



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Algebra

Barth, Friedrich

München, 1999

Aufgaben

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83513](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83513)

Aufgaben

1. Schreibe die folgenden UND-Verknüpfungen von Gleichungen in der für Gleichungssysteme üblichen Form an.

- a) $(x - 2y + 3 = 0) \wedge (2x = 4y - 5)$
 b) $(5x + 3y - 8z = 10) \wedge (2x = y + 7) \wedge (y = z)$
 c) $(2x + 4y - 1 = 0) \wedge (x - 3y = 7) \wedge (5x + y - 11 = 0)$
 d) $(w + x = 0) \wedge (w + x + y = 0) \wedge (w + x + y + z = 0)$

2. Welche der folgenden Gleichungssysteme sind lineare Systeme?

- a) $3x - 2y = (-1)^2$
 $x + y = |-4|$
 c) $\frac{4x + 3y}{(3,5)^2} = 2$
 $\frac{2x - y}{3} = \frac{x + 3y}{2}$
 b) $x \cdot (2 - y) + 1 = 0$
 $(3x + y) \cdot 2 - 1 = 0$
 d) $|x| - 5|y| = -12$
 $2|x| + |y| = 8$

3. Für die Lösungsmengen der zwei Gleichungen eines Systems mit drei Unbekannten gilt

$$L_1 = \{(0|1|3), (2|-1|4), (1|1|1), (-7|-2|0)\} \text{ und}$$

$$L_2 = \{(2|2|2), (0|-1|3), (-7|0|-2), (2|-1|4)\}.$$

Welche dieser Tripel sind Lösungen des Gleichungssystems?

4. Für die Lösungsmenge der ersten von zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten gilt $L_1 = \{(0|0), (1|2), (2|3), (3|2)\}$. Die zweite Gleichung lautet $y = x + 1$. Bestimme die Lösungsmenge des Gleichungssystems.

5. Die folgenden linearen Gleichungssysteme sind von besonders einfacher Bauart. Bestimme ihre Lösungsmengen.

- a) $x = 1$
 $x + y = 2$
 b) $y = 2$
 $x - y = 1$
 c) $3x = 5$
 $6x - 2y = 7$
 d) $11x + 7y = 0$
 $13y = 0$
 $z + 2 = 0$
 e) $x = -1$
 $y = 2$
 $5x - 4y + 2z = 1$
 f) $x = 2$
 $x + y = 2$
 $x + y + z = 0$

6. Ermittle die Lösungsmengen der folgenden nicht linearen Gleichungssysteme.

- a) $x \cdot y = 0$
 $y = 4$
 b) $x \cdot y = 0$
 $x + y = 4$
 c) $x \cdot y = 0$
 $y^2 = 4$
 d) $x \cdot y = 0$
 $x^2 + y^2 = 4$
 e) $(x - 1)(y + 1) = 0$
 $2x - 3y = 5$
 f) $(2x + 8)(5 - 4y) = 0$
 $x \cdot y = 1$

7. Aufgabe 6 des *Papyrus Moskau* (19. Jh. v. Chr., Ägypten):

Berechne die Länge und Breite eines Rechtecks der Fläche 12, wenn die Breite $\frac{3}{4}$ der Länge ist.

8. Bestimme graphisch die Lösungen der folgenden Gleichungssysteme und mache durch Einsetzen die Probe.

a) $x - y = -1$
 $x + y = 3$

b) $x - 3y - 4 = 0$
 $4x - y + 6 = 0$

c) $x + 2y = 0$
 $2x - y = 5$

d) $x + y = x - 3$
 $4x = y + 5$

e) $\frac{x+y}{x} = 2$
 $x + y = 1$

f) $\frac{5x - 2y + 1}{x + y} = 0$
 $\frac{2x + 5y - 14}{x + 2} = 1$

Verwende zum Lösen der bei den Aufgaben 9 bis 12 auftretenden Gleichungssysteme das graphische Verfahren und mache die Probe.

9. Vor drei Jahren war Hans fünfmal so alt wie sein Bruder Otto; in drei Jahren wird er gerade doppelt so alt sein. Wie alt sind die beiden heute? (Maßstab: 1 Jahr \cong 5 mm)
10. Zählt man zum Dreifachen einer ersten Zahl das Fünffache einer zweiten, so erhält man -1 . Zieht man jedoch vom Fünffachen der ersten das Dreifache der zweiten Zahl ab, so ergibt sich -13 . Wie heißen die beiden Zahlen?
- 11. Addiert man zu einer zweistelligen Zahl ihre Quersumme, so erhält man 50. Vertauscht man dagegen die beiden Ziffern, so erhält man eine um 9 kleinere Zahl. Wie heißt die ursprüngliche Zahl?
12. a) $x + y = 5$
 $3x - 2y = 0$
 $x - 4y = -10$
- b) $4x - 5y = 10$
 $2x + y = -2$
 $-x + 1,25y = 1$
- c) $2x + 5y = 6$
 $y = 3 - 0,4x$
 $\frac{1}{3}x + 1 = 2 - \frac{5}{6}y$

6.4 Lösungsverfahren für Systeme von zwei linearen Gleichungen mit zwei Unbekannten

6.4.1 Bestimmung der Lösungsmenge durch Äquivalenzumformungen

Die Lösungsmenge einer linearen Gleichung mit zwei Unbekannten kann im Koordinatensystem durch eine Gerade veranschaulicht werden. Daraus lassen sich leicht genauere Angaben über die bei einem System von zwei linearen Gleichungen mit zwei Unbekannten möglichen Typen von Lösungsmengen gewinnen. Wir bezeichnen wieder die den Lösungsmengen L_1, L_2 der beiden Gleichungen entsprechenden Geraden mit g_1, g_2 . Dann gehört zu jeder Lösung $(x|y)$ des Gleichungssystems ein Punkt $(x|y)$, der sowohl auf g_1 als auch auf g_2 liegen muss. Da nun aber zwei Geraden der Koordinatenebene entweder genau einen oder keinen oder alle ihre Punkte gemeinsam haben, kann es auch nur drei verschiedene Typen von Lösungsmengen geben, nämlich