



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 2001

7.2 Kongruenzsätze für Dreieck

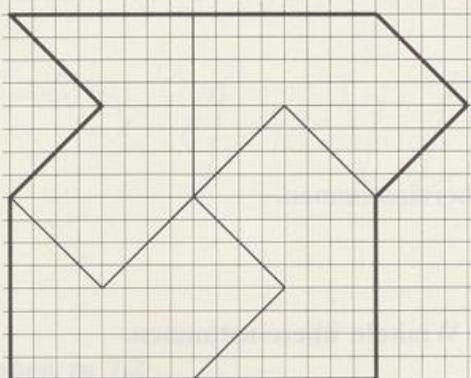
[urn:nbn:de:hbz:466:1-83485](#)

8. AUS VIER MACH DREI

Die Figur ist in vier kongruente Teile zerlegt.

- Setze die Teile zu einem Quadrat zusammen.
- Zerlege die Ausgangsfigur in drei kongruente Teile.

AUS VIER MACH DREI

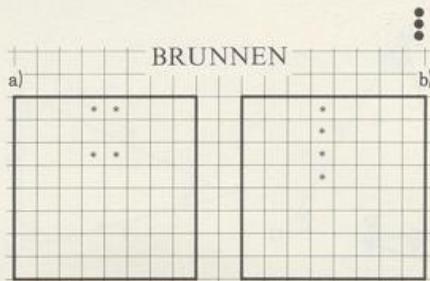


9. BRUNNEN

Alexander, ins Alter gekommen, will seinen Grundbesitz an seine beiden Söhne und seine beiden Töchter vererben. Er besitzt ein quadratisches Grundstück von acht Meilen Seitenlänge; das Grundstück ist in quadratische Parzellen eingeteilt, jede Parzelle hat die Seitenlänge von einer Meile.

Das Land muss künstlich bewässert werden, aber auf dem Grundstück gibt es nur vier Brunnen. a) Alexanders Kinder sollen kongruente Grundstücke mit je gleich viel Parzellen erhalten. b) Jedes Grundstück soll einen eigenen Brunnen haben, der alle eigenen Parzellen über eine Leitung mit Wasser versorgt, die nur auf eigenem Grund verläuft.

Für a) sind 76 Lösungen, für b) sind 5 Lösungen bekannt.



7.2 Kongruenzsätze für Dreiecke

Zwei kongruente Dreiecke ABC und DEF stimmen in den entsprechenden Seiten und Winkeln überein. Um bei zwei Dreiecken zu entscheiden, ob sie kongruent sind, muss man nicht alle 12 Bestimmungsstücke nachmessen. Gewöhnlich reichen schon 3 Übereinstimmungen, man muss also nur jeweils 3 Stücke messen – es müssen bloß die Richtigen sein! Wenn nämlich das Dreieck aus diesen 3 Stücken eindeutig konstruierbar ist, dann können wir sicher sein, dass zwei Dreiecke kongruent sind, die in diesen Stücken übereinstimmen.

Von früher wissen wir, dass ein Dreieck aus den 3 Seiten eindeutig konstruierbar ist. Also gilt:

1. Kongruenzsatz (SSS):

Dreiecke sind kongruent,
wenn sie in allen Seiten übereinstimmen.

Entsprechend gelten:

2. Kongruenzsatz (SWS):

Dreiecke sind kongruent,
wenn sie in zwei Seiten und dem Zwischenwinkel übereinstimmen.

3. Kongruenzsatz (WSW):

Dreiecke sind kongruent,
wenn sie in einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln übereinstimmen.

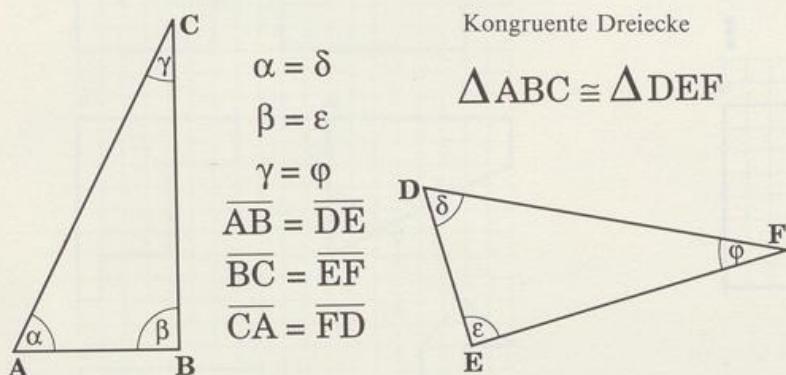
4. Kongruenzsatz (SWW):

Dreiecke sind kongruent,
wenn sie in einer Seite, einem anliegenden und dem nicht anliegenden Winkel übereinstimmen.

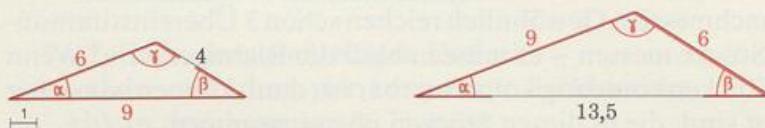
5. Kongruenzsatz (SSW):

Dreiecke sind kongruent,
wenn sie in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der größeren Seite übereinstimmen.

Weiß man von zwei Dreiecken, dass sie in drei Stücken übereinstimmen, für die wir einen Kongruenzsatz kennen, dann wissen wir, dass sie kongruent sind, also auch in den übrigen Stücken übereinstimmen.

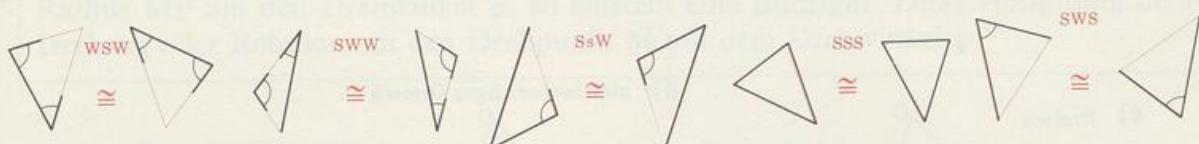


Wenn nun zwei Dreiecke in mehr als drei Stücken übereinstimmen, dann könnte man meinen, dass sie erst recht kongruent sind. Obacht! Es gibt sogar Dreiecke, die in fünf Stücken übereinstimmen und doch nicht kongruent sind, siehe Bild.



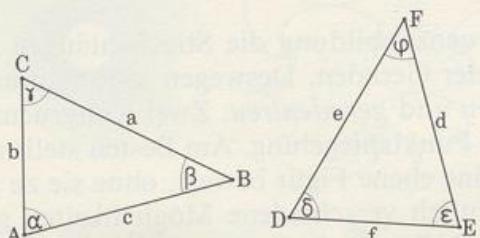
An diesem Beispiel sehen wir, dass es nicht nur auf die Anzahl, sondern auch auf die Lage der gegebenen Stücke ankommt. Deshalb haben wir bei der Formulierung der Kongruenzsätze die Lage der Stücke angedeutet, indem wir sie beschrieben haben mit: Zwischenwinkel, anliegender Winkel, Gegenwinkel.

Im Bild sehen wir einen zusammenfassenden Überblick über die Kongruenzsätze.



Aufgaben zu 7.2

1. Welche Stücke (Seiten oder Winkel) bestimmen ein Dreieck eindeutig, wenn man weiß, dass das Dreieck
 - a) gleichseitig
 - b) gleichschenklig-rechtwinklig
 - c) gleichschenklig
 - d) rechtwinklig
 - e) stumpfwinklig ist?
- 2. Ein Dreieck soll eindeutig bestimmt sein; bei welchem Dreieckstyp genügt die Angabe
 - a) einer Seite
 - b) eines Winkels
 - c) zweier Winkel
 - d) zweier Seiten
 - e) eines Winkels und einer Seite?
- 3. KONGRUENZ?



Sind die Dreiecke ABC und DEF kongruent, wenn man weiß

- a) $c = d$, $a = e$, $\beta = \varphi$
- b) $c = d$, $a = e$, $\beta = \delta$
- c) $c = d$, $\alpha = \varepsilon$, $\beta = \varphi$
- d) $c = d$, $\alpha = \varphi$, $\beta = \varepsilon$
- e) $c = d$, $\alpha = \varepsilon$, $\beta = \delta$
- f) $b = f$, $\alpha = \varepsilon$, $h_c = h_d$?

Zeichne, falls möglich, zwei nicht kongruente Dreiecke.

- 4. Zeichne ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Spitze C. F ist irgendein Punkt auf $[AB]$. Die Dreiecke AFC und BCF stimmen in zwei Seiten und einem Winkel überein.
Welche Stücke sind das? Sind die Dreiecke kongruent?