Algebra

Barth, Friedrich

München, 1996

Aufgaben

urn:nbn:de:hbz:466:1-83493

Untersuchen wir das vorgeführte Beispiel auf das Wesentliche, so erkennen wir

Satz 104.1: In einem Aggregat kann eine Plusklammer mitsamt ihrem Plusrechenzeichen weggelassen werden, ohne daß sich der Wert des Aggregats ändert. Die Rechenzeichen in der Klammer bleiben erhalten. Falls vor dem ersten Glied in der Klammer kein Zeichen steht, so muß ein Plusrechenzeichen gesetzt werden; kurz:
Plusklammern können weggelassen werden, Rechenzeichen bleiben.

Wenn man bedenkt, daß der Inhalt der Plusklammer ein Aggregat ist, dann läßt sich dieser Satz auch noch anders ausdrücken, nämlich:

Ein Aggregat wird addiert, indem man jedes Glied des Aggregats einzeln addiert.

Nach Satz 104.1 kann man also Plusklammern an beliebiger Stelle in einem Aggregat weglassen. Umgekehrt kann man sie demnach an beliebiger Stelle setzen! Wir merken uns

Satz 104.2: Ein Aggregat ändert seinen Wert nicht, wenn man beliebig viele Glieder in einer Plusklammer zusammenfaßt und dabei ihre Rechenzeichen beibehält, z. B.

$$\boldsymbol{a+b-c+d-e-f=a+(b-c+d)+(-e-f)}.$$

Nun können wir endlich das eingangs angeführte Aggregat vereinfachen:

$$\begin{aligned}3x+(7y-5x+8) &= 3x+7y-5x+8=\\ &= 7y+3x-5x+8=\\ &= 7y+(3x-5x)+8=\\ &= 7y-2x+8.\end{aligned}$$

Aufgaben

1. **a)** $5a+(3b+7a)$ **b)** $(5a+3b)+7a$
c) $5a+(3b-7a)$ **d)** $-5a+(-3b+7a)$
e) $(-5a+3b)-7a$ **f)** $-5a+(-3b-7a)$

2. **a)** $(2x+4y)+(6x+4y)$ **b)** $(2x-4y)+(-6x+4y)$
c) $(-2x+4y)+(6x-4y)$ **d)** $(-2x-4y)+(-6x-4y)$
e) $2x+(-4y+6x-4y)$ **f)** $-2x+(4y-6x)-4y$

3. **a)** $3a+(9x+7a)+(15a+11x)$

b) $17b+(15a+9b)+2a+(11a+b)$

c) $14x+(20a+7b+4x)+(9x+13a+31b)$

d) $11a+(13b+(12a+19b))+((4a+27b)+14a)$

4. $(9+11b+13c)+(15b+17+19c)+(21c+23b+25)$

5. $12x+(23x+27y)+(-29y+3z-4u)+(43z+47u-59x)+$
$+(-43u-7x-2y)+(-19x+4y-46z)$

•**6.** $2+x+(x+(y+2)+(x+2))+(((x+2)+2)+2)$

•**7.** $n+1+(r+1)+((n+1)+(r+1))+(2+(2n+1)+(2r+1))$

•**8.** $(-2+x)+(1-x+((1-x)+(-1+x)))+((1-x)+(x+1))$

9. **a)** Wie lautet die Quersumme* q der Zahl $10\cdot x+y$; $x\in\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $y\in\{0; 1; 2; 3; 4; \dots; 9\}$?

b) Warum sind alle Zahlen der Form $10\cdot x+(9-x)$ mit $x\in\{0; 1; 2; \dots; 9\}$ durch 9 teilbar?

•**c)** Sind auch alle Zahlen der Form $100\cdot x+(99-x)$ mit $x\in\{0; 1; 2; \dots; 99\}$ durch 9 teilbar?

:**d)** Welche gemeinsamen Teiler haben alle Zahlen aus **c)**?

3.3.3 Minusklammern

Steht in einem Aggregat vor einer Klammer ein Minuszeichen, so spricht man kurz von einer **Minusklammer**, z. B. $3x-(7y-5x+8)$.
Diese Minusklammer wollen wir nun beseitigen. In Satz 75.1 haben wir gezeigt, daß $-a=(-1)\cdot a$ ist. Setzen wir an Stelle von a ein Aggregat, dann erhalten wir z. B.

$$-(b-c-d+e)=(-1)\cdot(b-c-d+e)=(-1)\cdot(b+(-c)+(-d)+e).$$

Mit Hilfe des Distributivgesetzes ergibt sich für die rechte Seite

$$(-1)\cdot b+(-1)\cdot(-c)+(-1)\cdot(-d)+(-1)\cdot e=-b+c+d-e.$$

Also gilt:

$$-(b-c-d+e)=-b+c+d-e.$$

Mit dieser Erkenntnis können wir nun auch Minusklammern im Innern eines Aggregats beseitigen:

$$\begin{aligned} a-(b-c-d+e) &= a+[-(b-c-d+e)]= \\ &= a+(-1)\cdot(b-c-d+e)= \\ &= a+(-b+c+d-e)= \\ &= a-b+c+d-e. \end{aligned}$$

* Das bequeme Fachwort **Quersumme** scheint erst im 19. Jh. aufgekommen zu sein.