



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Algebra

Barth, Friedrich

München, 1996

3.3.4 Faktor bei der Klammer

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83493](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83493)

Aufgaben

1. a) $5a - (3b + 7a)$ b) $5a - (3b - 7a)$
 c) $5a - (-3b + 7a)$ d) $5a - (-3b - 7a)$
2. a) $(2x - 4y) - (6x - 4y)$ b) $(2x + 4y) - (6x + 4y)$
 c) $(2x + 4y) - (6x - 4y)$ d) $(-2x - 4y) - (6x - 4y)$
 e) $(-2x + 4y) - (-6x - 4y)$ f) $-2x - (4y - 6x) - 4y$
3. a) $3a - (9x + 7a) - (-4a - 11x)$
 b) $17b - (15a - 9b) - 2a + (-17a - 26b)$
 c) $14x - (-20a + 7b - 4x) - (-9x + 19a + 17b) + 6x$
 d) $11a + (13b + (12a - 19b)) - ((4a - 17b) + 19a)$
4. $(9 - 11b + 13c) - (15b + 17 - 19c) - (-21c - 26b + 18)$
5. $12x - (23x - 27y) - (-29y + 3z + 4u) + (-43z - 47u - 59x) -$
 $-(-51u - 16x + 56y) - (7z + x)$
6. a) $\frac{5}{3} + a - (\frac{1}{6} - 2\frac{1}{2}a)$
 b) $-\frac{2}{3}b + \frac{1}{2}a + 3\frac{1}{3}c - (-c - 1\frac{1}{2}b)$
 c) $-(-a + 7\frac{1}{2} - 4\frac{2}{5}) - (6\frac{3}{10} + a - 9\frac{2}{5})$
 d) $(5,7 - b) - (a + 3,6) - (9,6 - b) + (2,4 + a)$
7. a) $-(-a + \frac{7}{3}b - 21c + 9,05) + (2\frac{1}{3}b - 9,5)$
 b) $-(-(-3,5u + 5,5v - 7w)) - (3,5u - 5,5v - 7w)$
8. a) $(-\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y - 2) - (-\frac{3}{10}x + \frac{4}{5}y - \frac{5}{2}) - \frac{23}{6}x$
 b) $(\frac{2}{3}a - 1 - \frac{7}{11}b) - (-\frac{1}{3}a - \frac{5}{11}b) - (1 - \frac{10}{11}b)$
 c) $(\frac{1}{5}r - \frac{5}{2}s - 3) - (-\frac{1}{10}r + \frac{4}{5}s - \frac{11}{2})$
9. a) $(3x^2 - 2x + 1) - (-2x^2 + 4x - 6)$
 b) $(7x^3 - 3x + 2) - (-4x + 5x^3 + 3)$
 c) $(-3x^3 + 2x - 3) - (4x^2 - 5 - 2x) - 6x^3$
 d) $-(6x^3 - 2x^2 + 5) - (3x^3 + 7x^2 - 2)$
10. a) $(\frac{3}{4}ab - \frac{5}{3}a^2b + 1) - (-\frac{1}{4}ab + \frac{2}{3}a^2b) + (-ab + \frac{7}{3}a^2b)$
 b) $(\frac{5}{2}a^2 + \frac{4}{3}a - 7) - (a^2 + \frac{1}{3}a - 5) - (\frac{3}{2}a^2 + a - 3)$

3.3.4 Faktor bei der Klammer

Bisher haben wir gelernt, wie man bei Aggregaten vom Typ $a + (b - c) - (e + f - g)$ die Klammern auflöst. Was aber, wenn vor einer dieser Klammern noch ein Faktor steht? Jetzt muß doch auch die Regel »Punkt vor Strich« berücksichtigt werden. Die einfachsten Fälle sind $a + b(c + d - e)$

und $a - b(c + d - e)$. Die schwierigeren Fälle, wo beide Faktoren Klammern sind, wie z. B. $a + (b - c)(d - e + f)$, betrachten wir erst in 7.1.

Nun zum ersten Fall:

Wegen der Regel »Punkt vor Strich« können wir eine zusätzliche Klammer setzen, ohne daß sich der Wert des Aggregats ändert:

$$a + b(c + d - e) = a + (b(c + d - e)).$$

Wir wenden auf den Inhalt der roten Klammer das Distributivgesetz an:

$$a + (b(c + d - e)) = a + (bc + bd - be).$$

Nach unserer Klammerregel (Satz 104.1) können wir die rote Plusklammer einfach weglassen. Damit haben wir:

$$a + b(c + d - e) = a + bc + bd - be.$$

Den zweiten Fall können wir analog behandeln:

$$\begin{aligned} a - b(c + d - e) &= a - (b(c + d - e)) = && \text{Punkt vor Strich} \\ &= a - (bc + bd - be) = && \text{Distributivgesetz} \\ &= a - bc - bd + be. && \text{Satz 106.1} \end{aligned}$$

Vergleichen wir in beiden Fällen das gegebene Aggregat mit dem Ergebnis der Umformungen, so erkennen wir

Satz 108.1: Steht in einem Aggregat bei einer Klammer ein Faktor, so multipliziert man jedes Glied in der Klammer mit diesem Faktor unter Berücksichtigung der Vorzeichen.

$$a + b(c + d - e) = a + bc + bd - be.$$

$$a - b(c + d - e) = a - bc - bd + be.$$

Beispiele:

$$\begin{aligned} 1) \quad & 3x - 5y(2 - 2x + 3y) + 2x(-6 + x - 5y) = \\ &= 3x - 10y + 10xy - 15y^2 - 12x + 2x^2 - 10xy = \\ &= 2x^2 - 9x - 15y^2 - 10y. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & 5 \cdot \left(\frac{1}{10}ab - \frac{2}{5}b\right) - \frac{3}{2}a\left(-\frac{5}{6}b + 1\frac{1}{3}\right) + b\left(2 - \frac{7}{4}a\right) = \\ &= \frac{1}{2}ab - 2b + \frac{5}{4}ab - 2a + 2b - \frac{7}{4}ab = \\ &= -2a. \end{aligned}$$

Aufgaben

1. a) $3a + 5(2a - b)$ b) $x - 3(1 - x)$
 c) $3 + x(1 - x)$ d) $12z^2 - 3z(-2 + 4z)$
2. $6(2a + 3b - 7c) + 7(4a - 3b + 7c) - 8(5a - 4b + 3c)$

3. $15(a + b - 3) - 6(3a - 2b) + 7(4 - 3b) - 8(5 - 2a)$
4. a) $a(a - 2b) - b(2a - b)$ b) $a(2a + 3b) - b(2a + 5b)$
5. $x(x - 1) - 3x^2 + 4x(2x + 1) - 6(3x + 2)$
6. $15a(3x - 4y + 7a) + 12x(11a - 7y + 4x) - 10y(13x - 4a + 11y)$
7. $(3b^2 - 4ab)2b - 3a(4ab + b^2) - 5ab(3a - 2b)$
- 8. $(12a^2b - 13ab^2 + b^3)5a - (11a^3 - 32a^2b - 19ab^2) \cdot 3b - 16ab(a^2 + 2ab + 4b^2)$
- 9. $5a^2bc(2ac - 3bc^2) - 7abc^2(3abc + 4b^2c^2) - 8b^3c^2(2ac^2 - 3bc^3) - 4ab^2c^3(-9a - 11bc)$
- 10. $17a^2xy(9a^2x^2y - 11ax^3y^3 + 10xy^2) - 21ax^2y^2(12a^2x^2y^2 + 15ay - 9a^3x) + 23axy(7axy^2 - 5a^3x^2y + 9a^2x^3y^3)$
11. $5ab(3ab + 4ac - bc) - 3ac(3bc - 4ac + 5ab) - 4bc(3ab - 4ac + bc) - 4c^2(3a^2 - b^2 + 2ab) - 15a^2b^2$
- 12. $40a^2bc^3 - 4ab^2(3a^2c + 3ac^2 + 4bc^3) + 3a^2c(4ab^2 - 2bc^2 - 4b^2c) - 5abc(9ac^2 - 4abc - 4b^2c^2) + 4bc^2(5a^2c - ab^2c + a^2b)$
13. $2x(1 - x(3 - 5x + 2x^2) - x^2(2 - 3x)) - 4x^2(2x - 2)$
14. $a(a + b - 2) - b(a + b - 3) - 4(a - b) - 7(b - \frac{6}{7}a)$
15. $4(x - y + 5) - 5(x + y) + 17(y - x - 3)$
16. $50x - 12(x + y - z) - 14(x - y + z) + 17(y + z - x)$
17. $(a - b - 5 + c) \cdot 3 + (b - a + c - 11) \cdot 7 - (c + a - b - 14) \cdot 6 - (2c + 5b - 5a) \cdot 2$
18. $27(a + b + c) - 29(a - b + c) + 31(a + b - c) - 35(b - c - a)$
19. $(x + y + z) \cdot 17 - (x - 4 - z) \cdot 12 - (y - 15 - x) \cdot 13 - 3(6x - 49)$
20. $5(a + x - 3) + 6x - (x - a - 3) \cdot 7 - 3a - 4(a - x)$
21. $(a - b) \cdot 5 + 7(a + b) - (a - 7) \cdot 5 - 7(a + 5)$
22. $100 - 99(a + b - 1) - 50 + 49(b + a - 1) + 50(a + b - 2)$
23. $(x - y - z - 2) \cdot 2 + 3 - 4(z - y - x - 5) + (x + 4) \cdot 8 - 5(y + 2)$
24. $a(1 + b + c) - b(2 + a - c) - c(3 + a + b)$
25. $y + y(1 - y) - y(2 - y) + y^2$
26. $x(n + 1) - x(n - 1) + x(n - 2) - nx + 3x$
27. $x^2 - x(a + x) + x - x(a - 1) + (a + 1 + x)x - x(3 - a)$
28. $4b + a(x - 3) + a(7 - x) + a - (a + b) \cdot 4$

29. $a(a+b) + c(a+b) - ac - c^2 + b(a+b) - bc - 2ab$
30. $a^2 + c(b-c) + ac - b(b-c) + a(b-c) - ab - 2bc$
31. a) $3a - (7b - a) + 15(2a + b)$ b) $-w(7 - 8v) + 3w(2 - 3v)$
 c) $7(17 + 8\frac{4}{5}x) - (x + 7) \cdot 17$
 d) $3(2x + 11y) + 7y(1 + 5x) + y(-2 + x)$
32. $a(a^2b + a^3c^2) + a^3(2b + ac^2)$
33. $x^2(5a + bx) + 3a(2b + x^2) + 2b(a + 2x^3) - 8a(x^2 + b)$
- 34. $p^2q(2pr + 4r^3 + 7rq^2) + 2r(p^2q^3 + 5p^2q + 2p^2qr^2) - 2pqr(p^2 + pq^2 + 5p)$
35. a) $0,5x(0,8x - 0,6y) - 0,4y(1,5y - 2,5x)$
 b) $2\frac{1}{2}a(4\frac{2}{5}a - 6\frac{1}{4}b) - 2\frac{2}{5}b(3\frac{3}{4}a + 8\frac{1}{3}b)$
 c) $6\frac{3}{7}b(4\frac{1}{5}b - 11\frac{2}{3}a) - 4\frac{4}{9}a(3\frac{3}{8}b - 5\frac{2}{5}a)$
36. a) $u(v - w) + v(w - u) + w(u - v)$
 b) $x(y + z) - y(x + z) + z(x - y)$
 c) $5xy + 3y(2x + 1) - 6x(y - 2) + 2(x - y)$
37. a) $4pqr - (8prs - 11qrs) - (7prq - 6rsq + 4srp) \cdot (-2)$
 b) $2a(9b - 6c) - b(6a + 15c) + 3c(4a - 2b)$
 c) $2ab(5 + c) - 7b(3a + ac) - ab(18c - 7 \cdot 3c)$
38. a) $6p(3pq + q^2) - 2q(9pq - 3p^2) + 8pq(p - q)$
 b) $\frac{4}{5}a^2b^2(15c^2 - 5) + \frac{3}{2}ab(8ab - 10abc^2) - 7a^2b^2$
39. a) $3(\frac{5}{6}xy - \frac{2}{3}y) - \frac{2}{3}x(-\frac{9}{8}y - 1\frac{1}{2}) + 26y(\frac{1}{13} - \frac{1}{8}x)$
 b) $3\frac{1}{7}a(1\frac{3}{11}a - b + 7) - 3\frac{1}{6}b(\frac{18}{95}b - \frac{120}{133}a - 6) - (63\frac{7}{9}b - \frac{4}{9}ab + 6\frac{2}{9}a^2) \cdot \frac{9}{14} + \frac{3}{5}b^2$
 • c) $(-0,2x)^2(-0,2 + x) - 0,2x^2(0,2^2 - x) - (-0,2x)^3$

3.3.5 Schachtelklammern

Bei komplizierteren Termen kommt es vor, daß in Klammern Klammern stehen, in denen womöglich wieder Klammern stehen usw.

Beispiel: $4a - (-1 + 3(2a - (a + 3)))$.

Wenn es dabei zu unübersichtlich wird, verwendet man auch verschiedene Klammerarten, z. B. runde und eckige Klammern.

Beispiel: $4a - (-1 + 3[2a - (a + 3)])$.