UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Algebra

Barth, Friedrich

München, 1996

2.7.3 Zusammenstellung der Rechengesetze

urn:nbn:de:hbz:466:1-83493

Visual Library

3. Multipliziere die zwischen a und b bestehende Ungleichung mit dem Faktor c:

a) $a = 37;\ b = -1;\ c = 3$ **b)** $a = \frac{4}{5};\ b = \frac{3}{4};\ c = -10$

c) $a = -1{,}9;\ b = -2{,}1;\ c = -0{,}2$ **d)** $a = -0{,}985;\ b = 0;\ c = 200$

4. Was ergibt sich, wenn man eine Ungleichung mit 0 multipliziert?

5. Ist x positiv, null oder negativ, wenn gilt

a) $a < b \Rightarrow ax > bx$ **b)** $u > v \Rightarrow ux = vx$

c) $n > m \Rightarrow \frac{n}{x} < \frac{m}{x}$ **d)** $p > 0 \Rightarrow \frac{p}{x} > 0$?

2.7.3 Zusammenstellung der Rechengesetze

Für rationale Zahlen a, b, c gelten folgende Rechengesetze:		
Gesetze der Addition	**Gesetze der Multiplikation**	**Bezeichnungen**
(E_+) $a + b \in \mathbb{Q}$	$(E_\cdot)$ $a \cdot b \in \mathbb{Q}$	**Existenz der Summe/des Produkts**
(K_+) $a + b = b + a$	$(K_\cdot)$ $a \cdot b = b \cdot a$	**Kommutativgesetz**
(A_+) $(a + b) + c = a + (b + c)$	$(A_\cdot)$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	**Assoziativgesetz**
(N_+) $a + 0 = a$	$(N_\cdot)$ $a \cdot 1 = a$	**Existenz des neutralen Elements**
(I_+) $a + (-a) = 0$	$(I_\cdot)$ $a \cdot \frac{1}{a} = 1$, falls $a \neq 0$	**Existenz des inversen Elements**
(D) $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$		**Distributivgesetz**
$a < b \Rightarrow a + c < b + c$	$\left.\begin{matrix} a < b \\ c > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$	**Monotoniegesetz**
	$\left.\begin{matrix} a < b \\ c < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$	**Umkehrung der Monotonie**

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die hier zusammengestellten Rechengesetze bilden die Grundlage für das Rechnen mit rationalen Zahlen und überhaupt für die ganze Algebra. Du wirst sie im folgenden immer wieder benötigen, besonders häufig die mit (E), (K), (A), (N), (I) und (D) bezeichneten Gesetze. Präge sie dir daher gut ein (Merkwort: EKANID, vgl. auch Aufgabe 84/**5**.).
Besonders auffällig an dieser Gesetzestafel ist natürlich die weitgehende Analogie zwischen den Rechengesetzen der Addition und der Multiplikation: die »EKANI-Gesetze« gibt es für beide Rechenarten. Zu ihrer Unterscheidung wurde in der Tafel ein an den Kennbuchstaben angehängtes Plus- bzw. Malzeichen verwendet. Im Distributivgesetz (D) – und nur in ihm (!) – kommen beide Rechenarten zugleich vor. Es stellt eine Verbindung zwischen den beiden durch die Gesetze der Addition und der Multiplikation beschriebenen Rechenbereichen dar.

Aufgaben

1. Welches der in $\mathbb{Q}$ geltenden Rechengesetze der Addition konnte in der Zahlenmenge $\mathbb{Q}_0^+$ noch nicht aufgestellt werden und warum nicht?

2. Weshalb benötigt man keine eigenen Rechengesetze für die Subtraktion und die Division? (In welchen Rechengesetzen der Addition und Multiplikation sind diese Umkehroperationen enthalten?)

3. Ist es richtig, zu sagen »Wenn man in den Rechengesetzen der Addition die Pluszeichen durch Malzeichen ersetzt, erhält man die Rechengesetze der Multiplikation«?

4. Erkläre an der Zahlengeraden, warum es bei der Addition keine »Umkehrung der Monotonie« gibt.

5. a) Wie gefällt dir der Wahlspruch »In Mathe fit mit EKANID«?
Oder folgender: »Was EKANID weiß, macht mich nicht heiß«?
Denke dir selbst beß're Merksätze aus!
Vielleicht wird gar ein Gedicht daraus?

b) »Beim Rechnen in $\mathbb{Q}_0^+$ eckt man oft an,
Weil man häufig nicht subtrahieren kann.
Das liegt daran: Man hat nur EKAN!
................................«
Erfinde zu diesem großartigen Gedichtanfang eine passende Fortsetzung, welche auf den mit $\mathbb{Q}$ und EKANI erreichten Fortschritt hinweist!