Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 2001

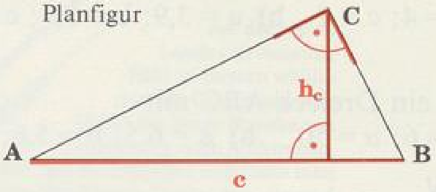
6.2 Schwierigere Konstruktionen

6.2 Schwierigere Konstruktionen

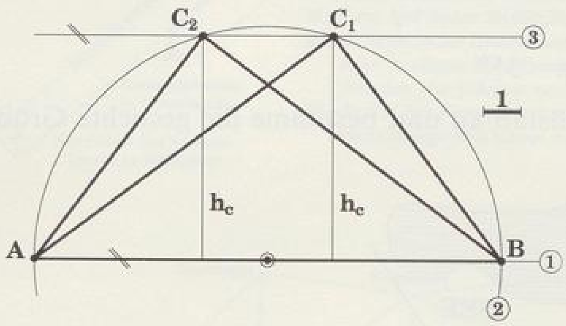
a) Konstruktionen mit Transversalen

Beispiel: $c = 12{,}5$; $\gamma = 90°$; $h_c = 6$

Planfigur



Lösungsidee und *Lösung:*
[AB] bestimmt die Punkte **A** und **B.** ①
C liegt 1. auf dem Thaleskreis über [AB] ②
2. auf der Parallele zu [AB] im Abstand h_c ③



Es ergeben sich die beiden Lösungsdreiecke ABC_1 und ABC_2.

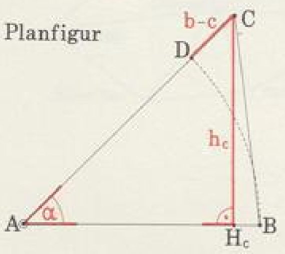
b) Dreieck aus Teildreiecken

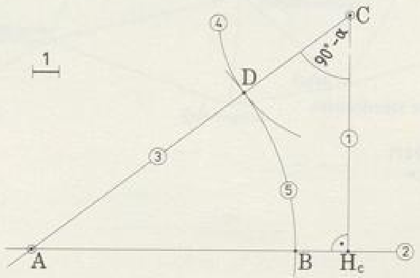
Beispiel: $b - c = 5$; $\alpha = 37°$; $h_c = 9$

Lösungsidee: Das Teildreieck CAH_c ist konstruierbar aus α, h_c und $\sphericalangle CH_cA = 90°$ (WWS).
D liegt auf [AC] und auf dem Kreis um C mit Radius $b - c$.
B liegt auf dem Kreis um A mit Radius $\overline{AD}$ und auf AH_c.

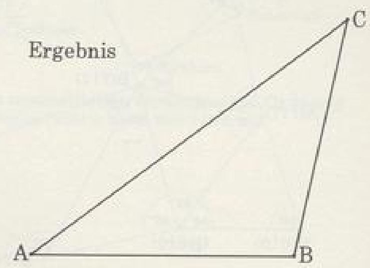
Lösung: $[CH_c]$ bestimmt die Punkte **C** und $\mathbf{H_c}$. ①
A liegt 1. auf dem freien Schenkel von $\sphericalangle H_c = 90°$ ②
2. auf dem freien Schenkel von $\sphericalangle DCH_c = 90° - \alpha$ ③
D liegt 1. auf AC
2. auf dem Kreis um C mit Radius $b - c$ ④
B liegt 1. auf $[AH_c$
2. auf dem Kreis um A mit Radius $\overline{AD}$ ⑤

Planfigur





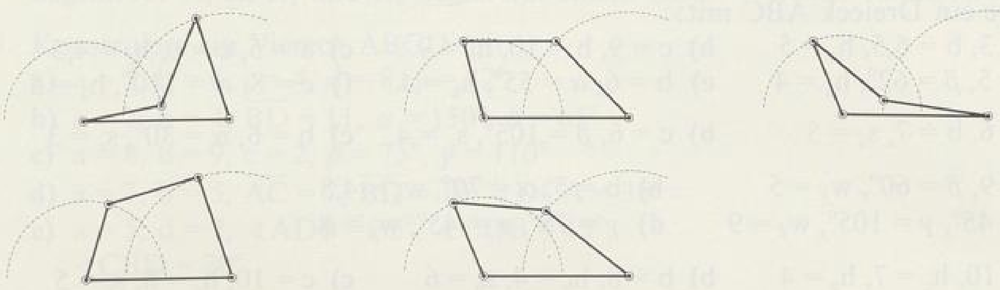
Ergebnis



c) Viereck aus Teildreiecken

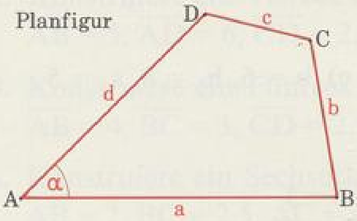
Wie viele der vier Seiten und der vier Winkel braucht man, damit das Viereck eindeutig festliegt? Genügen zum Beispiel alle vier Seiten? Nein! Die Bilder zeigen, dass es dann unendlich viele Lösungen gibt.
Im Gegensatz zum beweglichen Gelenkviereck ist ein Gelenkdreieck starr (Eindeutigkeit der SSS-Konstruktion!). In der Technik macht man sich das beim Bau von Fachwerkhäusern, Brücken und andern starren Gebilden zunutze.

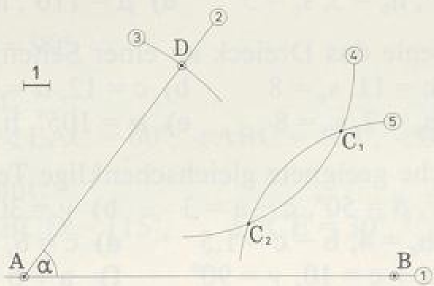
Gelenkviereck



Nicht einmal mit fünf unabhängigen Stücken ist ein Viereck eindeutig konstruierbar.
Beispiel: $a = 14$; $b = 5{,}8$; $c = 6{,}5$; $d = 7{,}5$; $\alpha = 53°$

Planfigur

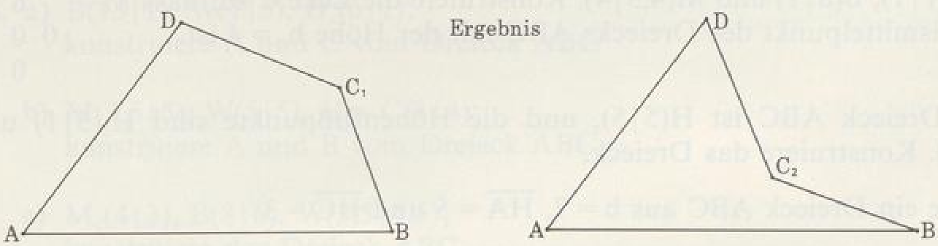




Lösungsidee: Zuerst konstruieren wir aus a, d und α das Teildreieck ABD, wegen der SSS-Konstruktion ist es eindeutig.
C liegt auf dem Kreis um D mit Radius c und auf dem Kreis um B mit Radius b.

Lösung: [AB] bestimmt die Punkte **A** und **B**. ①
D liegt 1. auf dem freien Schenkel von Winkel α ②
2. auf dem Kreis um A mit Radius d ③
C liegt 1. auf dem Kreis um D mit Radius c ④
2. auf dem Kreis um B mit Radius b ⑤

Ergebnis



Es ergeben sich die beiden Lösungsvierecke ABC_1D und ABC_2D.