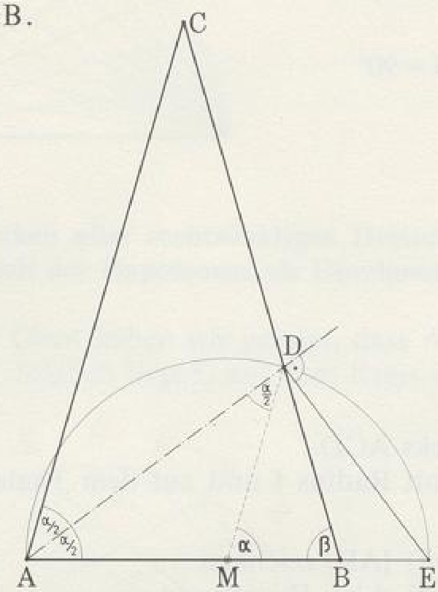
# Anschauliche Geometrie

**Barth, Friedrich**

**München, 2001**

Aufgaben

**2.** ABC ist ein gleichschenkliges Dreieck mit der Spitze C. Die Winkelhalbierende $w_\alpha$ schneidet a in D. Das Lot in D auf $w_\alpha$ schneidet die Gerade AB in E. Zeige: $\overline{AE} = 2\overline{DB}$.




*Begründung:* Weil $\sphericalangle ADE = 90°$ ist, liegt D auf dem Thaleskreis über [AE] mit dem Mittelpunkt M. Außenwinkel im gleichschenkligen Dreieck AMD ist $\sphericalangle DMB = \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\alpha = \alpha$. Weil das Dreieck ABC gleichschenklig ist, ist $\beta = \alpha$; deshalb ist auch das Dreieck BDM gleichschenklig.

Es gilt: $\overline{DB} = \overline{DM} = \overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AE}$, also $2\overline{DB} = \overline{AE}$

**Aufgaben zu 5.3**

1. Von einem rechtwinkligen Dreieck ABC ($\beta = 90°$) ist bekannt: $\overline{BC} = 4$, $\alpha$ ist halb so groß wie $\gamma$.
   **a)** Wie groß sind $\alpha$ und $\gamma$? **b)** Konstruiere das Dreieck ABC.
   **c)** Gib **ohne** Messung an, wie lang $\overline{AC}$, $s_b$ und $h_c$ sind.
   **d)** Begründe: $w_\gamma$ halbiert $s_b$.

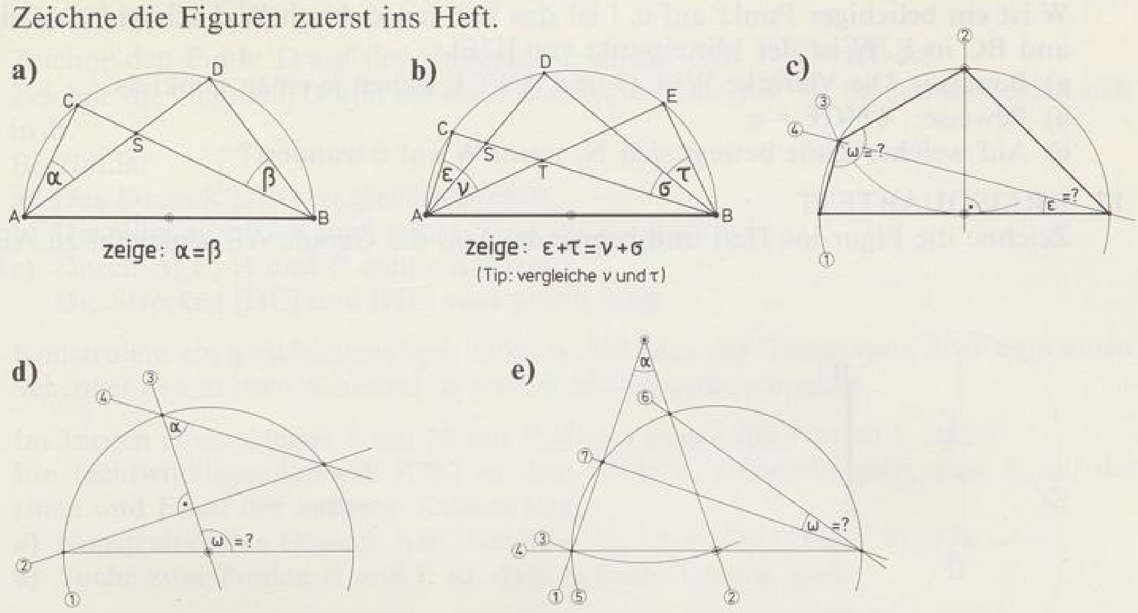
:2. Gegeben sind eine Gerade g und ein Punkt P,
   **a)** der nicht auf g liegt, **b)** der auf g liegt.
   Konstruiere jeweils mit Hilfe des Thaleskreises das Lot zu g durch P.

•**3.** Zeichne ein spitzwinkliges Dreieck ABC und die drei Thaleskreise über den Seiten.
   Begründe: Bei keinem spitzwinkligen Dreieck können sich die drei Thaleskreise in einem Punkt schneiden.
   Bei welchen Dreiecken schneiden sie sich in einem Punkt?

4. Zeichne in einen Kreis mit Radius 4 zwei Durchmesser und verbinde ihre Endpunkte.
   Welches Viereck entsteht? Begründung!

•**5.** Welche Eigenschaft muss ein Viereck haben, damit sich die vier Thaleskreise über den Seiten in einem Punkt schneiden?

**6.** WINKELZÜGE
Zeichne die Figuren zuerst ins Heft.




**•7.** Bei welchen Dreiecken liegt der Umkreismittelpunkt M:
**a)** innerhalb des Dreiecks **b)** außerhalb des Dreiecks
**c)** auf dem Dreieck?

**•8.** Im Dreieck ABC ist $c = 6$ und der Umkreisradius $r = 6$.
Zwischen welchen Werten muss $\alpha$ liegen, damit M innerhalb des Dreiecks liegt?

**9.** Zeichne ein spitzwinkliges Dreieck ABC.
Begründe: Der Thaleskreis über a und der über b schneiden sich auf c.
Wie nennt man diesen Schnittpunkt noch?

**10.** Zeichne den Kreis um $M(5|4)$ mit $r = 4$ und den Punkt $S(3|2)$. Fälle von S aus das Lot auf jede Sehne (bzw. ihre Verlängerung), die durch $T(9|4)$ geht.
Auf welcher Kurve liegen die Lotfußpunkte?

**11.** Die Gerade a geht durch $A(3|6{,}5)$, die zu a parallele Gerade b geht durch $B(4|1)$.
Konstruiere die Parallelen a und b mit Abstand 2,5.

**12.** Konstruiere die Geraden, die von $A(0|0)$ und $B(11|2)$ den Abstand 2,5 haben.

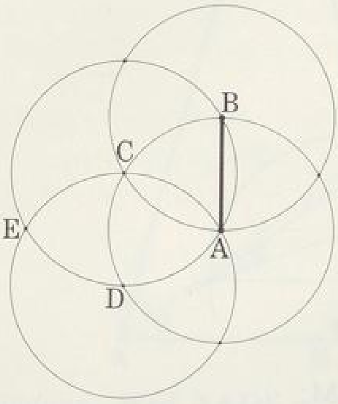
**•13.** Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck ABC, die Seitenmitten $M_a$, $M_b$, $M_c$ und den Fußpunkt H der Höhe durch den Scheitel C des rechten Winkels.
Begründe: Die Ecken des Fünfecks $M_cHM_aCM_b$ liegen auf einem Kreis.
Vergleiche den Radius dieses Kreises mit der Hypotenusenlänge c.

**14.** In einem Dreieck ABC ist $N_A$ der Mittelpunkt der Strecke [AH]. Konstruiere den Umkreis des Dreiecks $N_AH_bH_c$. Welche weiteren besonderen Punkte des Dreiecks ABC liegen auf diesem Kreis?

**••15.** Zeichne ein Dreieck ABC mit $\gamma = 90°$, $c = 9$ und $a = 5$.
**a)** Konstruiere die Mittelpunkte $M_1$ und $M_2$ der Umkreise von $\triangle AM_cC$ und $\triangle BCM_c$.
**b)** Beweise: $M_1M_2 \perp CM_c$.
**c)** Beweise: $AM_1$ und $BM_2$ schneiden sich auf dem Umkreis des Dreiecks ABC.

**⁝16.** Zeichne ein Dreieck ABC mit $\gamma = 90°$, $a = 3{,}5$ und $b = 5{,}5$.
W ist ein beliebiger Punkt auf c. l ist das Lot von c durch W. l schneidet AC in D und BC in E. N ist der Mittelpunkt von [DE].
**a)** Beweise: Die Vierecke WBCD und AWCE haben je einen Umkreis.
**b)** Beweise: $\sphericalangle NCE = \alpha$
**c)** Auf welcher Linie bewegt sich N, wenn W auf c wandert?

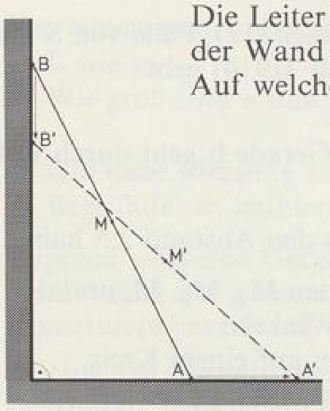
**17.** KREISQUARTETT
Zeichne die Figur ins Heft und begründe, dass die Gerade AE senkrecht zu AB ist.




**18.** Zeichne ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit Spitze C und $\gamma = 45°$.
Der Thaleskreis über b schneidet a in D. Berechne den Winkel $\varepsilon = \sphericalangle BAD$.

**19.** Der Thaleskreis über der Basis c eines gleichschenkligen Dreiecks ABC schneidet die Schenkel in D und E.
Begründe: Die Diagonalen im Viereck ABDE bilden denselben Winkel wie die Schenkel.

**⁝20.** VERRÜCKTE LEITER




Die Leiter [AB] wird so verrückt, dass A auf dem Boden und B an der Wand entlangrutscht.
Auf welcher Kurve bewegt sich der Mittelpunkt M? Begründung!

**⁝21.** Zeichne in ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit C als Spitze ($\gamma < 90°$) alle Höhen ein. Die Höhenfußpunkte sind $H_a$, $H_b$ und $H_c$, H ist der Schnittpunkt der Höhen.
**a)** Begründe: Die Ecken des Vierecks $CH_bHH_a$ liegen auf einem Kreis.
Zeichne den Mittelpunkt M dieses Kreises.
**b)** Begründe: $\sphericalangle MH_bH_c = 90°$.
**c)** Wie groß muss $\gamma$ sein, damit das Viereck $MH_bH_cH_a$ ein Quadrat ist?

**22.** Zeichne ein Dreieck ABC mit $\sphericalangle C = 90°$ und H, den Höhenfußpunkt auf der Hypotenuse c.
Zeichne den Punkt D auf der Hypotenuse so ein, dass $\overline{DH} = \overline{HB}$ ist.
Zeichne die Gerade CD und die dazu Senkrechte durch A, die beiden schneiden sich in E.
Begründe:
**a)** Das Dreieck DBC ist gleichschenklig.
**b)** Die Winkel $\sphericalangle EAB$ und $\sphericalangle BAC$ sind gleich groß.
•**c)** Durch A, E, H und C geht ein Kreis.
Die Strecken [HC] und [HE] sind gleich lang.

**23.** Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck, bei dem der Thaleskreis über dem einen Schenkel den andern Schenkel in seinem Mittelpunkt schneidet.

•**24.** Im Innern eines Kreises k um M mit Radius r liegen die Punkte E und F.
Ein rechtwinkliges Dreieck ABC ist dem Kreis so einbeschrieben, dass E auf der einen und F auf der anderen Kathete liegt.
**a)** Konstruiere das Dreieck ABC für $M(4|4)$, $r = 4$, $E(2|5)$ und $F(6|7)$.
**b)** Suche zwei Punkte E und F so, dass es keine Lösung gibt.