



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Algebra

Barth, Friedrich

München, 1999

Aufgaben

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83513](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83513)

Aufgaben

1. Oft gelingt es, ein Verhältnis großer Zahlen, das sehr unanschaulich ist, in ein Verhältnis kleinerer Zahlen umzuformen, nämlich dann, wenn man den Bruch kürzen kann. Dazu ein

Beispiel: $1029 : 1911 = \frac{1029}{1911} = \frac{7}{13} = 7 : 13.$

Gekürzt wurde mit 143.

Drücke ebenso folgende Verhältnisse durch Verhältnisse teilerfremder ganzer Zahlen aus:

a) $102 : 153$ b) $0,05 : 0,7$ c) $2,25 : 0,18$ d) $1\frac{2}{3} : 3,5$
 e) $\frac{2}{3} : \frac{5}{12}$ f) $\frac{17}{64} : \frac{68}{256}$ g) $(-3) : 15,9$ h) $\frac{-7}{11} : (-2\frac{6}{11})$

2. Welchen Wert muss x in den folgenden Proportionen haben?
- a) $x : 8 = 3 : 2$ b) $15 : (2x) = 2,4 : 5$
 c) $25 : 45 = (4x + 3) : 27$ d) $7x^2 : 99 = 0 : 999$
 e) $(5 - 7x) : (2x) = (-19) : 4$ f) $5 : (x + 1) = 1 : (1 - x)$
 g) $0 : (x - 1) = (x + 1) : (x + 2)$ h) $(2x + 3) : (7 - x) = (3 - 2x) : (x + 7)$
3. Berechne diejenigen Zahlen, für die gilt:
- a) $x : y = 2 : 3; \quad x + y = 45$
 b) $x : y = 3 : 5; \quad x + y = -16$
 c) $x : y = (-1) : 3; \quad x + y = 14$
 d) $x : y = 1 : (-3); \quad x + y = -14$
 e) $x : y = 11 : 5; \quad x - y = 6$
 f) $x : y = 10 : 7; \quad x - y = 6$
4. Berechne zu a, b, c die so genannte **4. Proportionale**; das heißt, löse die Gleichung $a : b = c : x$.
- a) $a = 8; \quad b = 3; \quad c = 24$ b) $a = -1; \quad b = 5; \quad c = 3$
 c) $a = \frac{2}{3}; \quad b = 1\frac{3}{5}; \quad c = \frac{1}{2}$ d) $a = 0,27; \quad b = 2,43; \quad c = 16,2$
5. **Umformen von Proportionen.** Beweise für $a, b, c, d \neq 0$ die Richtigkeit der folgenden Behauptungen:
- a) In einer Proportion dürfen die Innenglieder miteinander vertauscht werden, d.h.,
 $a : b = c : d \Leftrightarrow a : c = b : d;$ z.B.: $7 : 5 = 35 : 25 \Leftrightarrow 7 : 35 = 5 : 25.$
 (EUKLID: *Elemente*, V, Satz 16 und VII, Satz 13)
- b) In einer Proportion dürfen die Außenglieder miteinander vertauscht werden, d.h.,
 $a : b = c : d \Leftrightarrow d : b = c : a;$ z.B.: $7 : 5 = 35 : 25 \Leftrightarrow 25 : 5 = 35 : 7.$
- c) In einer Proportion dürfen die Innenglieder mit den Außengliedern vertauscht werden, d.h.,
 $a : b = c : d \Leftrightarrow b : a = d : c;$ z.B.: $7 : 5 = 35 : 25 \Leftrightarrow 5 : 7 = 25 : 35.$

•6. Korrespondenz-Umformungen*

a) Beweise die Richtigkeit folgender Behauptungen, vorausgesetzt, alle Nenner sind von null verschieden:

1) Korrespondierende Addition:

$$a : b = c : d \Leftrightarrow (a + b) : b = (c + d) : d$$

(EUKLID: *Elemente*, V, Satz 18)

2) Korrespondierende Subtraktion:

$$a : b = c : d \Leftrightarrow (a - b) : b = (c - d) : d$$

(EUKLID: *Elemente*, V, Satz 17)

$$3) a : b = c : d \Leftrightarrow (a + b) : (a - b) = (c + d) : (c - d)$$

b) Leichter lassen sich diese Umformungen merken, wenn man sie in Bruchform anschreibt. Mach's!

•7. Mit den Umformungen aus Aufgabe 5 und 6 lassen sich Proportionen vereinfachen, wenn man es geschickt anfängt.

Beispiel:

$$(a - x) : (b - x) = (a + x) : x$$

$$(a - b) : (b - x) = a : x$$

$$(a - b) : a = (b - x) : x$$

$$(2a - b) : a = b : x$$

$$x : b = a : (2a - b)$$

korrespondierende Subtraktion

Vertauschung der Innenglieder

korrespondierende Addition

Vertauschung der Innen- und der Außenglieder und der beiden Seiten

Vereinfache auf entsprechende Art und Weise:

a) $(19 + x) : x = 4 : 3$

b) $(15 - a) : a = 2 : 3$

c) $(a - b) : b = (c - d) : d$

d) $(a + b) : b = (d + c) : d$

e) $(24 + 3a) : a = 63 : 5$

f) $(8 - 3a) : 2 = 3a : 9$

g) $(2a + 3b + x) : (2a + 3b - x) = 4a : (6b)$

8. In einem rechtwinkligen Dreieck verhalten sich die beiden spitzen Winkel wie 7 : 11. Wie groß sind sie?

9. a) Zwei Zahlen verhalten sich wie 6 zu 7. Vermindert man die erste um 4 und vermehrt die andere um 2, so verhält sich die Differenz zu der Summe wie 2 zu 3. Wie heißen die Zahlen?

b) Vermehrt man den Zähler und Nenner des Bruches $\frac{5}{16}$ um Zahlen, die sich wie 3 zu 4 verhalten, so erhält man $\frac{5}{9}$. Wie heißen diese Zahlen?

c) Vermindert man den Zähler und Nenner des Bruches $\frac{33}{40}$ um Zahlen, die sich wie 3 zu 4 verhalten, so erhält man $\frac{7}{8}$. Wie heißen diese Zahlen?

d) Welche Zahl muss man vom Zähler und Nenner des Bruches $\frac{119}{142}$ subtrahieren, damit der entstandene Bruch sich zu $\frac{5}{8}$ wie $3\frac{1}{2} : 2\frac{2}{3}$ verhält?

* correspondere (lat.) = miteinander in Einklang stehen

10. Im Kochbuch *Das gelingt* aus dem Ehrenwirth Verlag steht ein Rezept für »König Ludwigs Lieblingkuchen«: Für den Teig benötigt man 200 g Butter, 250 g Mehl, 80 g Zucker und 4 Esslöffel (EL) Weißwein. Der Belag entsteht aus 600 g Äpfeln, 1 EL Zucker, etwas Zitronenschale und $1\frac{1}{2}$ EL Wasser. Wie viel von den Zutaten muss man nehmen, wenn man nur 125 g Butter hat?