



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Algebra

Barth, Friedrich

München, 1996

Aufgaben

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83493](#)

Satz 203.1: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 - ab + b^2)$

Die Richtigkeit dieser Formeln siehst du sofort ein, wenn du die rechten Seiten ausmultiplizierst (Aufgabe 204/16).

Beispiel 4:

$$0,027x^3 + 1000y^3 = (0,3x + 10y)(0,09x^2 - 3xy + 100y^2)$$

Aufgaben

- | | | |
|---|---|----------------|
| 1. a) $x^2 - 8x + 16$ | b) $u^2 - 6uv + 9v^2$ | |
| c) $4z^2 + 4pz + p^2$ | d) $49p^2 - 112pq + 64q^2$ | |
| e) $9y^4 + 30y^2 + 25$ | f) $x^{10} + 4x^5 + 4$ | |
| 2. a) $a^2 + a + \frac{1}{4}$ | b) $-84a + 9a^2 + 196$ | |
| c) $0,16x^6 - 0,24x^3y + 0,09y^2$ | d) $2,25 - 3x + x^2$ | |
| e) $0,36r^2 - 4,8rs + 16s^2$ | f) $4x^2 + 52x + 169$ | |
| • 3. a) $\frac{4}{9}s^2 + \frac{16}{15}st + \frac{16}{25}t^2$ | b) $\frac{9}{16}u^2 - \frac{5}{4}uv + \frac{25}{36}v^2$ | |
| c) $1,21 + a + \frac{25}{121}a^2$ | d) $1,96x^4 - 2,8x^2 + 1$ | |
| 4. a) $625 - 196a^2$ | b) $1 - 81x^2$ | |
| c) $\frac{9}{16}u^2 - \frac{25}{36}v^2$ | d) $0,49a^2 - 0,01b^2$ | |
| 5. a) $2,25 - 0,0256t^2$ | b) $\frac{64}{289}p^2 - 3,61q^2$ | |
| c) $400x^2y^2 - 121u^2v^2$ | d) $\frac{169}{324}x^4 - 1$ | |
| • 6. a) $20x^2 - 45y^2$ | b) $3,6x^2 - 4,9y^2$ | |
| c) $175p^4 - 252q^4$ | d) $48(xy)^2 - 147u^2v^2$ | |
| 7. a) $6a^2 + 12ab + 6b^2$ | b) $7x^2 - 7x + 1\frac{3}{4}$ | |
| c) $a^3 + 2a^2 + a$ | d) $3x^7 - 12x^5 + 12x^3$ | |
| 8. a) $a^4 - b^4$ | b) $x^6 - y^6$ | c) $x^8 - y^8$ |
| d) $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$ | e) $81 - 72u^2 + 16u^4$ | f) $64x^6 - 1$ |
| 9. a) $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$ | b) $4x^2 - 20x + 25 - 9y^2$ | |
| c) $36a^2 + 48ab + 16b^2 - 81c^2$ | d) $196u^2 - 4uv + \frac{v^2}{49} - \frac{1}{121}$ | |
| e) $a^2 + 2ab + b^2 - x^2 + 2xy - y^2$ | f) $16u^2 - v^2 + 2v - 1$ | |
| 10. a) $(2a + 3b)^2 - 16a^2$ | b) $(2a - 3b)^2 - 16a^2$ | |
| c) $16a^2 - (2a + 3b)^2$ | d) $16a^2 - (2a - 3b)^2$ | |

- 11.** a) $(13x + 14y)^2 - (13x - 14y)^2$
 b) $(0,1x - 0,2y)^2 - (0,1x + 0,2y)^2$
 c) $(\frac{3}{4}x + \frac{4}{3}y)^2 - (\frac{3}{4}x - \frac{4}{3}y)^2$
 d) $(1\frac{3}{4}x - 2\frac{1}{3}y)^2 - (1\frac{3}{4}x + 2\frac{1}{3}y)^2$
- 12.** a) $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$ b) $x^2 - y^2 - 2yz - z^2$
 • c) $2,89a^2 - 0,64b^2 + 2,08bc - 1,69c^2$
 • d) $3,24x^2 - 2,56y^2 - 3,52yz - 1,21z^2$
- 13.** a) $2a^2 - 2b^2 + a^2x - b^2x$ b) $2m^2x - 8n^2x + 3m^2y - 12n^2y$
 c) $12a^2x - 2b^2y - 3b^2x + 8a^2y$
 d) $36p^2x^2 - 9p^2y^2 - 16q^2x^2 + 4q^2y^2$
- 14.** a) $9a^2x - 9a^2y - 12abx + 12aby + 4b^2y - 4b^2x$
 • b) $\frac{1}{9}a^2x^2 - \frac{1}{6}a^2xy + \frac{1}{4}a^2y^2 - \frac{1}{9}b^2x^2 + \frac{1}{6}b^2xy - \frac{1}{4}b^2y^2$
- 15.** Verwandle, wenn möglich, in ein Produkt.
 a) $a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2$ b) $36p^2 + 21pq + 64q^2$
 c) $-a^2 - 2ab - b^2 + 1$ d) $a^2 - 2ab + b^2 - 1$
 e) $u^2 + uv + v^2$ f) $a^4 + b^4$
 g) $4a^2 - 5b^2$ h) $a^2 + 2ab + b^2 + 1$
- 16.** a) Beweise Satz 203.1.
 b) $a^3 - 8b^3$ c) $243 + 216a^6$ d) $\frac{64}{125}x^3 - 1$
 e) $\frac{243}{512}a^3 + 2\frac{10}{27}b^3$ f) $0,001x^3 + y^3z^6$ g) $0,729u^3 - 1000000v^3$

7.5.4 Faktorisieren durch Probieren

Wenn du $a^2 + 5a + 6$ in ein Produkt verwandeln sollst, so erscheint dir dies sicherlich auf den ersten Blick als aussichtslos. Erstaunlicherweise kommt man hier aber mit einigen kleinen Überlegungen und einem geschickten Probieren zum Ziel.

Da das Aggregat mit a^2 beginnt und aus 3 Gliedern besteht, versuchen wir den Ansatz

$$a^2 + 5a + 6 = (a \square ?)(a \triangle ?).$$

Die Symbole \square und \triangle stehen dabei für $+$ oder $-$.

Die für die Fragezeichen zu wählenden Zahlen müssen, miteinander multipliziert, 6 ergeben. 6 lässt sich mit natürlichen Zahlen als $2 \cdot 3$, aber auch als $1 \cdot 6$ schreiben. Wir versuchen es mit $2 \cdot 3$ und setzen also an

$$a^2 + 5a + 6 = (a \square 2)(a \triangle 3).$$

Von den 4 möglichen Kombinationen $++$, $+ -$, $- +$ und $--$ scheiden die beiden mittleren aus, da wir sonst -6 für das letzte Glied erhielten. Die Kom-