UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 2001

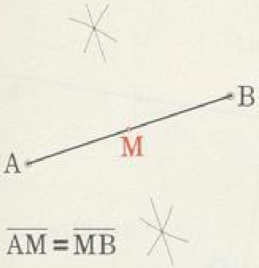
4.3 Anwendungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-83485

Visual Library

4.3 Anwendungen

Mit den Grundkonstruktionen lösen wir jetzt einige wichtige Konstruktionsaufgaben.



1. Streckenhalbieren

Gegeben ist eine Strecke [AB]; gesucht ist ihr Mittelpunkt M.

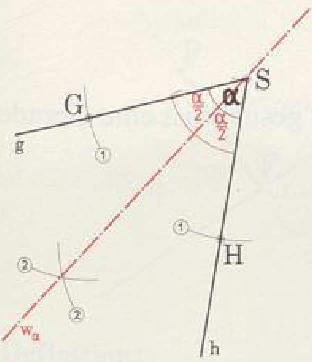
Lösungsidee: Die Mittelsenkrechte m_{AB} schneidet [AB] in M.

2. Winkelhalbieren

Gegeben ist ein Winkel $\alpha = \sphericalangle(g, h)$; gesucht ist eine Gerade w_α, die α halbiert.

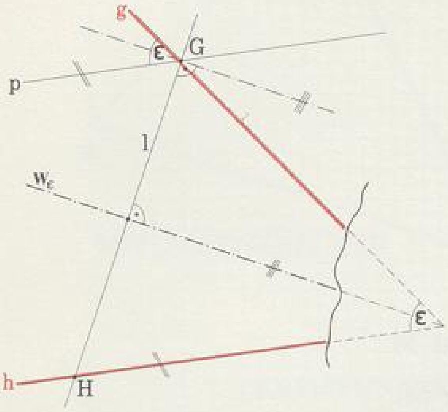
Lösungsidee: w_α ist die Symmetrieachse von g und h, w_α ist also auch Symmetrieachse zweier symmetrisch liegender Punkte: G auf g und H auf h. Weil S ein Achsenpunkt ist, gilt $\overline{SG} = \overline{SH}$.

Lösung: ① Kreis um S mit beliebigem Radius schneidet g in G und h in H.
② Die Symmetrieachse m_{GH} ist w_α.
Weil S schon ein Achsenpunkt ist, brauchen wir nur noch einen zusätzlichen Achsenpunkt. Am schnellsten geht das, wenn wir die Zirkeleinstellung nicht ändern. w_α halbiert nicht nur den konvexen Winkel α, sondern auch den konkaven Winkel $360° - \alpha$.



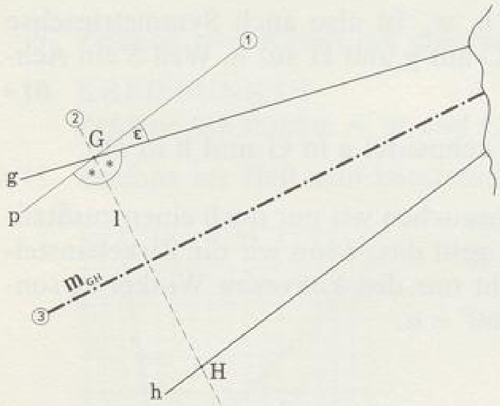
Schwieriger ist es, wenn der Scheitel nicht auf dem Blatt liegt. Die Schenkelreste bestimmen auch dann noch den Winkel. Wir konstruieren jetzt die Winkelhalbierende ohne Scheitel.

Lösungsidee: Jedes Lot l der Winkelhalbierenden w_ε schneidet die Schenkel in symmetrischen Punkten G und H. Die Parallele zu h durch G bildet mit g den Winkel ε. Die Winkelhalbierende des Nebenwinkels bei G ist senkrecht zur Winkelhalbierenden von ε bei G, also auch senkrecht zur gesuchten Winkelhalbierenden; diese ist die Mittelsenkrechte von [GH].



Lösung:

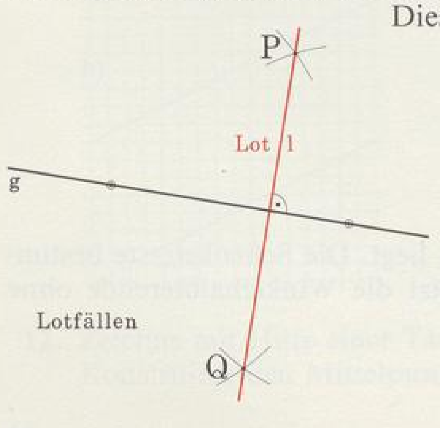
① Parallele zu h schneidet g in G.
② l halbiert den Nebenwinkel von ε bei G und schneidet h in H.
③ Die Mittelsenkrechte m_{GH} ist w_ε.



3. Lotfällen und Loterrichten

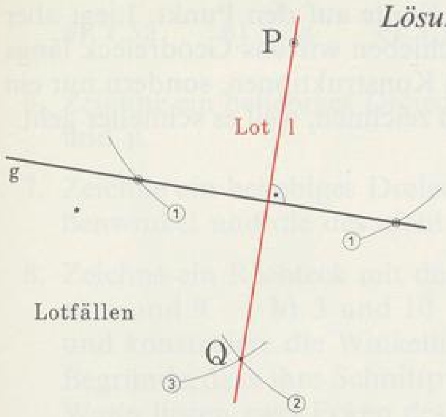
Gegeben sind eine Gerade g und ein Punkt P, der nicht auf g liegt; gesucht ist eine Gerade l durch P, die senkrecht auf g steht, kurz: das Lot von g durch P.

Diese Konstruktion heißt Lotfällen.



Lösungsidee: Die Gerade durch zwei symmetrische Punkte steht senkrecht auf der Achse. Man konstruiert also den symmetrischen Punkt Q zu P bezüglich g.

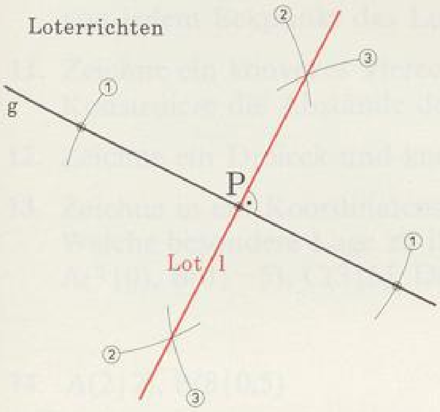
Lösung: 4. Grundkonstruktion: Symmetrischer Punkt, PQ ist das gesuchte Lot.

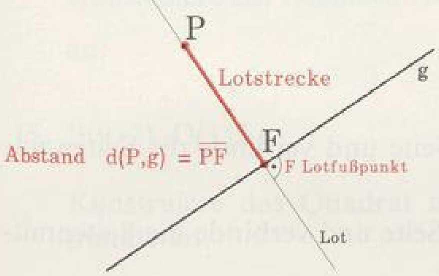


Lotfällen

Bequemer und schneller geht's mit einem Kreis mehr und einem Radius weniger, siehe Bild. Diese Konstruktion liefert auch dann noch eine genaue Zeichnung, wenn P sehr nahe an der Achse liegt. Ja, sie klappt sogar dann, wenn P auf der Gerade g liegt. Diese Konstruktion heißt **Loterrichten.**

Loterrichten





Mit Hilfe des Lots definieren wir den Abstand eines Punktes von einer Gerade:

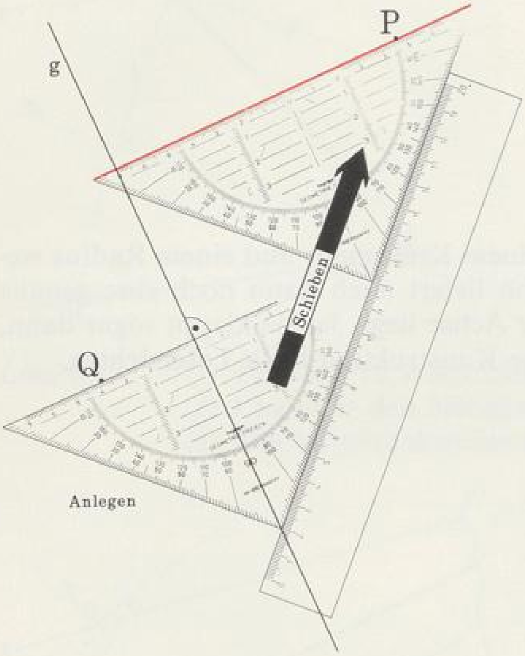
Definition:

Die Länge der Lotstrecke zwischen einem Punkt P und einer Gerade g heißt **Abstand** d(P, g) von Punkt P und Gerade g.

Der Schnittpunkt von Lot und Gerade heißt **Lotfußpunkt.**

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Mit dem Geodreieck können wir Lote schneller fällen oder errichten. Liegt der Punkt auf der Gerade oder nicht zu weit weg (wie zum Beispiel Q im Bild), dann legen wir das Geodreieck mit der Mittenlinie auf die Gerade und mit der Kante auf den Punkt. Liegt aber der Punkt weiter weg (wie zum Beispiel P im Bild), so schieben wir das Geodreieck längs einer Kante zum Punkt. Streng genommen sind dies keine Konstruktionen, sondern nur ein Behelf. Trotzdem werden wir künftig die Lote meistens so zeichnen, weil es schneller geht.



Aufgaben zu 4.3

1. Zeichne ein beliebiges Dreieck ABC, halbiere jede Seite und verbinde die Seitenmitten.
2. Zeichne ein beliebiges Viereck ABCD, halbiere jede Seite und verbinde die Seitenmitten.
3. Das arithmetische Mittel zweier Zahlen a und b ist $\frac{a+b}{2}$.
   Zeichne zwei verschieden lange Strecken mit den Längen a und b und konstruiere eine Strecke, deren Länge m das arithmetische Mittel von a und b ist.
4. Zeichne ein beliebiges Dreieck ABC, halbiere jede Seite und verbinde jede Seitenmitte mit ihrer Gegenecke.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN