Algebra

Barth, Friedrich

München, 1996

Aufgaben

Dieser Satz enthält zwar eine Variable, ist aber keine Aussageform mehr, weil durch den vorangestellten Redeteil »Für alle $x \in \mathbb{Q}$ gilt:« entscheidbar wird, ob der Satz wahr oder falsch ist; d.h., der Satz ist eine Aussage.
Man kann noch durch einen zweiten Redeteil eine Aussageform zu einer Aussage machen, nämlich durch »Es gibt ein $x \in \mathbb{Q}$, so daß ...«.
Zum Beispiel erhält man aus der Aussageform $x^2 = 9$ die Aussage:
Es gibt ein $x \in \mathbb{Q}$, so daß $x^2 = 9$.
Diese Aussage ist wahr, weil z.B. $(-3)^2 = 9$.
Allgemein legen wir fest:

Definition 118.1: Eine Aussage, die den Redeteil »Es gibt ein ...« bzw. »Es existiert ein ...« enthält, heißt **Existenzaussage**. Eine Aussage, die den Redeteil »Für alle ...« enthält, heißt **Allaussage**.

All- und Existenzaussagen können natürlich auch falsch sein:
»Für alle $x \in \mathbb{Q}$ gilt $x + 1 = 5$« ist falsch, weil z.B. $2 + 1 = 5$ falsch ist.
»Es gibt ein $x \in \mathbb{Q}$, so daß $x + 1 = x$« ist falsch, weil für alle $x \in \mathbb{Q}$ gilt, daß $x + 1 > x$ ist.
Die wichtigsten Beispiele für wahre All- und Existenzaussagen sind die Rechengesetze für die rationalen Zahlen, wie z.B. das Kommutativgesetz der Addition, das ausführlich geschrieben so lautet:
Für alle $a \in \mathbb{Q}$ und alle $b \in \mathbb{Q}$ gilt $a + b = b + a$.

Aufgaben

•**1.** Entscheide bei den folgenden Aussagen, ob sie wahr sind.
a) Für alle $a \in \mathbb{Q}$ gilt: $a - a = a$.
b) Für alle $y \in \mathbb{Q}$ gilt: $y^2 > 0$.
c) Für alle $n \in \mathbb{N}$: $2n > n$.
d) Für alle $x \in \mathbb{Q}$: $2x > x$.

•**2.** Entscheide bei den folgenden Aussagen, ob sie wahr sind.
a) Es gibt ein $a \in \mathbb{Q}$, so daß $7a = a$.
b) Es existiert ein $n \in \mathbb{N}$, so daß $n < 1$.
c) Es gibt ein $z \in \mathbb{Z}$: $z < 1$.
d) Es gibt ein $u \in \mathbb{Q}$: $u^2 < 0$.