



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Algebra

Barth, Friedrich

München, 1999

Aufgaben

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83513](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83513)

Aufgaben

1. Gehört die folgende Wertetabelle zu einer direkten Proportionalität? Gib, falls dies zutrifft, den Proportionalitätsfaktor und die Funktionsgleichung an.

$$\text{a) } \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y & 6 & 3 & 1 & -3 & -6 & -9 \end{array}$$

$$\text{b) } \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} x & 2 & 7 & 3 & 7 & 10 & 11,1 \\ \hline y & 2,5 & 3,125 & 3,75 & 8,75 & 12,5 & 13,875 \end{array}$$

$$\text{c) } \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1,2 & 1,7 & 2,5 & 4,0 & 9,3 \\ \hline y & 8,4 & 11,9 & 17,5 & 28,0 & 65,1 \end{array}$$

$$\text{d) } \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} x & -5 & -3 & -\frac{1}{2} & 0 & 1 & 5 & 9 \\ \hline y & 3\frac{1}{3} & 2 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & 3\frac{1}{3} & 6 \end{array}$$

2. Übertrage die Tabelle in dein Heft und belege die leeren Stellen so, dass die Wertetabelle einer direkten Proportionalität entsteht. Gib dazu auch die Funktionsgleichung an.

$$\text{a) } \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} x & 0 & 1 & 2 & 3 & 7 & 10 \\ \hline y & & & & 6 & & \end{array}$$

$$\text{b) } \begin{array}{c|c|c|c|c} x & -2,5 & 0 & 1 & 1,5 & 4,5 \\ \hline y & & & & -0,3 & \end{array}$$

$$\text{c) } \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} x & -6 & & & 0 & 1,5 & & 5,5 \\ \hline y & 9 & 6 & 0,5 & & & -3,3 & \end{array}$$

$$\text{d) } \begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & -4 & & & 0,8 & & 6,4 \\ \hline y & & -1\frac{3}{8} & -1 & & 1,25 & 4 \end{array}$$

3. Weise nach, dass die Punkte P und Q zum Graphen der Funktion f gehören, und begründe mithilfe von kongruenten Dreiecken, dass Q auf der Geraden OP liegt.

a) $f: x \mapsto 0,5x$ mit $x \in \mathbb{Q}$; $P(-1 | -\frac{1}{2})$, $Q(-\frac{3}{5} | -\frac{3}{10})$;
Zeichnung mit Längeneinheit 1 dm!

b) $f: x \mapsto 0,8x$ mit $x \in \mathbb{Q}$; $P(1 | 0,8)$, $Q(1\frac{3}{4} | 1,4)$;
Zeichnung mit Längeneinheit 4 cm!

4. Zeichne im angegebenen Intervall den Graphen der durch die Gleichung beschriebenen Funktion $f: x \mapsto y$.

a) $y = 1 \cdot x$, $x \in [-5; 6]$

b) $y = -x$, $x \in [-5; 6]$

c) $y = 0,5x$, $x \in [-5; 6]$

d) $y = -0,2x$, $x \in [-5; 6]$

e) $y = 2,5x$, $x \in [-2; 3]$

f) $y = -4x$, $x \in [-2; 1,5]$

5. Bestimme die Gleichung derjenigen direkten Proportionalität, zu deren Graphen der folgende Punkt gehört. Fertige eine Zeichnung an.
- a) A(4|-2) b) B(-1|5) c) C(6|1)
 d) D(-1,8|1 $\frac{4}{5}$) e) E(3,5|1,5) f) F(-4|-3)
6. y_1 sei der zu x_1 gehörende Funktionswert einer direkten Proportionalität. Berechne den Proportionalitätsfaktor und den zu x_2 gehörenden Funktionswert y_2 .
- a) $x_1 = 1; y_1 = 1,5; x_2 = -1$ b) $x_1 = -10; y_1 = 4; x_2 = 2$
 c) $x_1 = \frac{7}{8}; y_1 = 1,4; x_2 = -2,5$ d) $x_1 = 3,6; y_1 = -3; x_2 = 1\frac{1}{3}$
7. Ergänze die fehlende Koordinate so, dass die Punkte P und Q zum Graphen derselben direkten Proportionalität gehören. Überprüfe das Ergebnis an einer Zeichnung.
- a) P(-3|2), Q(4,5|) b) P(| -1,5), Q(5|6)
 c) P($\frac{9}{7}$ |6), Q(| -2) d) P(2,8|), Q(4 $\frac{2}{3}$ |-2)
8. Welche direkte Proportionalität hat folgende Eigenschaft?
- a) Die Summe der zu $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$ gehörenden Funktionswerte ist 10.
 b) Der Funktionswert $f(5)$ ist um 6 größer als $f(1)$.
 c) Die Abstände der Punkte A(2| $f(2)$) und B(6,5| $f(6,5)$) des Graphen von der x -Achse unterscheiden sich um 1,5. (2 Lösungen!)
9. Eine Quelle liefert stündlich 5 m^3 Wasser.
- a) Welche Wassermenge erhält man von dieser Quelle in einer Minute bzw. an einem Tag bzw. in einer Woche?
 b) In welcher Zeit liefert diese Quelle den durchschnittlichen täglichen Wasserbedarf einer 4-köpfigen Familie, nämlich 400 l?
 c) Wie lange dauert es, bis mit dem Wasser dieser Quelle ein Vorratsbecken von 4,5 m Breite, 7,5 m Länge und 6 m Tiefe gefüllt ist?
10. Ein Arbeiter hebt einen Graben aus, in dem eine Telefonleitung verlegt werden soll. Pro Stunde bewältigt er ein Grabenstück von 2,5 m Länge. Sein Stundenlohn beträgt 20 €.
- a) Wie lange (y Std.) dauert es, bis der Mann einen Graben von x m Länge ausgehoben hat?
 b) Welcher Arbeitslohn (z €) ist für das Ausheben eines Grabens von x m Länge zu bezahlen?
 c) Beweise: Wenn z zu y direkt proportional ist und ebenso y zu x , dann ist auch z zu x direkt proportional.
11. Ein Auto fährt mit der konstanten Geschwindigkeit von 80 km/h und benötigt dabei 8,2 Liter Benzin für je 100 km. Beschreibe durch eine Gleichung den Zusammenhang

- a) zwischen der Fahrzeit t (in Std.) und dem zurückgelegten Weg s (in km);
 - b) zwischen der Fahrstrecke s (in km) und dem Benzinverbrauch b (in l);
 - c) zwischen der Fahrzeit t (in Std.) und dem Benzinverbrauch b (in l).
12. a) Ein Kapital $K = 7500 \text{ €}$ ist zu 4% angelegt. Wie hoch ist der Zins für 180 (210, 300) Tage?
- b) Wie hängt allgemein der Zins Z
- 1) vom Kapital K , 2) vom Zinsfuß p , 3) von der Zinszeit T ab?

5.4 Die lineare Funktion

Sehr häufig hat man es mit Funktionen zu tun, deren Funktionsterm die Summe aus dem Term ax einer direkten Proportionalität und einer Zahl b ist, also die Form $f(x) = ax + b$ hat.

Beispiel:

Inge wird von ihrer Mutter ermahnt, nicht unnötig viel Wasser zu verbrauchen. Sie zeigt ihr die letzte Jahresrechnung der städtischen Wasserwerke. Darauf findet Inge folgende Angaben:

Wasserverbrauch 140 m^3 ; Preis für 1 m^3 Wasser $1,25 \text{ €}$;

Grundpreis 32 € ; Rechnungsbetrag 207 € .

Inge erkennt, dass sich der Rechnungsbetrag ergibt, wenn man $140 \cdot 1,25 \text{ €} + 32 \text{ €}$ berechnet.

Allgemein lautet, wenn man die verbrauchte Wassermenge mit $x \text{ m}^3$ und den Rechnungsbetrag mit $y \text{ €}$ bezeichnet, die Berechnungsregel so: $y = 1,25 \cdot x + 32$. Durch sie wird jedem x -Wert eindeutig ein y -Wert zugeordnet. Es handelt sich also um die Funktion

$$f: x \mapsto 1,25 \cdot x + 32, x \in \mathbb{Q}^+.$$

Definition 109.1: Eine Funktion, deren Zuordnungsvorschrift durch eine Gleichung der Form $y = ax + b$ mit $a \in \mathbb{Q}$ und $b \in \mathbb{Q}$ beschrieben werden kann, heißt **lineare Funktion**.

Eine Funktion mit der Funktionsgleichung $y = ax + b$ nennt man heute oft **affine*** Funktion. Unter einer linearen Funktion versteht man dann nur den Sonderfall mit der Gleichung $y = ax$.

Als Definitionsmenge einer linearen Funktion soll, wenn nichts anderes angegeben ist, stets die ganze Zahlenmenge, also \mathbb{Q} , verwendet werden.

* affinis (lat.) = angrenzend, (durch Heirat) verwandt, in etwas verwickelt. Leonhard EULER (1707–1783) führte das Wort *affin* in die Mathematik ein.