



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Algebra

Barth, Friedrich

München, 1999




Zur Geschichte

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83513](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83513)

die sie einzusetzen sind. Man spricht daher von geordneten Paaren, geordneten Tripeln usw., allgemein bei n Unbekannten von geordneten n -Tupeln von Zahlen*. Da in der Mathematik die Begriffe Paar, Tripel, ..., n -Tupel nur für geordnete Mengen verwendet werden, verzichten wir in Zukunft auf den Zusatz »geordnet«.

Definition 123.1: Unter einer Lösung einer Gleichung mit n Unbekannten versteht man ein **n -Tupel** von Zahlen, das die Gleichung erfüllt, d.h., sie beim Einsetzen zu einer wahren Aussage macht.

**Zur Geschichte

Wie du weißt, ist Algebra vor mehr als 4000 Jahren in Babylon und fast gleichzeitig in Ägypten aus Problemen des Alltags, den sog. Textaufgaben, entstanden. Da nimmt es nicht wunder, dass sich darunter auch Aufgaben finden, zu deren Lösung man mehrerer Unbekannter bedarf. Die Babylonier führten daher zur ersten Unbekannten  (usch) = Länge noch ein zweite ein, und zwar, was nicht überrascht,  (sag) = Breite (Aufgabe 145/19). Erstaunlicherweise sind uns von den Ägyptern nur wenige Aufgaben mit 2 Unbekannten überliefert, die überdies von so einfacher Natur sind, dass man die zweite gesuchte Größe sofort durch die erste ausdrücken konnte (Aufgabe 131/7), so wie du es auch in der 7. Klasse gemacht hast. Auch die Griechen umgehen fast immer das Rechnen mit mehreren Unbekannten. Zwar spricht DIOPHANT (um 250 n. Chr.) in seinen Aufgaben von der ersten ($\delta \alpha^{\text{os}}$), der zweiten ($\delta \beta^{\text{os}}$), der dritten ($\delta \gamma^{\text{os}}$) usw. – gemeint war immer »Zahl« –, aber er drückt sie alle, oft recht raffiniert, durch seine Unbekannte ζ' aus, sodass er doch wieder nur mit einer Gleichung mit einer Unbekannten rechnen muss. Die Idee, für weitere unbekannte Größen eigene Namen und Zeichen einzuführen, hatten $2\frac{1}{2}$ Jahrtausende nach den Babyloniern erst wieder die Inder: Sie gaben ihnen die Namen von Farben. Als Zeichen verwendeten sie die Anfangssilbe. So findet man bei BRAHMAGUPTA (598–nach 665) neben seinem या = $yā$ (für die 1. Unbekannte) का = $kā$ (von $kālika$ = schwarz), नी = $nī$ (von $nīlaka$ = blau), पी = $pī$ (von $pītaka$ = gelb) und लो = lo (von $lohitaka$ = rot) usw. Das war recht bequem! Umso mehr erstaunt es uns, dass die Araber als gelehrige Schüler der Inder sich fast gar nicht mit Gleichungen mit mehreren Unbekannten beschäftigten. Und da wir Europäer die Schüler der Araber sind, hat es lange gedauert, bis wir aus eigenen Stücken mit mehreren Unbekannten umzugehen lernten. LEONARDO VON PISA, gen. FIBONACCI (um 1170 – nach 1240), benennt sie mit *causa* = Sache und *res* = Ding. Eine grundlegend neue Idee hatte Michael STIFEL (1487(?)–1567), als er 1544 in seiner *Arithmetica integra* zur Unbekannten  noch 1A, 1B, 1C als weitere Unbekannte einführt und mit ihnen sogar rechnet: *3A in 9B, fiunt 27AB*, d.h., $3A \cdot 9B = 27AB$. Das bringt den französischen Mönch Johannes BUTEO (1492 Charpey – 1564/72 Romans-

* Diesen Wortbildungen liegen die lateinischen Verhältniszahlen zugrunde. Simplus, duplus, triplus, quadruplus, quintuplus, sextuplus, septuplus und octuplus ... (einmal so groß, zweimal so groß, dreimal so groß, ...) ließen im Deutschen das wenig gebrauchte *Dupel* für ein Paar und die Wörter *Tripel*, *Quadrupel*, *Quintupel*, *Sextupel* usw. entstehen, denen man dann verallgemeinernd das n -Tupel anschloss.

sur-Isère) dazu, gleich mit A, B und C zu rechnen (Aufgabe 149/20). Simon STEVIN (1548–1620) greift gewissermaßen wieder DIOPHANT auf, wenn er 1585 in seiner *L'arithmétique* die Unbekannten der Reihe nach mit ①, *sec* ①, *ter* ①, *quart* ① bezeichnet. 1591 erzielt jedoch François VIÈTE (1540–1603) mit seiner *In artem analyticam Isagoge* den Durchbruch: Sowohl für bekannte wie auch für unbekannte Größen werden Buchstaben verwendet, und es wird mit ihnen gerechnet! Sein an sich vernünftiger Vorschlag, für die Unbekannten die Vokale A, E, I, O, U und Y, für die Bekannten die Konsonanten zu verwenden, wird durch die bequemere Schreibweise abgelöst, die 1637 René DESCARTES (1596–1650) in seiner *La Géométrie* ohne weitere Begründung einführt, nämlich, bekannte Größen mit $a, b, c \dots$, unbekannte mit x, y, z zu bezeichnen, wobei er anfänglich noch zur logischen Reihenfolge z, y, x neigte.

Aufgaben

1. Welche der folgenden Zahlenpaare sind Lösungen der Gleichung $2x - 3y + 1 = 0$?
 $(0|0)$, $(2|-5)$, $(4|3)$, $(3|4)$, $(0|\frac{1}{3})$, $(-\frac{1}{2}|0)$, $(-\frac{1}{2}|\frac{1}{3})$, $(\frac{1}{2}|0)$.
2. Fülle in den Klammern die leeren Stellen so aus, dass die entstehenden Zahlenpaare Lösungen der Gleichung $y = 3x + 5$ sind.
 $(1| \quad)$, $(\quad|20)$, $(-7| \quad)$, $(\frac{1}{3}| \quad)$, $(\quad|0)$, $(\quad|5)$, $(1,2| \quad)$, $(\quad|5,7)$.
3. Welche der folgenden Zahlentripel sind Lösungen der Gleichung $5x - 2y = 2z + 4$?
 $(0|0|0)$, $(4|3|5)$, $(4|5|3)$, $(5|4|3)$, $(-2|5|-12)$,
 $(-2|-12|5)$, $(2|12|5)$, $(2|12|-9)$.
4. Fülle die leeren Stellen so aus, dass die entstehenden Zahlentripel Lösungen der Gleichung $7x - 6y - z = 0$ sind.
 $(0| \quad|0)$, $(0|1| \quad)$, $(\quad|1|1)$, $(\quad|-1|-13)$, $(5|-2,5| \quad)$,
 $(\frac{1}{3}| \quad|-\frac{2}{3})$, $(\frac{1}{3}|-\frac{2}{3}| \quad)$, $(\quad|\frac{1}{3}|-\frac{2}{3})$.
5. Bestimme für die Gleichung $w + 2x - 9y + 3z = 6$ eine Lösung,
a) in der keine Null vorkommt, b) die nur ganze Zahlen enthält,
c) die nur natürliche Zahlen, d) die nur negative Zahlen enthält.
6. Wie lauten sämtliche aus nichtnegativen ganzen Zahlen bestehenden Lösungen der Gleichung $x + y + z = 1$?
7. Bestimme diejenige Lösung der Gleichung $4x - 11y - 3z = 20$, die aus drei gleichen Zahlen besteht.
8. Bestimme sämtliche Lösungen der folgenden Gleichungen:
a) $(x-1)^2 + y^2 = 0$ b) $(x-3)^4 + (y+1)^2 + (z-0,5)^6 = 0$
9. Untersuche die Lösbarkeit der folgenden Gleichungen, wobei als Grundmenge zuerst die Menge der ganzen, dann die Menge der rationalen Zahlen gewählt sei.
a) $3x = 7$ b) $\frac{x-1}{x+2} = \frac{2}{5}$ c) $x^2 + 1 = 0$ d) $2x + 4y = 1$ e) $7x - 11y = 1$