Algebra

Barth, Friedrich

München, 1999

Aufgaben

urn:nbn:de:hbz:466:1-83513

Aufgaben

1. Führe das Gleichungssystem (I, II) nacheinander in die äquivalenten Systeme (I′, II′), …, (I″″, II″″) über, sodass gilt:
In I′ hat x den Koeffizienten 1.
In II″ kommt x nicht mehr vor.
In II‴ kommt x nicht mehr vor, und der Faktor bei y ist 1.
In I″″ kommt y nicht mehr vor, und der Faktor bei x ist 1.

a) I $2x+3y=2$
II $4x-9y=-1$

b) I $3x-11y=21$
II $4x+7y=28$

2. Weise mit Umformungen des Typs **(A)** und **(B)** nach, dass die Gleichungssysteme (I, II) und (I*, II*) äquivalent sind.
Bestimme sodann die Lösungsmenge.

a) I $x-2y=0$ I* $x-2y=0$
II $4x+y=9$ II* $9y=9$

b) I $5x+8y=-10$ I* $x+1{,}6y=-2$
II $3x+2y=1$ II* $-7x=-14$

3. Bestimme die Lösungsmenge nach dem Einsetzungsverfahren:

a) $2x+y=4$
$x+y=3$

b) $3{,}5x+5y=0$
$2{,}1x+3y=6$

c) $9x+4y=55$
$-5x+\ \ y=-37$

d) $\frac{2}{3}x+y=4$
$x+\frac{3}{2}y=6$

4. Verwende das Additionsverfahren:

a) $x+y=-8$
$x-y=2$

b) $3x+12y=5$
$2x+\ \ 8y=4$

c) $29x+37y=0$
$13x-17y=0$

d) $2x-5y=186$
$3x+4y=279$

5. a) Berechne durch zweimalige Anwendung des Additionsverfahrens (vgl. Beispiel 3, Seite 138) die Lösung des Gleichungssystems $(11x+15y=40)\wedge(21x-31y=13)$.

•**b)** Warum versagt die zweimalige Anwendung des Additionsverfahrens bei dem System $(16x+24y=5\frac{1}{3})\wedge(6x+9y=2)$?

•6. Stelle mithilfe der Determinante des Gleichungssystems fest, ob dieses genau eine Lösung hat. Berechne diese gegebenenfalls nach der Cramer'schen Regel. Bestimme andernfalls die Lösungsmenge durch Äquivalenzumformungen.

a) $3x+4y=0$
$4x-3y=25$

b) $8x-2y=1$
$-4x+y=-1$

c) $3{,}6x - 1{,}5y = 7{,}8$
$0{,}4x + 2{,}5y = -9{,}8$

d) $1{,}1x + 2{,}1y = 0$
$\frac{2}{7}x + \frac{6}{11}y = 0$

Bestimme bei den Gleichungssystemen der Aufgaben **7** bis **16** die Lösungsmengen.

7. $26x - 99y = 101$
$47x - 72y = 242$

8. $56x - 63y = 4$
$35x + 14y = 33$

9. $\frac{2}{5}x - 4y = -4$
$\frac{3}{4}x + \frac{2}{3}y = 17$

10. $\frac{5}{6}x + \frac{1}{3}y = 1$
$10x + \frac{32}{3}y = 7$

11. $6{,}5x - 10{,}4y = 13$
$-2{,}6x + 13{,}9y = -5{,}2$

12. $-3{,}24x + 16{,}2y = 14{,}58$
$1{,}62x + 4{,}05y = 9{,}72$

13. $\frac{11}{6}x + \frac{7}{8}y = \frac{3}{2}$
$\frac{1}{7}x + \frac{12}{35}y = \frac{3}{10}$

14. $0{,}7x + \frac{5}{6}y = 1{,}9$
$\frac{7}{9}x - y = -0{,}2$

15. $\frac{2}{3}x + \frac{9}{11}y = 5$
$1{,}2x - 1{,}8y = -9$

16. $\frac{3}{7}x - \frac{5}{14}y = 3{,}2$
$0{,}75x - 0{,}625y = 5$

17. Für welchen Punkt der Geraden mit der Gleichung $x + 2y - 6 = 0$ gilt:
a) Der Punkt hat zwei gleiche Koordinaten.
b) Die Abszisse des Punktes ist doppelt so groß wie seine Ordinate.
c) Die Ordinate ist um 3 größer als die Abszisse.

Gib jeweils zuerst das zu lösende Gleichungssystem an. Überprüfe die Ergebnisse an einer Zeichnung.

18. Stelle fest, ob die Geraden g_1 und g_2 einen Schnittpunkt haben, und berechne gegebenenfalls seine Koordinaten.

a) g_1: $3x + 2y - 1 = 0$
g_2: $x - y + 3 = 0$

b) g_1: $2{,}5x - \frac{5}{6}y + 2 = 0$
g_2: $-x + \frac{1}{3}y - 1 = 0$

c) g_1: $2{,}5x - 0{,}8y + 2 = 0$
g_2: $-x + \frac{1}{3}y - 1 = 0$

d) g_1: $5x + 2{,}25y + 4{,}5 = 0$
g_2: $3\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y - 3 = 0$

19. Eine einfache Aufgabe aus dem alten Babylon (um 2000 v. Chr.), gefunden in Susa: Ein Viertel der Breite zur Länge addiert ergibt 7 Handbreiten, Länge und Breite addiert macht 10 Handbreiten.

20. Eine Aufgabe von Geronimo CARDANO (1501–1576):
7 Ellen grüner Seide und 3 Ellen schwarzer Seide kosten 72 Pfund. 2 Ellen grüner Seide und 4 Ellen schwarzer Seide kosten 52 Pfund.

• **21.** Aufgabe 12 aus Buch I der *Zahlenlehre* des DIOPHANT (um 250 n. Chr.): Jemand drückt 100 auf zwei verschiedene Arten als zweigliedrige Summe aus, und zwar so, dass ein Summand der ersten Summe das Doppelte eines Summanden der zweiten Summe ist und dass der andere Summand der zweiten Summe das Dreifache des anderen Summanden der ersten Summe ist. Wie heißen die Summanden?