



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 2001

3.2 Geradenkreuzung

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83485](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83485)

3.1 Was ist ein Satz in der Mathematik?

Das Wort Satz hat vielerlei Bedeutungen:

- Ein Text besteht aus Sätzen.
- Eine Sinfonie hat vier Sätze.
- Ein Tennismatch dauert höchstens fünf Sätze.
- Zusammengehörige Briefmarken ergeben einen Satz.
- Die Zukunft liest man aus dem Kaffeesatz.
- Flöhe machen oft Riesensätze.

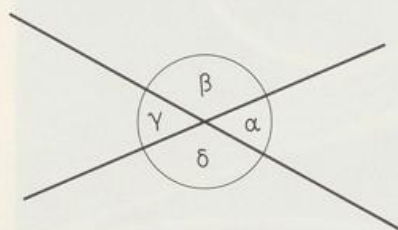
All das meint der Mathematiker nicht, wenn er von einem Satz spricht.

Der Mathematiker erkennt Zusammenhänge zwischen mathematischen Gebilden, wie zum Beispiel Geraden, Winkeln, Dreiecken ... Einen solchen Zusammenhang beschreibt er in einem (mathematischen) Satz, gelegentlich sagt man dazu auch Lehrsatz. Ein Beispiel aus dem Zahlenrechnen ist der Satz:

Wenn die Quersumme einer Zahl durch 3 teilbar ist,
dann ist auch die Zahl selber durch 3 teilbar.

Das Kernstück jedes mathematischen Gebiets ist das Gerüst seiner Sätze. Immer wenn man eine Behauptung begründen will, muss man auf diese Sätze zurückgreifen. In diesem Kapitel suchen wir Sätze über Winkel.

3.2 Geradenkreuzung

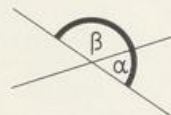


Zwei Geraden, die sich in einem Punkt schneiden, nennt man eine **Geradenkreuzung**. Im Bild sehen wir die Winkel α , β , γ , δ . Zwei Winkel mit einem gemeinsamen Schenkel, deren andere Schenkel eine Gerade bilden, heißen **Nebenwinkel** (z. B. α und β). Die Summe von Nebenwinkeln ergibt einen gestreckten Winkel, also gilt der

Satz:

Nebenwinkel ergeben zusammen 180° .

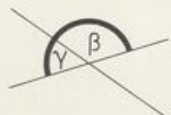
Nebenwinkel sind Supplementwinkel.



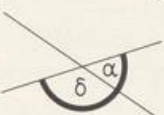
$$\alpha + \beta = 180^\circ$$



$$\gamma + \delta = 180^\circ$$



$$\beta + \gamma = 180^\circ$$

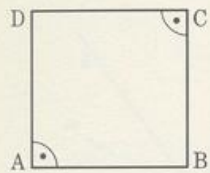


$$\delta + \alpha = 180^\circ$$

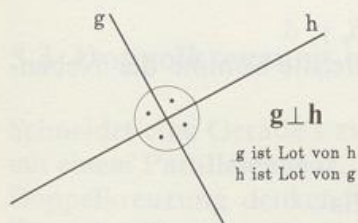
Umgekehrt stimmt's nicht:

Zwei Supplementwinkel müssen keine Nebenwinkel sein.

$\sphericalangle A$ und $\sphericalangle C$ sind Supplementwinkel, aber keine Nebenwinkel.

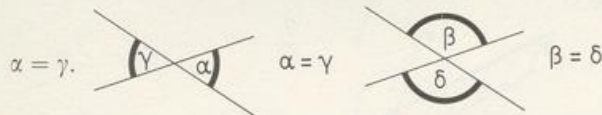


Sind alle vier Winkel einer Kreuzung gleich groß, also 90° , so stehen die Geraden aufeinander senkrecht, in Zeichen $g \perp h$. Man nennt g **Lot** der Gerade h bzw. h Lot der Gerade g .



Winkel einer Geradenkreuzung, die nur den Scheitel gemeinsam haben, sich also gegenüberliegen, heißen **Scheitelwinkel**. Scheitelwinkel sind kleiner als 180° . α und γ sind Scheitelwinkel. β ist Nebenwinkel von beiden, deshalb ist

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= 180^\circ & \text{also} & \quad \alpha = 180^\circ - \beta \\ \gamma + \beta &= 180^\circ & \text{also} & \quad \gamma = 180^\circ - \beta \end{aligned} \quad \text{und damit } \alpha = \gamma.$$



Satz:

Scheitelwinkel sind gleich groß.

Je zwei der vier Winkel einer Geradenkreuzung sind also gleich groß. Als **Schnittwinkel** der beiden Geraden nimmt man den Winkel, der kleiner oder gleich 90° ist.

