Anschauliche Geometrie

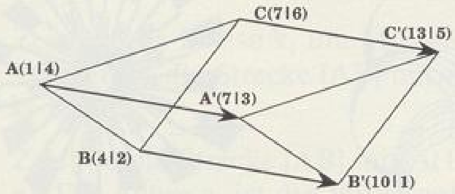
Barth, Friedrich

München, 2001

Aufgaben

Aufgaben zu 7.3

1. A(1 | 4), B(4 | 2), C(7 | 6), A′(7 | 3)
Das Dreieck A′B′C′ entsteht durch Verschiebung des Dreiecks ABC. Konstruiere B′ und C′ und gib die Koordinaten an.



2. A(1 | 4), B(5 | 4), C(1 | 7), M(7 | 0), $\varphi = -53°$ 10 / 0 0 10 / 1

Das Dreieck A′B′C′ entsteht durch Drehung des Dreiecks ABC um M mit dem Drehwinkel φ. Konstruiere A′, B′ und C′ und gib die Koordinaten an.

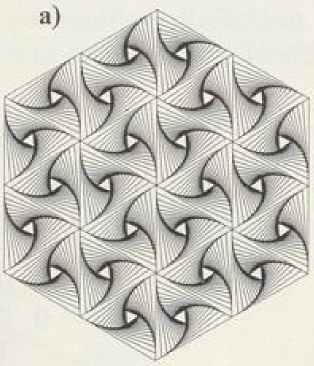
3. A(0,5 | 3,5), B(8 | 3,5), A′(0 | 14), B′(6 | 9,5) 15 / 0 0 17 / 0

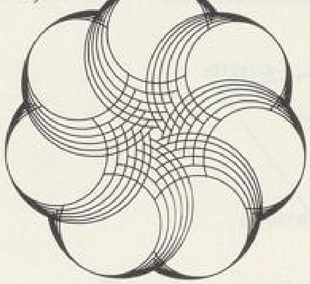
[A′B′] ist das Bild von [AB] bei einer Drehung um M mit dem Drehwinkel φ. Konstruiere M und seine Koordinaten sowie den Drehwinkel φ.

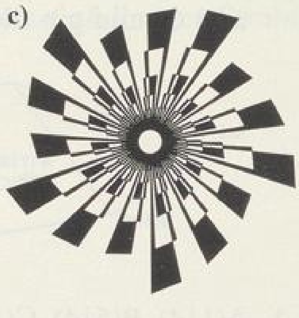
4. Zeichne das Dreieck ABC mit A(8,5 | 0), B(13,5 | 0) und C(13,5 | 3,5). A′B′C′ sei das gedrehte Dreieck. 14 / 3 0 15 / 5

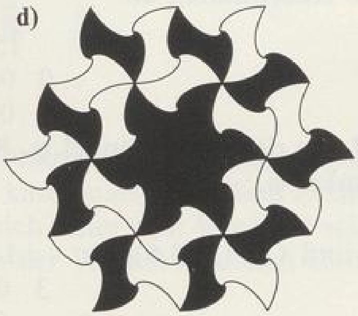
   a) Drehe das Dreieck um den Ursprung mit $\varphi_a = 45°$ und lies die Koordinaten von A′, B′ und C′ ab.
   b) Drehe das Dreieck um M_b(4,5 | −2) so, dass B auf B′(10,5 | 5) abgebildet wird. Lies den Drehwinkel φ_b und die Koordinaten von A′ und C′ ab.
   c) Drehe das Dreieck um M_c(13,5 | 11,5) mit $\varphi_c = -60°$ und lies die Koordinaten von A′, B′ und C′ ab.
   d) Drehe das Dreieck um M_d(5,5 | 2) mit $\varphi_d = 180°$ und lies die Koordinaten von A′, B′ und C′ ab.
   e) Drehe das Dreieck um M_e(8,5 | −5) so, dass C′ auf der x-Achse liegt und lies den Drehwinkel φ_e und die Koordinaten von A′, B′ und C′ ab.

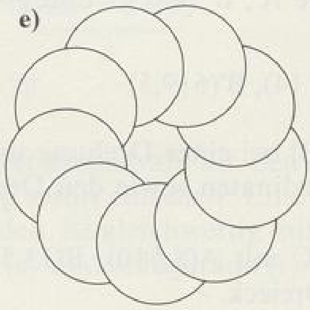
5. Die sechs Figuren sind alle drehsymmetrisch.
Gib den kleinsten Drehwinkel φ an, bei dem die Figur mit sich zusammenfällt.

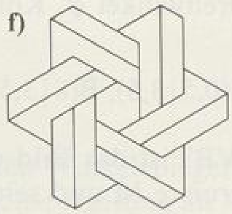
a)


b)


c)


d)


e)


f)


6. Zeichne das Dreieck ABC mit A(1|1), B(4|3) und C(5|2).
a) Verschiebe das Dreieck so, dass A auf A′(7|4) abgebildet wird. Gib den Verschiebungspfeil $\vec{v}$ sowie die Koordinaten von B′ und C′ an.
b) Verschiebe das Dreieck mit $\vec{w} = \binom{2}{2}$ und gib die Koordinaten von A′, B′ und C′ an.
c) Verschiebe das Dreieck mit $\vec{r} = \binom{3}{1}$ zu A′B′C′ und verschiebe A′B′C′ mit $\vec{s} = \binom{-2}{2}$ zu A″B″C″. Gib die Koordinaten von A″, B″ und C″ und den Pfeil $\vec{k}$ der Verkettung der beiden Verschiebungen an.

:7. Die Drehung um $M_1(6|0)$ mit φ_1 bildet $M_2(6|10)$ auf $M_2'(0|8)$ ab; die 11
Drehung um M_2 mit φ_2 bildet M_2' auf $M_2''(4|4)$ und $M_1' = M$ auf 0 0 15
$M_1''(14|4)$ ab. Miss φ_1 und φ_2 und konstruiere das Zentrum M der Ver- 0
kettung der beiden Drehungen.

8. Zeichne das Dreieck ABC mit A(0|0), B(5|0) und C(4|2).
a) Spiegle das Dreieck an $a_1 = h_c$ und das Bild an $a_2 = m_c$.
b) Wie lang ist der Verschiebungspfeil der durch die Zweifachspiegelung festgelegten Translation?
c) Das Dreieck A*B*C* entsteht aus dem Dreieck ABC durch Doppelspiegelung an $a_1 = m_c$ und $a_2 = h_c$.
Konstruiere A*B*C*, ohne zu spiegeln.

9. Gegeben sind die Punkte S(8|5), T(10|3), U(12|7), A(0|3) und B(3|6).
Verschiebe die Strecke [AB] so, dass A′ und B′ auf den Geraden SU bzw. ST liegen.

10. Zeichne den Kreis k um M(7|3) mit r = 2. A(7|5) und B(5|8) bestimmen die Strecke [AB]. Auf welcher Kurve läuft B, wenn [AB] so verschoben wird, dass A immer auf k liegt?

⁝11. Zeichne die Kreise k_1 um $M_1(7|3)$ mit $r_1 = 2$ und k_2 um $M_2(3|9)$ mit $r_2 = 3$.
Verschiebe die Strecke [AB] mit A(0|2) und B(−2|5) so, dass A′ auf k_1 und B′ auf k_2 liegt.

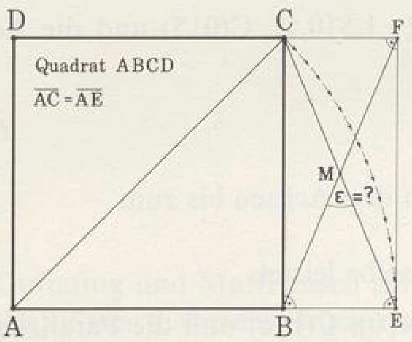
12. Zeichne die Strecke [AB] mit A(1|1) und B(6|2).

a) Die Achse a_1 ist die Mittelsenkrechte von [AB], die Achse a_2 ist diejenige Winkelhalbierende von [AB] und a_1, die die y-Achse unterhalb der x-Achse (bei einem negativen y-Wert) schneidet.
Konstruiere das Bild der Strecke [AB] bei der Doppelspiegelung an a_1 und a_2.
Wo liegt der Drehpunkt, wie groß ist der Drehwinkel?

b) Löse **a)**, wenn a_1 die Gerade AB und a_2 die x-Achse ist.

13. Gegeben sind die Punkte A(2|1) und A′(6|5) sowie die Achse a_1, die in S(3|0) senkrecht auf der x-Achse steht.
Konstruiere a_2 so, dass die Doppelspiegelung an a_1 und a_2 A auf A′ abbildet.
Wo liegt der Drehpunkt, wie groß ist der Drehwinkel?

•14. Eine Drehung um M bildet A auf D ab. Auf welche Geraden werden dabei AC und EC abgebildet? Wie groß ist der Drehwinkel? Wie groß ist ε?



•15. k ist ein Kreis um M mit r = 4. Zeichne einen Punkt P mit $\overline{MP} = 2{,}5$.
Konstruiere eine Sehne der Länge 7, die durch P geht.
(Tipp: Zeichne zuerst in den Kreis eine beliebige Sehne der Länge 7 und drehe dann.)

⁝16. Zeichne R(2|1), S(3|6), T(6|−1,5) und C(4|1). Konstruiere ein gleichseitiges Dreieck ABC, dessen Ecken A und B auf SR bzw. ST liegen.
(Tipp: Drehe das Lösungsdreieck um C so, dass A′ = B ist).

•17. Zeichne das Dreieck ABC mit A(4|5), B(10|5) und C(5,5|9,5). Konstruiere über jeder Seite nach außen ein gleichseitiges Dreieck, das sind die Dreiecke BSC, CTA und AUB.
Begründe: Die Strecken [AS], [BT] und [CU] sind gleich lang. Unter welchem Winkel schneiden sich AS und BT?
(Tipp: Drehe um C, sodass B′ = S ist.)

18. Zeichne die Strecken [AB] und [$\overline{A}\overline{B}$] mit A(12 | −1,5), B(4,5 | −3), $\overline{A}$ 12
(6 | 10,5), $\overline{B}$(4,5 | 3). 0 0 13
Konstruiere zwei Spiegelachsen so, dass [AB] in [$\overline{A}\overline{B}$] übergeht. 5

19. Zeichne die Dreiecke ABC und $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ mit A(−6 | 0), B(9 | 5), C(−3 | 11) 12
und $\overline{A}$(9 | 0), $\overline{B}$(−6 | 5), $\overline{C}$(0 | −7). 7 0 10
8
Konstruiere die Spiegelachsen so, dass △ABC in △$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ übergeht.

20. Zeichne die Dreiecke ABC und $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ mit A(12,5 | 10), B(2 | 13,5), 22
C(7,5 | 20) und 0 0 19
$\overline{A}$(7,5 | 0), $\overline{B}$(18 | 4,5), $\overline{C}$(12,5 | 10). 0
Konstruiere die Spiegelachsen so, dass △ABC in △$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ übergeht.

21. Zeichne die Fünfecke ABCDE und $\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}\overline{E}$ mit A(3 | 9), B(12 | 11), 22
C(7 | 16), D(7 | 21), E(1 | 18) und $\overline{A}$(6 | 12), $\overline{B}$(0 | 5), 0 0 15
$\overline{C}$(7 | 4), $\overline{D}$(10 | 0), $\overline{E}$(13 | 6). 0
Konstruiere die Spiegelachsen so, dass ein Fünfeck ins andere übergeht.

22. Zeichne zwei Dreiecke ABC und $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ so, daß
a) △ABC ≅ △$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ (gleichsinnig)
b) △ABC ≅ △$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ (gegensinnig) ist.
Konstruiere die Spiegelachsen so, dass ein Dreieck ins andere übergeht.

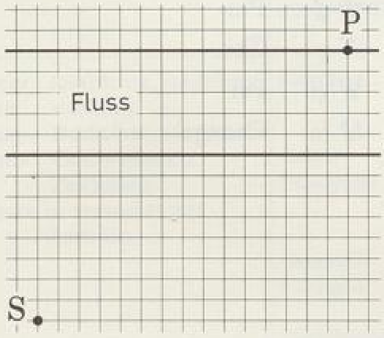
23. Zeichne das Dreieck ABC mit A(−4,5 | 1,5), B(−1,5 | 0,5), C(0 | 5) und die Achsen durch den Ursprung O:
a_1 = OP mit P(1 | −1) 6
a_2 = OQ mit Q(1 | 2) 6 0 6
a_3 = OR mit R(2 | 0) 5
Spiegle das Dreieck ABC der Reihe nach an den drei Achsen bis zum Endbild $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$.
Konstruiere eine einzige Spiegelachse a, die dasselbe leistet.

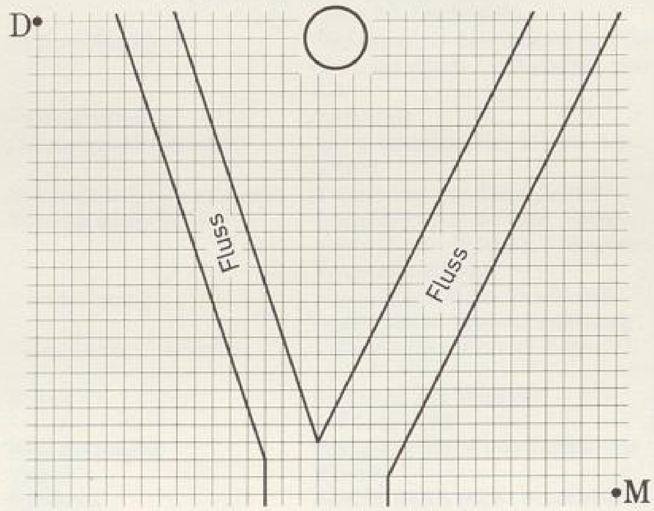
24. Zeichne das Dreieck ABC mit A(−1,5 | 3,5), B(4 | 0), C(1 | 6) und die Parallelen zur y-Achse:
a_1 durch (0 | 0) 7
a_2 durch (3 | 0) 2 0 13
a_3 durch (8 | 0) 1
Spiegle das Dreieck ABC der Reihe nach an den drei Achsen bis zum Endbild $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$.
Konstruiere eine einzige Spiegelachse a, die dasselbe leistet.

:25. Zeichne das Dreieck ABC mit A(1 | 6), B(4,5 | 11,5), C(4,5 | 6,5) und die Achsen:
a_1 = UV mit U(5,5 | 4,5) und V(7 | 1,5) 13
a_2 = WU mit W(1 | 0) 0 0 15
a_3 = XV mit X(5,5 | 0) 4
Spiegle das Dreieck ABC der Reihe nach an den drei Achsen bis zum Endbild $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$.
Gib eine Schubspiegelung an, die dasselbe leistet.

26. Zeichne das Dreieck ABC mit A(3 | 6,5), B(0,5 | 4), C(5 | 5) und die Achsen:
$a_1 = UC$ mit U(7,5 | 0)
$a_2 = OC$ mit O(0 | 0)
$a_3 = OU$
Spiegle das Dreieck ABC der Reihe nach an den drei Achsen bis zum Endbild $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$.
Gib eine Schubspiegelung an, die dasselbe leistet.

27. Plumsbüttel liegt am Ufer eines Flusses. Wo muss senkrecht über den Fluss eine Brücke gebaut werden, damit der Weg von Plumsbüttel nach Schnödsted möglichst kurz wird?
Miss den kürzesten Weg.





28. Duftafing und Muffhausen sind durch zwei Flüsse getrennt.
Wo müssen die beiden Brücken senkrecht zum Flussufer gebaut werden, damit der Weg zwischen beiden Ortschaften möglichst kurz wird?

•29. Zeichne drei Parallelen a, b und c; b liegt zwischen a und c so, dass der Abstand von b und a 2 und der Abstand von b und c 3 ist. Wähle auf a einen beliebigen Punkt A und konstruiere ein gleichseitiges Dreieck ABC mit B auf b und C auf c.

30. Zeichne die Punkte X(3 | 0), Y(13 | 2) und Z(5 | 9). A ist der Mittelpunkt von [XY]. Beschreibe dem Dreieck XYZ ein gleichseitiges Dreieck ABC ein.

31. Zeichne den Kreis k_1 um $M_1(3|3)$ mit $r_1 = 3$, den Kreis k_2 um $M_2(7|3)$ mit $r_2 = 2{,}5$ und den Kreis k_3 um $M_3(4|8)$ mit $r_3 = 4$. Punkt A(3 | 6) liegt auf k_1.
Konstruiere ein gleichseitiges Dreieck ABC mit B auf k_2 und C auf k_3. (Zwei Lösungen!)

32. Zeichne den Kreis k_1 um $M_1(10|8)$ mit $r_1 = 3$, den Kreis k_2 um $M_2(8{,}5|2)$ mit $r_2 = 2{,}5$ und den Kreis k_3 um $M_3(5|6)$ mit $r_3 = 2$. Punkt A(6 | 2) liegt auf k_2.
Konstruiere ein Quadrat ABCD mit B auf k_1 und D auf k_3.