



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Algebra**

**Barth, Friedrich**

**München, 1996**

Aufgaben

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83493](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83493)

Wir halten fest: Gleichungen der Bauart  $x = a$  sind eindeutige Informationen über die gesuchte Zahl  $x$ . Die gesuchte Zahl  $x$  heißt  $a$ , die Lösungsmenge der Gleichung  $x = a$  ist die Menge  $\{a\}$ .

Normalerweise sind Gleichungen viel komplizierter, z. B.  $13x - 7 = 5x + 4$ . Um solche Gleichungen lösen zu können, formt man sie so lange um, bis man auf den einfachen Typ  $x = a$  kommt. Bei diesem Umformen dürfen aber keine Lösungen hinzukommen und auch keine Lösungen verlorengehen. Umformungen, die dies leisten, bekommen einen besonderen Namen.

**Definition 126.1:** Zwei **Gleichungen** heißen **äquivalent**, wenn ihre Lösungsmengen übereinstimmen.  
Eine Gleichungsumformung heißt **Äquivalenzumformung**, wenn die ursprüngliche Gleichung und die neue Gleichung äquivalent sind.

Unser Ziel ist es nun, Gleichungsumformungen aufzufinden, die als Äquivalenzumformungen zum Lösen von Gleichungen benutzt werden können.

### Aufgaben

Stelle bei den folgenden Gleichungen fest, ob sie äquivalent sind. Sind Gleichung I und Gleichung II äquivalent, dann kannst du kurz  $I \Leftrightarrow II$  schreiben.

1. a) I.  $x = 3$ ; II.  $13x = 39$       b) I.  $x + 1 = 2$ ; II.  $x + 9 = 10$   
      c) I.  $x + 1 = 2$ ; II.  $x + 10 = 9$       d) I.  $x^2 = 1$ ; II.  $x = 1$
2. a) I.  $\frac{5}{3}x = \frac{3}{5}$ ; II.  $x^2 = \frac{9}{25}$       b) I.  $x = x$ ; II.  $0 \cdot x = 0$   
      c) I.  $10\frac{3}{4} + x = 9\frac{7}{8} + x$ ; II.  $\frac{x}{x} = 2$       d) I.  $x - x = 0$ ; II.  $1 = 1$

#### 4.2.2.2 Äquivalenzumformung durch Termersetzung

Ersetzt man in einer Gleichung einen Term durch einen äquivalenten, so ändert sich die Lösungsmenge nicht, weil nach Definition 89.1 bei jeder Einsetzung der alte und der neue Term den gleichen Zahlenwert liefern.

#### Beispiele:

1)  $2x + 5 - x = 1 - x - 8$

Vereinfacht man die Terme auf der linken und auf der rechten Seite der Gleichung, so erhält man die äquivalente Gleichung  
 $x + 5 = -7 - x$ .