Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

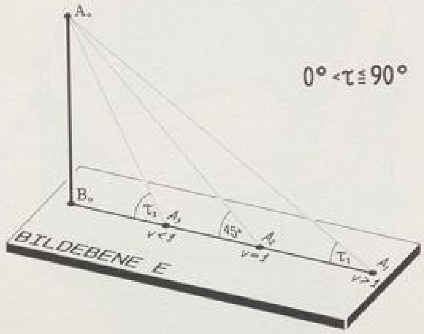
München, 2000

8.2 Konstruktion von Schrägbildern

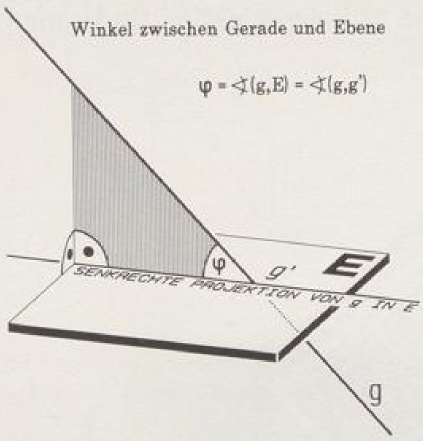
urn:nbn:de:hbz:466:1-83477

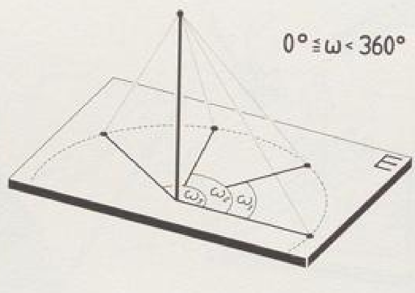
8.2 Konstruktion von Schrägbildern

Ein Schrägbild ist das Bild eines Körpers bei schiefer Parallelprojektion. Seine Gestalt hängt nur von der Projektionsrichtung ab. Diese Richtung lässt sich zum Beispiel mit zwei Winkeln festlegen. Welche Rolle sie spielen, erkennt man am besten, wenn man eine Strecke abbildet, die senkrecht auf der Bildebene steht.
Als **Auftreffwinkel** τ ($\tau \neq 90°$) bezeichnen wir den Winkel zwischen einer Projektionsgerade und dem Bild dieser senkrechten Strecke.



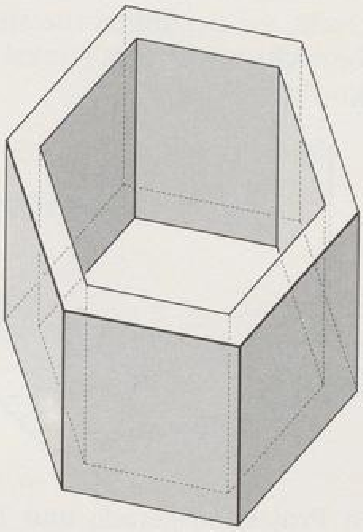
τ heißt auch Winkel zwischen Projektionsgerade und Bildebene. Allgemein versteht man unter dem Winkel φ zwischen einer Gerade g und einer Ebene E den Winkel zwischen der Gerade g und ihrer senkrechten Projektion g' in dieser Ebene. Je nach Größe des Auftreffwinkels ist die Bildstrecke länger, kürzer oder genauso lang wie das Original. Der Quotient Bildstreckenlänge/Originallänge heißt Verzerrung v. Für $\tau = 45°$ ist $v = 1$, für $\tau < 45°$ ist $v > 1$, das heißt, das Bild ist länger als das Original und für $\tau > 45°$ ist $v < 1$, das heißt, das Bild ist kürzer als das Original.





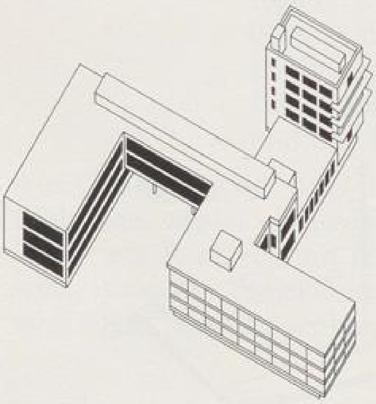
Als **Frontwinkel** ω bezeichnen wir den Winkel zwischen dem Bild und einer beliebig festgelegten Richtung in der Bildebene. Der Frontwinkel hat keinen Einfluss auf die Verzerrung v.
Die Wahl von v und ω ist beliebig. Sind v und ω (mit zugehöriger Bezugsrichtung) bekannt, so liegt das Schrägbild fest.

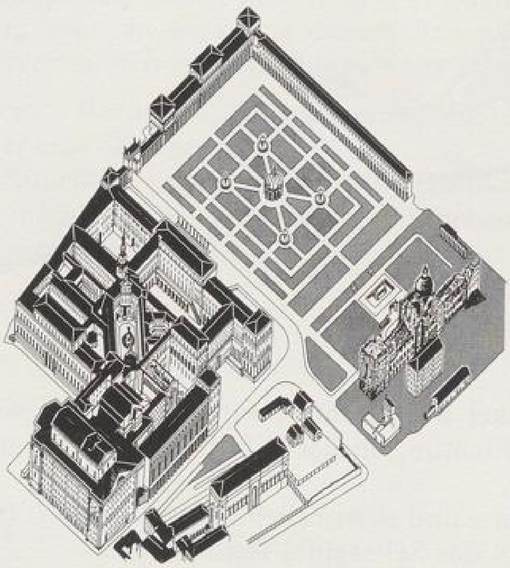
Gewöhnlich projiziert man in eine waagrechte oder lotrechte Ebene. In der Bildserie rechts sehen wir einen Würfel und sein Schrägbild (Schatten) in einer waagrechten Ebene. Schau die Bilder genau an und mach dir die Wirkung von ω und τ aufs Schrägbild klar.



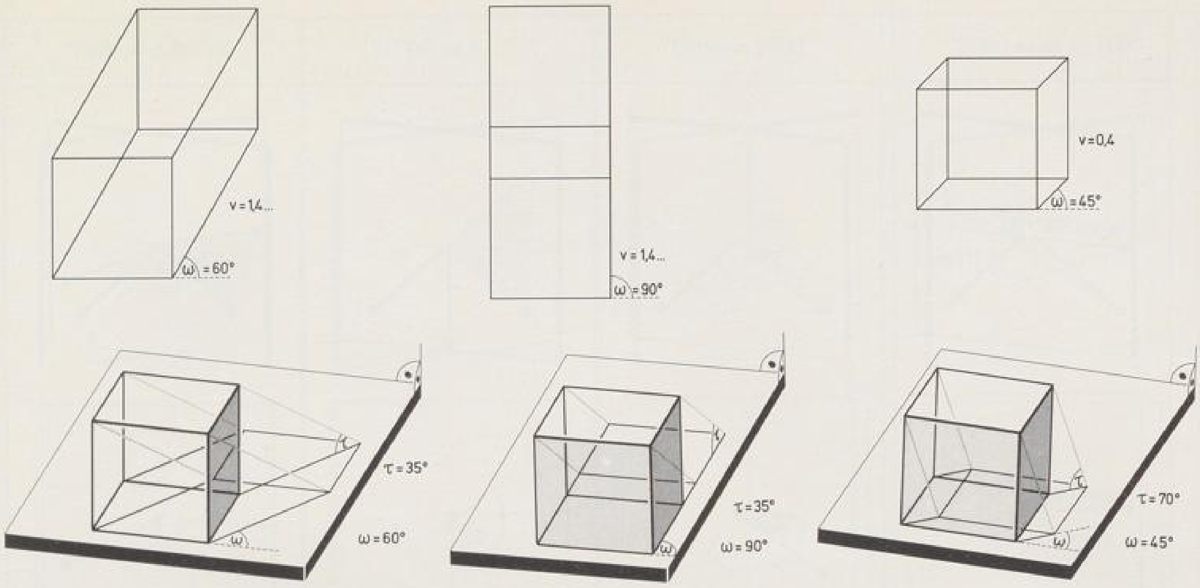
Sechskantrohr in Militärprojektion
(v = 1)

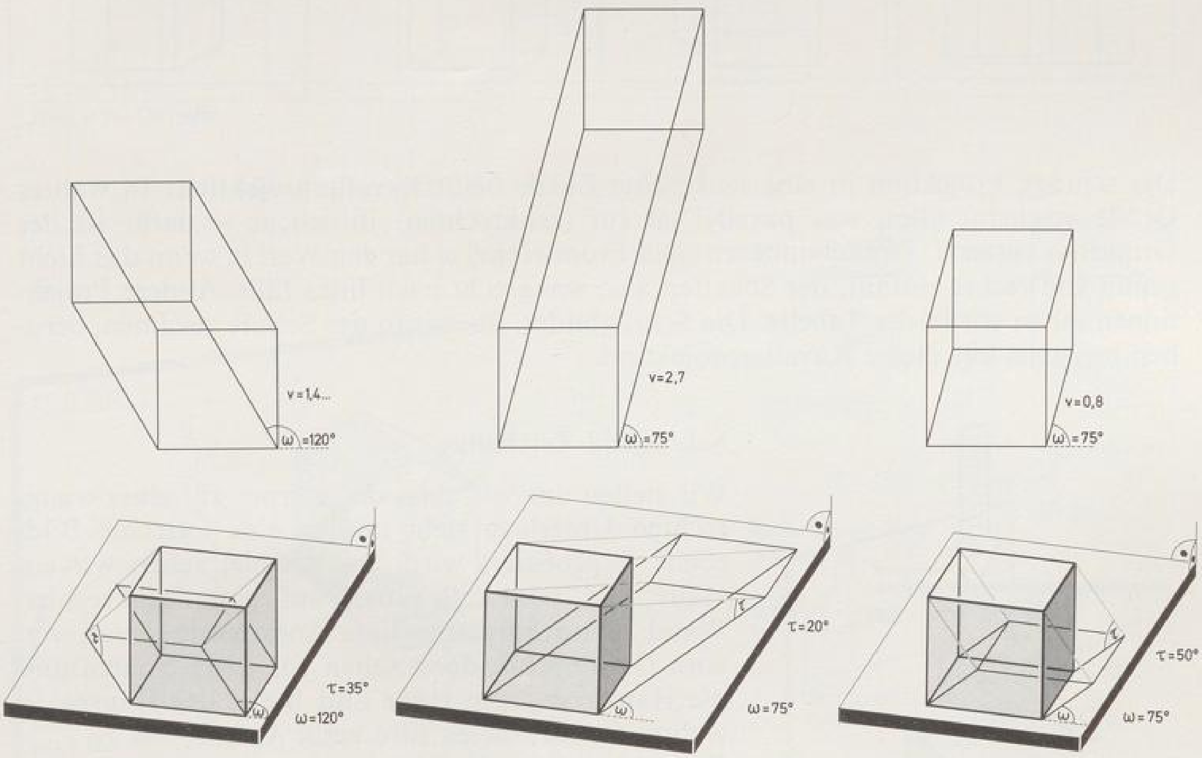
Eine von vielen möglichen Projektionen in eine waagrechte Ebene ist die **Militärprojektion:** Der Grundriss erscheint in wahrer Größe, der Frontwinkel ω ist 90°. Die Verzerrung v ist an sich beliebig wählbar, doch nimmt man oft den Wert 1 (also $\tau = 45°$), denn dann sieht man auch die Höhen in wahrer Größe. Im Schrägbild sehen wir ein Sechskantrohr, dessen äußere Seitenflächen Quadrate sind. Die Militärprojektion findet man in Architekturzeichnungen und in manchen Stadtplänen.

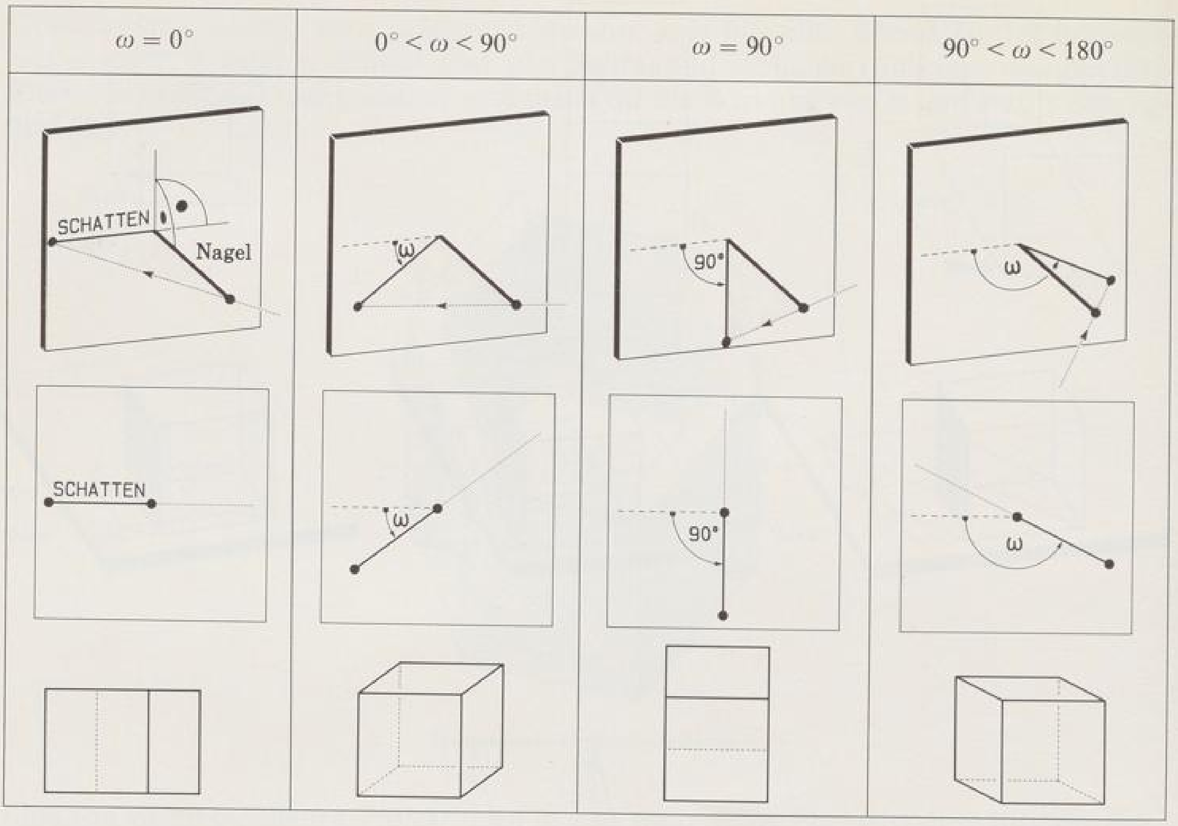




Münchner Residenz mit Hofgarten

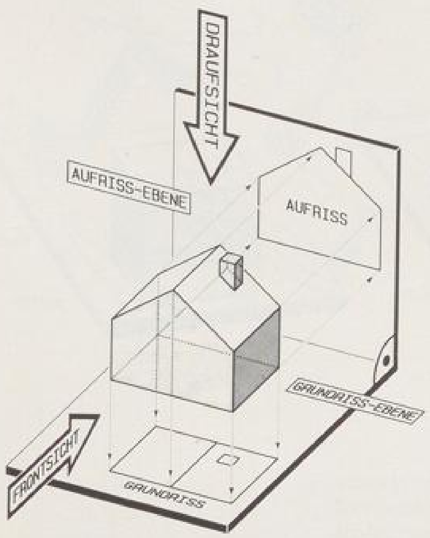

v = 1,4...
ω = 60°
v = 1,4...
ω = 90°
v = 0,4
ω = 45°
τ = 35°
ω = 60°
τ = 35°
ω = 90°
τ = 70°
ω = 45°


v = 1,4...
ω = 120°
v = 2,7
ω = 75°
v = 0,8
ω = 75°
τ = 35°
ω = 120°
τ = 20°
ω = 75°
τ = 50°
ω = 75°



überall ist v = 0,5

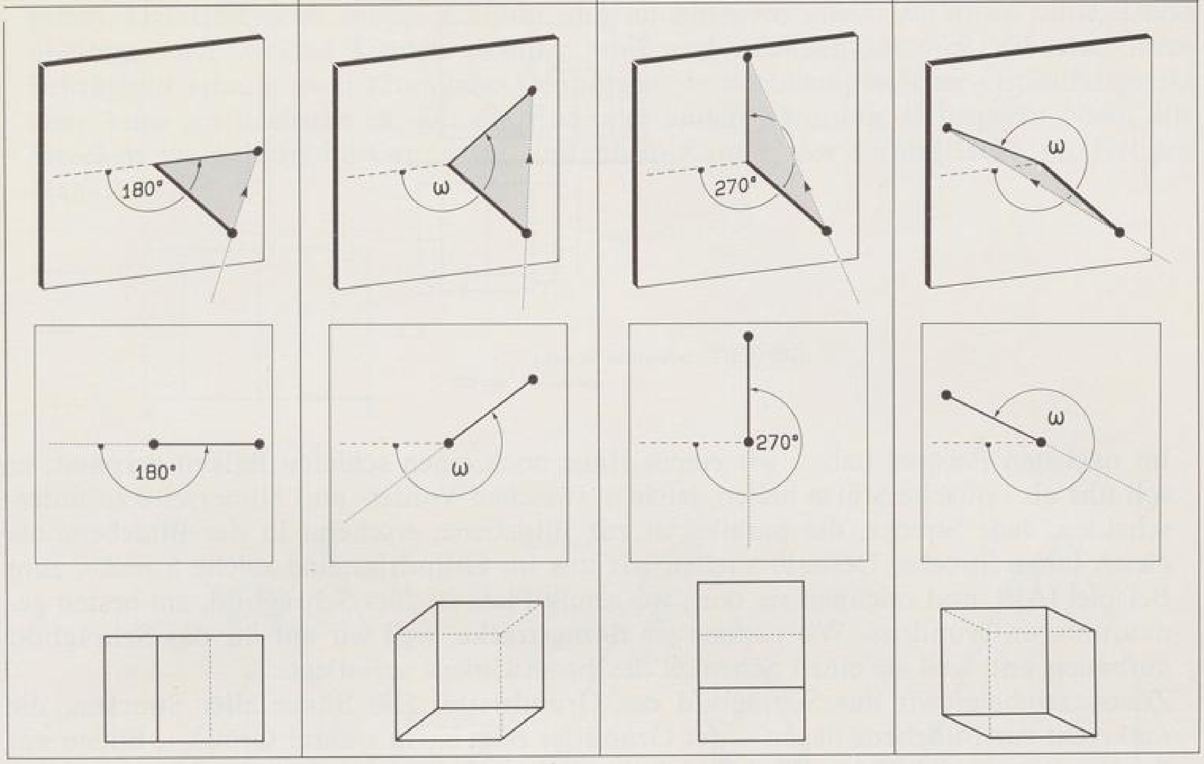
Die schräge Projektion in eine senkrechte Ebene heißt **Kavalierprojektion:** In wahrer Größe erscheint alles, was parallel ist zur (senkrechten) Bildebene – dafür ist der Grundriss verzerrt. Wir vereinbaren: Der Frontwinkel ω hat den Wert 0, wenn das Licht genau von rechts einfällt, der Schatten also waagrecht nach links fällt. Andere Projektionen sehen wir in der Tabelle. Die Schrägbilder, die wir in der Schule zeichnen, beruhen meistens auf dieser Kavalierprojektion.

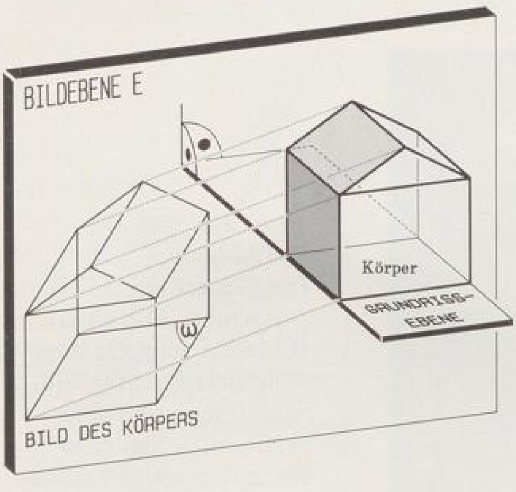


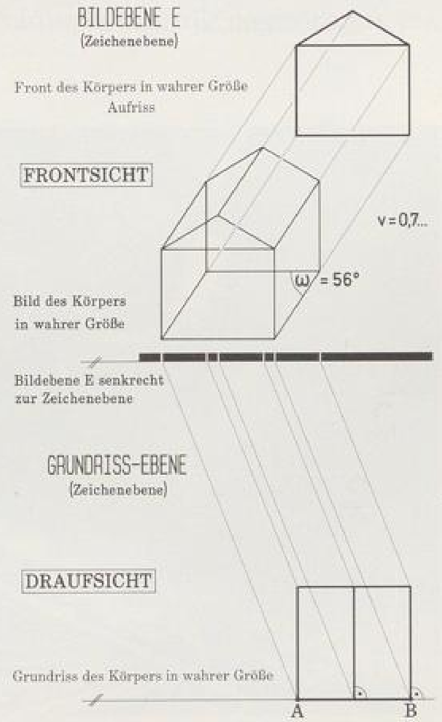
Schrägbild-Zeichnung

Wir stellen uns vor, dass der Körper auf einer waagrechten Unterlage steht und in eine lotrechte Bildebene E projiziert wird. Im Beispiel sehen wir ein Haus und seinen Schatten auf einer senkrechten Wand. Betrachten wir diese Anordnung genau von vorn (Frontsicht), dann sehen wir den Schatten und die Hausfront, also Höhe und Breite des Hauses, in wahrer Größe; dieses Bild heißt **Aufriss**.
Betrachten wir die Anordnung genau von oben (Draufsicht), dann sehen wir die Bildebene E als Gerade, den Hausschatten als Strecke darin und den Grundriss des Hauses in wahrer Größe.

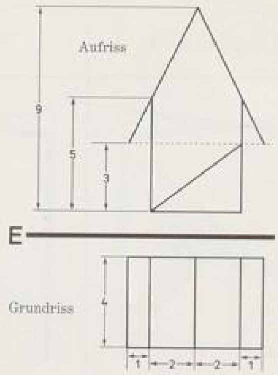
$\omega = 180°$	$180° < \omega < 270°$	$\omega = 270°$	$270° < \omega < 360°$





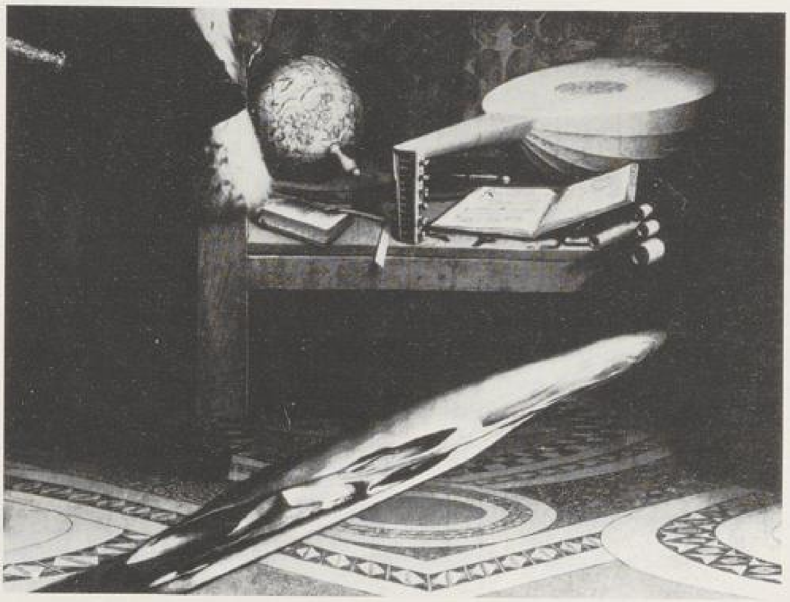


GEGEBEN



GESUCHT Schrägbilder für v = 0,5
und $\omega_1 = 45°$, $\omega_2 = 225°$

Im nächsten Beispiel haben wir einem Haus noch einen schiefen Balken verpasst; er soll uns als optische Stütze helfen, leichter zwischen Vorder- und Hinterseite zu unterscheiden. Jede Strecke, die parallel ist zur Bildebene, erscheint in der Bildebene als gleich lange Strecke. Deshalb suchen wir uns im Grundriss eine solche Strecke, zum Beispiel [AB], und zeichnen sie dort, wo genug Platz ist fürs Schrägbild, am besten genau unterm Grundriss. Wir nennen sie **Bezugstrecke**, weil wir auf ihr das Schrägbild aufbauen und weil sie einen Schenkel des Frontwinkels ω festlegt.
Zuerst zeichnen wir das Schrägbild des Grundrisses. Die Bilder aller Strecken, die senkrecht zur Bildebene liegen – der Grundriss zeigt sie in wahrer Größe –, bilden mit der Bezugstrecke [AB] den Winkel ω. Außerdem sind sie aufs v-fache verkürzt. Auf den schrägen Grundriss setzen wir jetzt das (gerade) Haus. Von jedem Punkt, der nicht in der Grundrissebene liegt, müssen wir wissen, wie hoch er über ihr liegt. Seine Höhe entnehmen wir dem Aufriss; wir tragen sie in wahrer Größe senkrecht zur Bezugstrecke am zugehörigen Grundrisspunkt an, weil sie ja parallel zur Bildebene E ist.

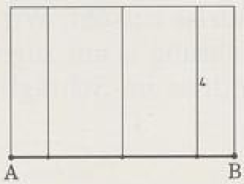


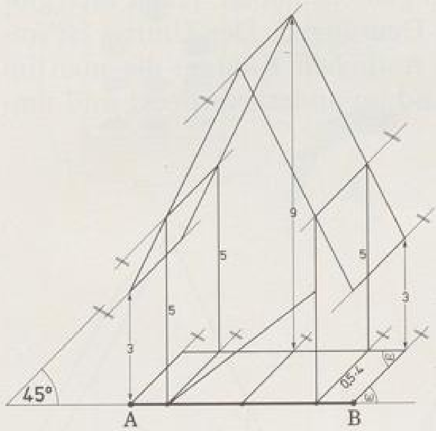
Hans Holbein der Jüngere:
Die Gesandten (1533), Ausschnitt. Die untere Bildmitte zeigt ein ungewöhnliches Schrägbild. Schaut man von einer bestimmten Stelle, so entzerrt es sich zu einem Totenkopf. Was der Totenkopf ausdrücken soll, ist unbekannt. Ist er ein Hinweis aufs Jenseits?

Nachdem man das Schrägbild mit sehr dünnen Linien gezeichnet hat, hebt man die sichtbaren Kanten deutlich hervor, um dem Schattenbild eine räumliche Wirkung zu geben. Der Umriss ist immer sichtbar, ihn zeichnen wir zuerst als dicke Linie. Dann überlegen wir, welche Kanten sichtbar sind und zeichnen sie dick. Obacht: Jedes Schrägbild erlaubt zwei räumliche Deutungen. Je nachdem, welcher Grundrisspunkt dem Auge am nächsten ist, gilt die eine oder andere Deutung. (Übrigens: Nicht alle Strecken im Schrägbild-Grundriss sind auch Kanten der Grundfläche im fertigen Haus!)

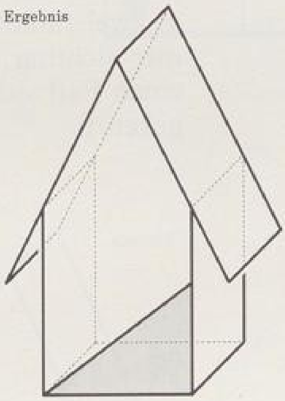
Grundriss

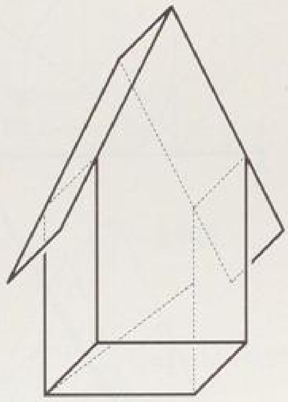
1

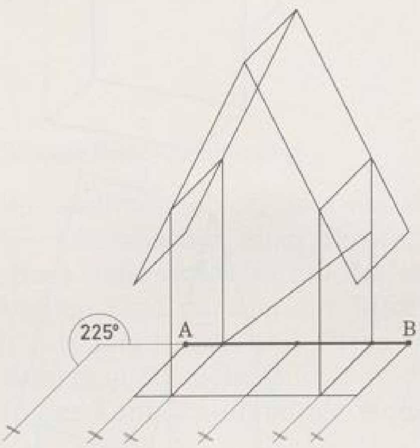




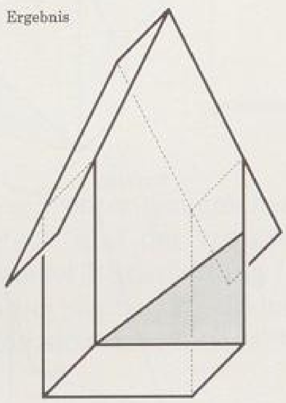
Ergebnis

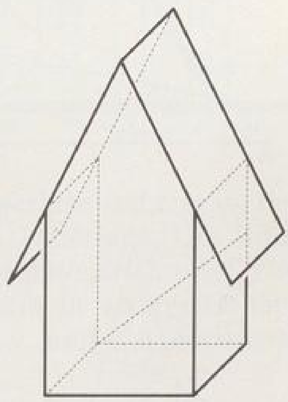




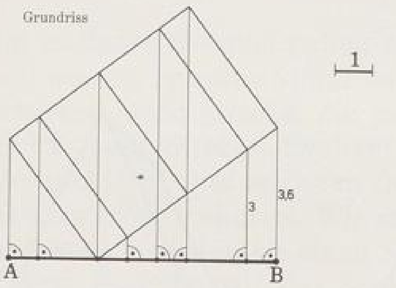


Ergebnis





Im zweiten Beispiel haben wir dasselbe Haus auf der Grundrissebene um 37° gedreht. Der Grundriss zeigt diesen Drehwinkel in wahrer Größe. Weil sich dabei an den Höhen nichts ändert, brauchen wir keinen neuen Aufriss. Wir konstruieren das Schrägbild des gedrehten Hauses mit den Werten für v und ω von vorhin.
Zuerst legen wir im Grundriss die Bezugstrecke [AB] fest: Sie ist wieder parallel zur Bildebene E, geht durch den untersten Grundrisspunkt und ist so lang, wie das Haus vor der Bildebene breit erscheint (Abstand der äußeren Lote). Auf [AB] loten wir die Grundrisspunkte.
Dann zeichnen wir [AB] samt Lotfußpunkten so weit unter den Grundriss, dass das Haus noch Platz hat, also nicht mit dem Giebel in den Grundriss rutscht. Wir verkürzen die Lote im Grundriss aufs v-fache und tragen sie in Richtung ω am zugehörigen Lotfußpunkt der Bezugstrecke [AB] an. So entsteht der Grundriss im Schrägbild. Der Rest ist wie gehabt.



Für die ω-Werte 45° und 225° entstehen jetzt zwei grundverschiedene Schrägbilder. Das liegt daran, dass wir das Haus gedreht haben. Auch hier gibt es zwei räumliche Deutungen. Der Umriss ist immer sichtbar. Die restlichen Kanten, die man im einen Fall sieht, sind im andern verdeckt und umgekehrt.