



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Algebra

Barth, Friedrich

München, 1996

4.2.2.6 Die Äquivalenzumformungen des Al-Charizmi oder was bedeutet Algebra?

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83493](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83493)

** 4.2.2.6. Die Äquivalenzumformungen des AL-CHARIZMI oder was bedeutet Algebra?

Du kennst nun die 3 Äquivalenzumformungen, mit deren Hilfe du lineare Gleichungen lösen kannst. Wir faßten sie kurz zusammen in der Regel »Vereinfachen – Addieren – Multiplizieren«. Diese Äquivalenzumformungen waren von Anbeginn an das Rüstzeug der Mathematiker, die Gleichungen lösen wollten. Ausführlich hat sie AL-CHARIZMI in seinem *al-Kitab al-muchtasar fi hisab al-dschabr wa-'l-muqabala* beschrieben.

Zuerst rät AL-CHARIZMI dem Leser, so wie wir es dir geraten haben, in einer Gleichung die Nenner zu beseitigen, indem man jedes Glied mit dem Hauptnenner multipliziert. Die Gleichung ist dann einfacher geworden. Dann ersetzt er auf jeder Seite kompliziertere Terme durch einfachere, so wie wir es auch machen. So entsteht z. B.

$$8x + 11 = 13 - 7x.$$

AL-CHARIZMI empfindet das Wegnehmen von $7x$ von der Zahl 13 als etwas, was die 13 verletzt. Er möchte es wiedergutmachen. So wie ein Arzt ein ausgerenktes Glied durch Einrichten wieder voll funktionsfähig macht, so will er die 13 wieder unverletzt sehen. Dazu braucht er bloß auf beiden Seiten $7x$ zu addieren. Diese Äquivalenzumformung des Wiederherstellens nennt AL-CHARIZMI *al-dschabr*. Nun weißt du, was das Wort *al-dschabr*, aus dem *Algebra* entstanden ist, mathematisch bedeutet.

Durch *al-dschabr* wird aus der obigen Gleichung also die äquivalente Gleichung

$$15x + 11 = 13.$$

Jetzt betrachtet AL-CHARIZMI beide Seiten, d. h., er stellt sie einander gegenüber. Dabei sieht er, daß auf der linken Seite 11 zu $15x$ addiert wird. Er stellt sich vor, daß 11 auch rechts als Summand auftritt, also $13 = 2 + 11$. Durch Subtraktion von 11 auf beiden Seiten kann er diesen Überschuß ausgleichen. Diese Äquivalenzumformung des Vergleichens und Ausgleichens nennt AL-CHARIZMI *al-muqabala*. Nun weißt du auch, was das zweite Wort im Titel seines Algebrabuchs für einen mathematischen Sinn hat. Durch *al-muqabala* wird also aus der letzten Gleichung die äquivalente Gleichung

$$15x = 2.$$

Nun muß noch x isoliert werden, d. h., $15x$ muß auf $1x$ zurückgeführt werden. Dies geschieht, indem man die Gleichung durch 15 dividiert; man erhält $x = \frac{2}{15}$. Diese Äquivalenzumformung des Zurückführens auf $1x$ nennt AL-CHARIZMI *al-radd*.

Wäre man aber auf eine Gleichung der Form $\frac{1}{4}x = 6$ gestoßen, dann hätte man $\frac{1}{4}x$ zu $1x$ vervollständigen müssen. Dies geschieht, indem man die Gleichung mit 4 multipliziert; man erhält $x = 24$. Diese Äquivalenzumformung des Vervollständigens auf $1x$ nennt AL-CHARIZMI *al-ikmal*.

Da für uns die Division durch eine Zahl dasselbe ist wie die Multiplikation mit dem Kehrwert dieser Zahl – statt durch 15 zu dividieren, multiplizieren wir mit $\frac{1}{15}$ –, müssen wir die beiden letzten Äquivalenzumformungen nicht unterscheiden und haben sie zusammengefaßt in der Äquivalenzumformung durch Termmultiplikation.

Natürlich war AL-CHARIZMI nicht der erste, der Gleichungen so löste. Der griechische Mathematiker DIOPHANT aus Alexandria (um 250 n. Chr.) beschreibt genau die beiden Äquivalenzumformungen des Wiederherstellens und des Ausgleichens in seinem Werk *Ἀριθμητικῶν βιβλία* (*Arithmetikōn biblía*) = *Bücher über die Zahlenlehre*. Aber AL-CHARIZMI hat dieses Werk nicht gekannt. Es wurde erst nach seinem Tode ins Arabische übersetzt.