



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Algebra

Barth, Friedrich

München, 1999

Aufgaben

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83513](#)

Aufgaben

- 1.** Gehört die folgende Wertetabelle zu einer direkten Proportionalität? Gib, falls dies zutrifft, den Proportionalitätsfaktor und die Funktionsgleichung an.

a)	x	-2	-1	0	1	2	3
	y	6	3	1	-3	-6	-9

b)	x	2	7	3	7	10	11,1
	y	2,5	3,125	3,75	8,75	12,5	13,875

c)	x	1,2	1,7	2,5	4,0	9,3
	y	8,4	11,9	17,5	28,0	65,1

d)	x	-5	-3	$-\frac{1}{2}$	0	1	5	9
	y	$3\frac{1}{3}$	2	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{3}$	6

- 2.** Übertrage die Tabelle in dein Heft und belege die leeren Stellen so, dass die Wertetabelle einer direkten Proportionalität entsteht. Gib dazu auch die Funktionsgleichung an.

a)	x	0	1	2	3	7	10
	y				6		

b)	x	-2,5	0	1	1,5	4,5
	y				-0,3	

c)	x	-6		0	1,5		5,5
	y	9	6	0,5		-3,3	

d)	x	-4		0,8		6,4
	y		$-1\frac{3}{8}$	-1	1,25	4

- 3.** Weise nach, dass die Punkte P und Q zum Graphen der Funktion f gehören, und begründe mithilfe von kongruenten Dreiecken, dass Q auf der Geraden OP liegt.

a) $f: x \mapsto 0,5x$ mit $x \in \mathbb{Q}$; P(-1 | - $\frac{1}{2}$), Q(- $\frac{3}{5}$ | - $\frac{3}{10}$);
Zeichnung mit Längeneinheit 1 dm!

b) $f: x \mapsto 0,8x$ mit $x \in \mathbb{Q}$; P(1 | 0,8), Q($1\frac{3}{4}$ | 1,4);
Zeichnung mit Längeneinheit 4 cm!

- 4.** Zeichne im angegebenen Intervall den Graphen der durch die Gleichung beschriebenen Funktion $f: x \mapsto y$.

a) $y = 1 \cdot x$, $x \in [-5; 6]$ b) $y = -x$, $x \in [-5; 6]$

c) $y = 0,5x$, $x \in [-5; 6]$ d) $y = -0,2x$, $x \in [-5; 6]$

e) $y = 2,5x$, $x \in [-2; 3]$ f) $y = -4x$, $x \in [-2; 1,5]$

- 5.** Bestimme die Gleichung derjenigen direkten Proportionalität, zu dem Graphen der folgende Punkt gehört. Fertige eine Zeichnung an.
- A(4|-2)
 - B(-1|5)
 - C(6|1)
 - D(-1,8|1 $\frac{4}{5}$)
 - E(3,5|1,5)
 - F(-4|-3)
- 6.** y_1 sei der zu x_1 gehörende Funktionswert einer direkten Proportionalität. Berechne den Proportionalitätsfaktor und den zu x_2 gehörenden Funktionswert y_2 .
- $x_1 = 1; y_1 = 1,5; x_2 = -1$
 - $x_1 = -10; y_1 = 4; x_2 = 2$
 - $x_1 = \frac{7}{8}; y_1 = 1,4; x_2 = -2,5$
 - $x_1 = 3,6; y_1 = -3; x_2 = 1\frac{1}{3}$
- 7.** Ergänze die fehlende Koordinate so, dass die Punkte P und Q zum Graphen derselben direkten Proportionalität gehören. Überprüfe das Ergebnis an einer Zeichnung.
- P(-3|2), Q(4,5|)
 - P(| -1,5), Q(5|6)
 - P($\frac{9}{7}|6$), Q(| -2)
 - P(2,8|), Q($4\frac{2}{3}|-2$)
- 8.** Welche direkte Proportionalität hat folgende Eigenschaft?
- Die Summe der zu $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$ gehörenden Funktionswerte ist 10.
 - Der Funktionswert $f(5)$ ist um 6 größer als $f(1)$.
 - Die Abstände der Punkte A(2| $f(2)$) und B(6,5| $f(6,5)$) des Graphen von der x -Achse unterscheiden sich um 1,5. (2 Lösungen!)
- 9.** Eine Quelle liefert stündlich 5 m^3 Wasser.
- Welche Wassermenge erhält man von dieser Quelle in einer Minute bzw. an einem Tag bzw. in einer Woche?
 - In welcher Zeit liefert diese Quelle den durchschnittlichen täglichen Wasserbedarf einer 4-köpfigen Familie, nämlich 400 l?
 - Wie lange dauert es, bis mit dem Wasser dieser Quelle ein Vorratsbecken von 4,5 m Breite, 7,5 m Länge und 6 m Tiefe gefüllt ist?
- 10.** Ein Arbeiter hebt einen Graben aus, in dem eine Telefonleitung verlegt werden soll. Pro Stunde bewältigt er ein Grabenstück von 2,5 m Länge. Sein Stundenlohn beträgt 20 €.
- Wie lange (y Std.) dauert es, bis der Mann einen Graben von x m Länge ausgehoben hat?
 - Welcher Arbeitslohn (z €) ist für das Ausheben eines Grabens von x m Länge zu bezahlen?
 - c)** Beweise: Wenn z zu y direkt proportional ist und ebenso y zu x , dann ist auch z zu x direkt proportional.
- 11.** Ein Auto fährt mit der konstanten Geschwindigkeit von 80 km/h und benötigt dabei 8,2 Liter Benzin für je 100 km. Beschreibe durch eine Gleichung den Zusammenhang

- a) zwischen der Fahrzeit t (in Std.) und dem zurückgelegten Weg s (in km);
 - b) zwischen der Fahrstrecke s (in km) und dem Benzinverbrauch b (in l);
 - c) zwischen der Fahrzeit t (in Std.) und dem Benzinverbrauch b (in l).
12. a) Ein Kapital $K = 7500 \text{ €}$ ist zu 4% angelegt. Wie hoch ist der Zins für 180 (210, 300) Tage?
- b) Wie hängt allgemein der Zins Z
- 1) vom Kapital K ,
 - 2) vom Zinsfuß p ,
 - 3) von der Zinszeit T ab?

5.4 Die lineare Funktion

Sehr häufig hat man es mit Funktionen zu tun, deren Funktionsterm die Summe aus dem Term ax einer direkten Proportionalität und einer Zahl b ist, also die Form $f(x) = ax + b$ hat.

Beispiel:

Inge wird von ihrer Mutter ermahnt, nicht unnötig viel Wasser zu verbrauchen. Sie zeigt ihr die letzte Jahresrechnung der städtischen Wasserwerke. Darauf findet Inge folgende Angaben:

Wasserverbrauch 140 m^3 ; Preis für 1 m^3 Wasser $1,25 \text{ €}$;
Grundpreis 32 € ; Rechnungsbetrag 207 € .

Inge erkennt, dass sich der Rechnungsbetrag ergibt, wenn man $140 \cdot 1,25 \text{ €} + 32 \text{ €}$ berechnet.

Allgemein lautet, wenn man die verbrauchte Wassermenge mit $x \text{ m}^3$ und den Rechnungsbetrag mit $y \text{ €}$ bezeichnet, die Berechnungsregel so: $y = 1,25 \cdot x + 32$. Durch sie wird jedem x -Wert eindeutig ein y -Wert zugeordnet. Es handelt sich also um die Funktion

$$f: x \mapsto 1,25 \cdot x + 32, x \in \mathbb{Q}^+.$$

Definition 109.1: Eine Funktion, deren Zuordnungsvorschrift durch eine Gleichung der Form $y = ax + b$ mit $a \in \mathbb{Q}$ und $b \in \mathbb{Q}$ beschrieben werden kann, heißt **lineare Funktion**.

Eine Funktion mit der Funktionsgleichung $y = ax + b$ nennt man heute oft **affine*** Funktion. Unter einer linearen Funktion versteht man dann nur den Sonderfall mit der Gleichung $y = ax$.

Als Definitionsmenge einer linearen Funktion soll, wenn nichts anderes angegeben ist, stets die ganze Zahlenmenge, also \mathbb{Q} , verwendet werden.

* affinis (lat.) = angrenzend, (durch Heirat) verwandt, in etwas verwickelt. Leonhard EULER (1707–1783) führte das Wort *affin* in die Mathematik ein.