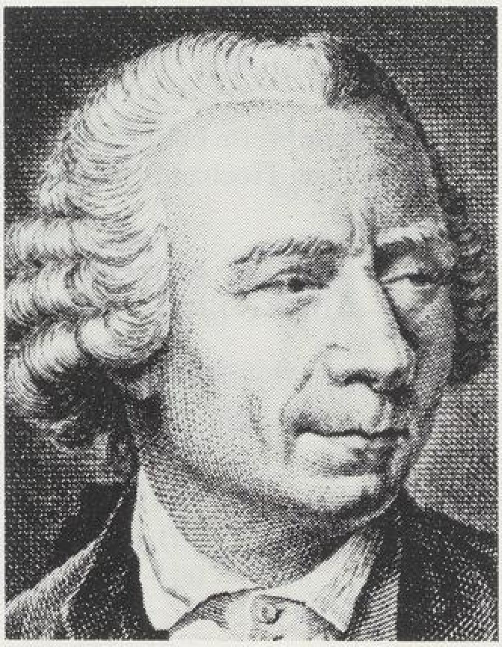
Algebra

Barth, Friedrich

München, 1996

3.3.1 Rechenzeichen und Vorzeichen

gehören durch Unterstreichen ausgedrückt. René DESCARTES (1596–1650) führte statt dessen 1637 das Überstreichen ein, das durch seine Schüler allgemeine Verbreitung fand; man schrieb also $\overline{7+3}:5$ an Stelle des heutigen $(7+3):5$. Da aber für die Druckereien Klammern bequemer zu setzen waren als Überstreichungen, setzten sie sich immer mehr durch. Leonhard EULER (1707–1783) verwandte 1770 in seiner *Vollständigen Anleitung zur Algebra* zum erstenmal das deutsche Wort *Klammer*.



1753

Abb. 102.1 Leonhard EULER (15.4.1707 Basel – 18.9.1783 St. Petersburg)

3.3.1 Rechenzeichen und Vorzeichen

Wir erinnern daran, daß die Subtraktion zweier Terme nichts anderes ist als die Addition des Gegenterms:

$$a-b=a+(-b).$$

Das Rechenzeichen Minus auf der linken Seite verwandelt sich dabei zum Vorzeichen Minus auf der rechten Seite. Das Vorzeichen Plus bei a lassen wir wie üblich weg.
Stehen vor einem Term mehrere Vorzeichen, so kann man sie immer mit der Vorzeichenregel auf eines reduzieren; nämlich

$$+(+a)=+a=a \qquad -(+a)=-a$$
$$+(-a)=-a \qquad -(-a)=+a=a.$$

Man kann damit auch ganze Vorzeichenserien abbauen:

$$\begin{aligned}-(-(+(-(+(-a)))))&=-(-(+(-(-a))))=\\&=-(-(+(+a)))=\\&=-(-(+a))=\\&=-(-a)=\\&=a.\end{aligned}$$

Wir haben die Serie dabei von innen nach außen abgebaut. Genausogut könnte man sie auch von außen nach innen abbauen.

Aufgaben

1. Reduziere auf ein Vorzeichen:

a) $+(+3a)$ **b)** $-(-\frac{4}{3}b)$
c) $-(+xyz)$ **d)** $+(-4ab)$
e) $-(+(-7xy))$ **f)** $-(-(-(-(+(-13u)))))$

2. Reduziere auf ein Vorzeichen:

a) $+(a-b)$ **b)** $-(-(a-b))$ **c)** $-(+(-(a-b)))$

3. Du erinnerst dich sicher:

- Malpunkte in Produkten dürfen vor Variablen und Klammern weggelassen werden, z. B. $3 \cdot a \cdot (x-y) = 3a(x-y)$.
- Das Pluszeichen bei gemischten Zahlen kann entfallen, also $1+\frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$.
- Das Pluszeichen als Vorzeichen am Anfang schreibt man nicht, z. B. $+2ab+5a-b = 2ab+5a-b$.

Was versteht man nun eigentlich unter dem Term $-1\frac{1}{3}b$?
Welche der folgenden Vorschläge hältst du für richtig:

a) $(-1) \cdot \frac{1}{3} \cdot b$ **b)** $-(1+\frac{1}{3}) \cdot b$
c) $-1+\frac{1}{3} \cdot b$ **d)** $(-1-\frac{1}{3}) \cdot b$
e) $(-1+\frac{1}{3}) \cdot b$ **f)** $-(1+\frac{1}{3} \cdot b)$?

3.3.2 Plusklammern

Steht in einem Aggregat vor einer Klammer ein Pluszeichen, so spricht man kurz von einer **Plusklammer**, z. B. $3x+(7y-5x+8)$. Weil es üblich ist, am Anfang keine Pluszeichen zu schreiben – denke etwa daran, daß $3+5$ auch als $+3+5$ geschrieben werden kann – so ist auch eine am Anfang stehende Klammer eine Plusklammer: $(3x+5)+8x$.
Diese Plusklammern wollen wir nun beseitigen. Dabei hilft uns das verallgemeinerte Assoziativgesetz. Weil es nur von Summen handelt, müssen wir gegebenenfalls den Inhalt der Plusklammer als Aggregat, d. h. als algebraische Summe, betrachten und dann das verallgemeinerte Assoziativgesetz anwenden.

Beispiel:
$$\begin{aligned} a+(-b-c+d) &= a+((-b)+(-c)+d) = \\ &= a+(-b)+(-c)+d = \\ &= a-b-c+d. \end{aligned}$$