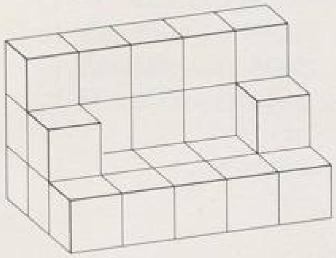
a) Zeichne die Somateile in Grund- und Aufriss.

b) Zeichne die Somawürfel im Schrägbild, verwende S2.

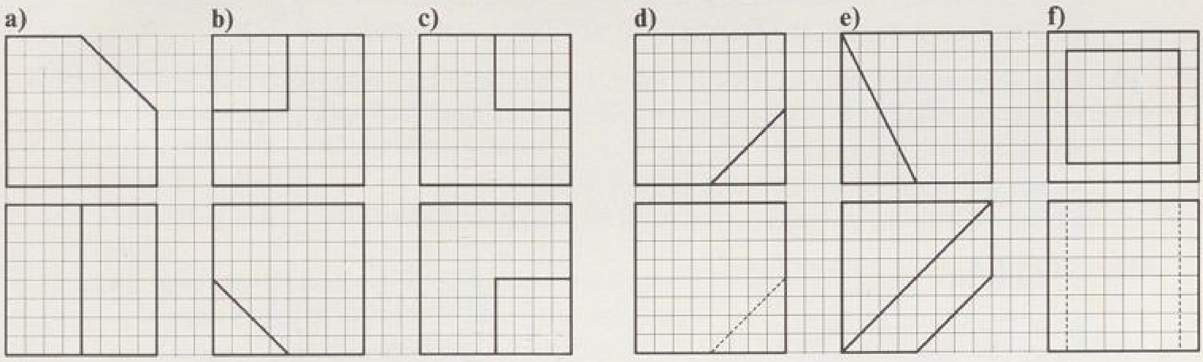
c) Zeichne die Somateile in Militärprojektion mit $v = 1$ oder $v = 0{,}6$. (Drehung siehe Bild, Bezugstrecke auf Gitterlinie)

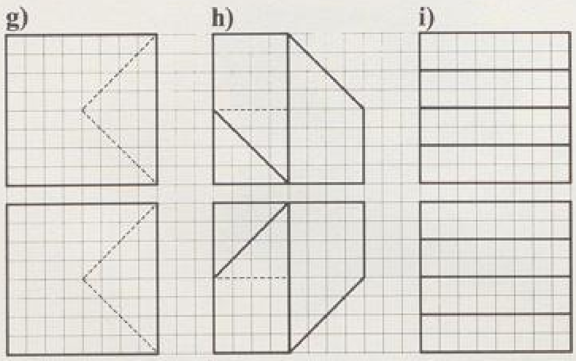
d) Zeichne die Somateile im Normalbild, verwende N2.

6. SOMASOFA
Auch das Somasofa ist aus den sieben Somateilen von Aufgabe **5.** zusammengesetzt.
Zeichne es (ohne verdeckte Kanten) im
a) Schrägbild mit beiden räumlichen Deutungen, verwendet S1.
b) Normalbild mit beiden räumlichen Deutungen, verwende N1.

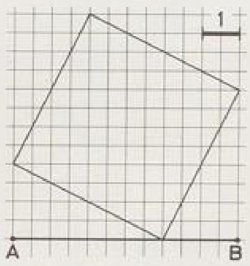


⁝7. WÜRFELSCHNITTE
Von einem Würfel der Kantenlänge 4 ist ein Stück abgeschnitten. Grund- und Aufriss zeigen den Restkörper. (Aufriss oben).
a) Zeichne den Würfelrest im Schrägbild (wie S1, Kanten doppelt so lang).
b) Zeichne den Würfelrest im Normalbild (wie N1, Kanten doppelt so lang).
c) Konstruiere die ebenen Schnittflächen in wahrer Größe.

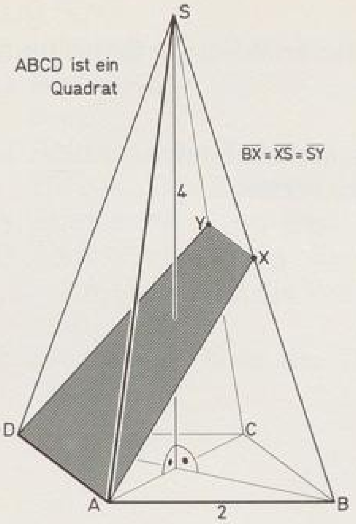




SCHRÄGNORMAL



8. SCHRÄGNORMAL
Gegeben sind der Grundriss eines Würfels und die Bezugstrecke.
a) Zeichne den Würfel im Schrägbild mit $v = 0{,}5$ und $\omega = 45°$.
b) Zeichne den Würfel im Normalbild mit $v_t = 0{,}5$ und $v_h = 0{,}87$. Wenn du sorgfältig zeichnest, wirst du feststellen, dass er in der Höhe geringfügig von unserm Standardwürfel abweicht. Wie groß ist die Abweichung?



9. PYRAMIDENSCHNITT

a) Zeichne die Pyramide mit Schnittfläche in Normalbild.
(Stelle zwei passende ›Normalwürfel‹ aufeinander und dann die Pyramide hinein!)

b) Zeichne die Schnittfläche DAXY in wahrer Größe.

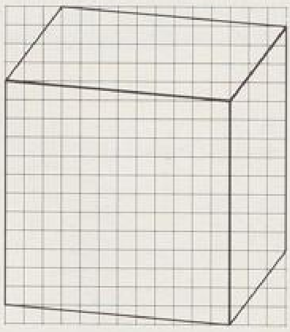
c) Zeichne von beiden Teilkörpern ein Netz, verwende $1 \triangleq 2\,\text{cm}$.

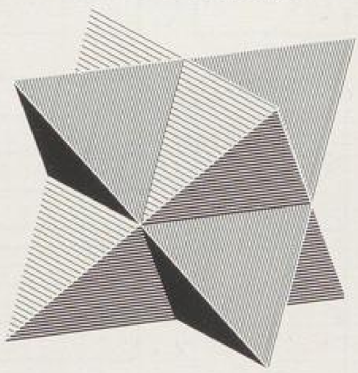
10. Eine Pyramide hat als Grundfläche ein regelmäßiges Sechseck der Seitenlänge 4. Die Spitze liegt 10 Einheiten senkrecht über der Sechseckmitte.
Zeichne die Pyramide

a) im Schrägbild mit $v = 0{,}5$ und $\omega = 30°$

b) im Normalbild mit $v_t = 0{,}6$ und $v_h = 0{,}8$.

•11. STELLA OCTANGULA





STELLA OCTANGULA

a) Zeichne in einem Würfel die drei Flächendiagonalen von einer Ecke aus und verbinde ihre Endpunkte. Es entsteht ein regelmäßiges Tetraeder (Vierflach). Es gibt zwei Möglichkeiten; zeichne sie getrennt im Schräg- und im Normalbild.

b) Zeichne in ein und demselben Würfel beide Tetraeder von **a)**. Sie durchdringen sich und bilden einen achtzackigen räumlichen Stern. Zeichne ihn nur mit sichtbaren Kanten im Schräg- und Normalbild.

12. ZELTDACH

Das Bild zeigt ein Haus mit einem Zeltdach. Die Spitze liegt senkrecht überm Mittelpunkt des Grundriss-Rechtecks.

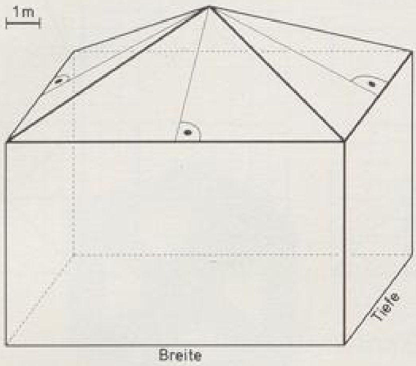
a) Warum ist das ein Schrägbild?

b) Wie tief und wie hoch (mit Dach) ist das Haus, wenn es 10 m breit ist und $v = 0{,}5$ ist?

c) Welche Dreieckshöhe im Dach erscheint in wahrer Größe? Warum?

d) Zeichne das Haus mit seiner schmalen Seite in wahrer Größe.

e) Zeichne das Haus so, dass Grundriss und Höhe in wahrer Größe erscheinen. Die Bezugstrecke bildet 45° mit einer Gitterlinie.



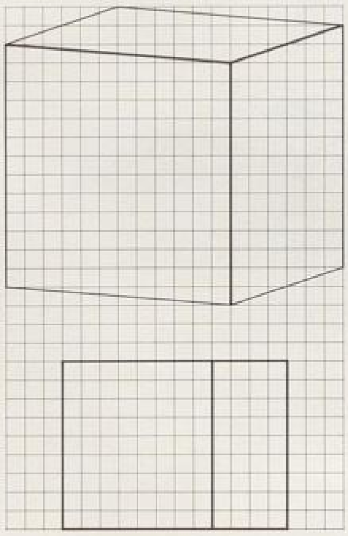
:13. ZWÖLFFACH

Zeichne die Normalbilder ab. Setze jeweils auf den Würfel ein pyramidenförmiges Zeltdach: Die Spitze liegt halb so hoch überm Quadratmittelpunkt, wie der Würfel hoch ist.

Verpasse auch den restlichen Seitenflächen solche Pyramiden: ein Zwölfflach entsteht.

a) Warum sind die Würfelkanten nicht mehr Kanten im Zwölfflach? Grenze das Zwölfflach deutlich mit Farbe vom Würfel ab.

b) Zeichne das Zwölfflach im Grundriss, sodass der Würfel als Quadrat erscheint.



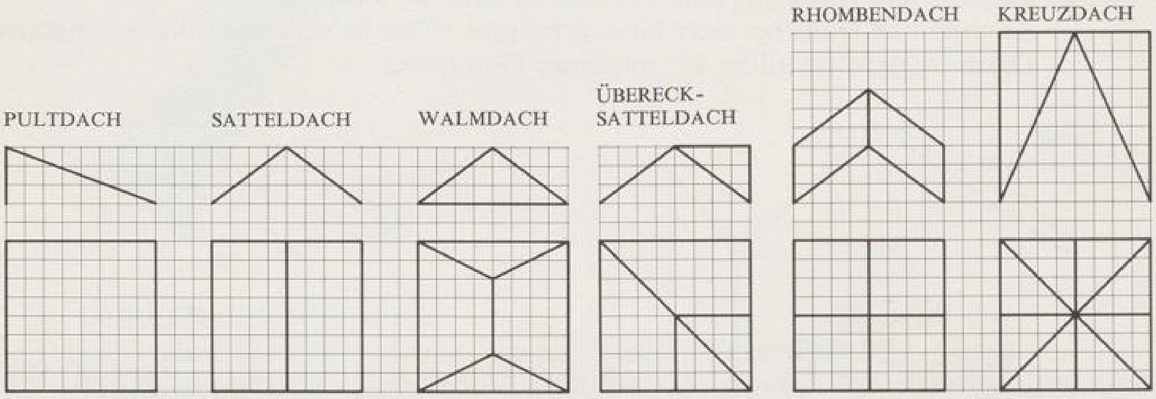
c) Bestimme die Anzahl e der Ecken, f der Flächen und k der Kanten und bestätige die Euler-Beziehung: $e + f = k + 2$.

d) Was für eine besondere Form haben die Seitenflächen?

• **14.** VERDACHT

Grund- und Aufriss zeigen einige Dachformen. Setze das Dach jedesmal auf einen Würfel und zeichne das Ganze nur mit sichtbaren Kanten im Schräg- oder Normalbild mit jeweils beiden räumlichen Deutungen. (Wenn nichts vermerkt ist, liegen in den Normalbildern alle Ecken auf Gitterpunkten.)

Für die ersten sechs Dächer wähle man die Würfelkanten doppelt so lang wie bei S1 oder N1.

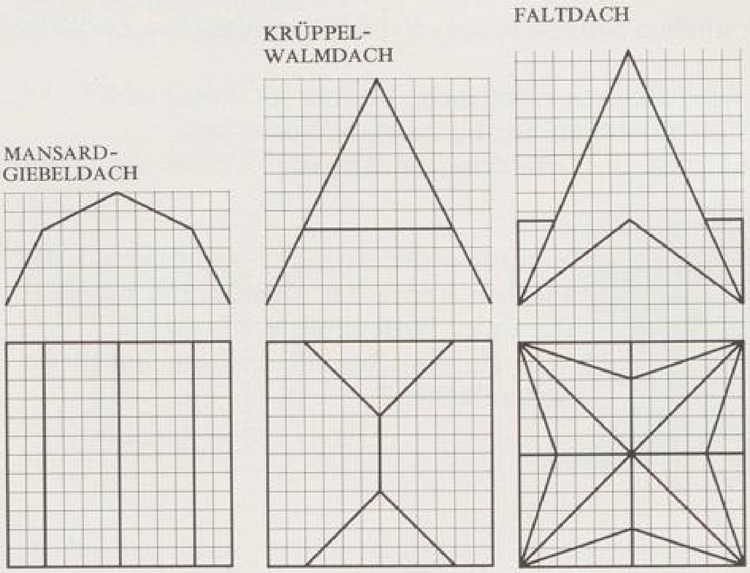


Wähle für die letzten drei Dächer die Würfelkanten dreimal so lang.

Mansard Giebeldach (wie S2 oder N2)

Krüppelwalmdach (wie S2 oder N2)

Faltdach (wie S1 oder N1, im Normalbild liegen zwei Ecken nicht auf Gitterpunkten).



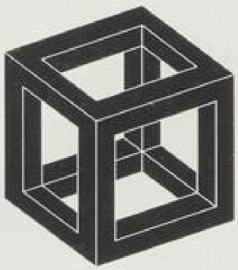
15. **a)** Verbinde die Punkte (1|5), (8|1), (15|5), (15|13), (8|17), (1|13) und (8|9) so miteinander, dass ein Würfel-Normalbild entsteht, und strichle die verdeckten Kanten. Nimm $1 \triangleq 1\,\text{cm}$.

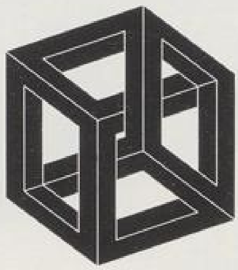
b) Zeichne dünn in jede Seitenfläche eine kantenparallele Mittellinie so ein, dass sie windschief ist zur Mittellinie einer angrenzenden Seitenfläche. Eine Mittellinie ist ungefähr 8 lang. Zeichne dünn mit andrer Farbe eine Strecke der Länge 5 so in jede Mittellinie, dass die Endpunkte von den Kanten gleichen Abstand haben.

c) Verbinde jeden Streckenendpunkt mit den nächstgelegenen vier Streckenendpunkten angrenzender Seitenflächen: Es entsteht das Normalbild eines beinah regelmäßigen Zwanzigflachs. Hebe die sichtbaren Kanten deutlich hervor.

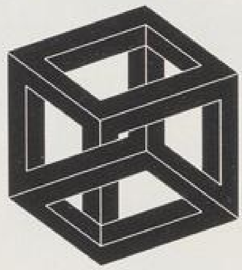
Eschers Trick:

Zwei Deutungen in einem Bild.





Links-rechts



Oben-unten