Algebra

Barth, Friedrich

München, 1999

6.7 Textaufgaben

urn:nbn:de:hbz:466:1-83513

9. $5x - \frac{8}{y} = 13$

$7x - \frac{10}{y} = 18{,}5$

10. $\frac{5}{x} + 3y = 1$

$\frac{15}{x} - 7y = 3$

11. $\frac{1}{x+y+1} + \frac{3}{x-y+1} = 2$

$\frac{4}{x+y+1} - \frac{9}{x-y+1} = 1$

12. $\frac{10}{x+2y-1} - \frac{3}{x+2y+8} = 2$

$\frac{10}{x+2y-1} + \frac{6}{x+2y+8} = -1$

13. $\frac{1}{2x-10y+30} + \frac{1}{3x+2y-11} = 0$

$\frac{-7}{x-5y+15} + \frac{6}{3x+2y-11} = 0{,}2$

14. $\frac{5}{x} + \frac{3}{y} + \frac{1}{z} = 14$

$\frac{1}{2x} + \frac{5}{2y} - \frac{1}{z} = \frac{5}{2}$

$\frac{2}{x} - \frac{3}{4y} + \frac{1}{3z} = \frac{3}{2}$

15. $\frac{2}{x+y} - \frac{1}{x+z} = \frac{3}{8}$

$\frac{1}{x+y} + \frac{9}{y+z} = \frac{3}{4}$

$\frac{5}{x+y} - \frac{6}{y+z} - \frac{4}{x+z} = \frac{5}{12}$

6.7 Textaufgaben

6.7.1 Bestimmung von Zahlen

1. Addiert man zu einer Zahl das Dreifache einer anderen, so ergibt sich 18. Subtrahiert man dagegen vom Dreifachen der ersten Zahl die zweite, so erhält man 4. Wie heißen die Zahlen?
2. Die Summe zweier Zahlen verhält sich zu ihrer Differenz wie 13 : 22. Die doppelte Summe der Zahlen übertrifft ihre Differenz um $\frac{8}{15}$.
3. Die Differenz zweier Zahlen ist eine gerade Primzahl. Ihre Summe ist gleich dem Quadrat dieser Primzahl.
4. Zwei natürliche Zahlen verhalten sich wie 2 : 7. Die kleinere ist in der größeren dreimal enthalten, wobei 9 als Rest bleibt.
5. Eine zweiziffrige Zahl ist viermal so groß wie die Quersumme. Vertauscht man die beiden Ziffern, so erhält man eine um 18 größere Zahl.

6. Die Zehnerziffer einer dreistelligen Zahl ist 6. Vertauscht man die Einer- mit der Hunderterziffer, so ergibt sich eine um 99 größere Zahl. Vertauscht man dagegen die Einer- mit der Zehnerziffer, so verkleinert sich die Zahl um 18.

7. Eine dreistellige Zahl, deren Wert sich bei Vertauschung der beiden ersten Ziffern nicht ändert, hat die Quersumme 15. Vertauscht man die beiden letzten Ziffern, so nimmt sie um 27 zu.

•**8.** Eine zweistellige Zahl ist durch 9 teilbar. Vertauscht man ihre beiden Ziffern, so ergibt sich eine Zahl, die um die Quersumme größer ist.

:**9.** Eine dreistellige Zahl ist durch 11 teilbar. Auf ihrer Zehnerstelle steht die Ziffer 8. Vertauscht man die Einer- mit der Hunderterziffer, so ergibt sich eine um 198 größere Zahl. (Anleitung: Eine Zahl ist durch 11 teilbar, wenn ihre »alternierende Quersumme«, das heißt die Summe der an 1., 3., 5., usw. Stelle stehenden Ziffern vermindert um die Summe der an 2., 4., 6., usw. Stelle stehenden Ziffern durch 11 teilbar ist.)

•**10.** Aus einer dreistelligen Zahl gewinnt man zwei vierstellige Zahlen, indem man eine gewisse Ziffer einmal davor setzt, das andere Mal hinten anhängt. Die Summe der so gewonnenen neuen Zahlen ist 11 803, ihre Differenz 3069. Wie heißt die ursprüngliche Zahl und welche Ziffer wurde angehängt? (Anleitung: Führe die neuen Zahlen als Unbekannte ein!)

11. Vergrößert man bei einem Bruch Zähler und Nenner um 1, so nimmt er den Wert $\frac{1}{2}$ an. Verkleinert man hingegen Zähler und Nenner um 3, so erhält der Bruch den Wert $\frac{1}{6}$. Wie heißt der ursprüngliche Bruch?

12. Subtrahiert man vom Zähler und vom Nenner eines Bruches die Zahl 6, so erhält er den Wert $\frac{4}{5}$. Verdoppelt man dagegen den Zähler und addiert zum Nenner 5, so erhält der Bruch den Wert $\frac{5}{4}$. Wie heißt der Bruch?

13. Zwei Zahlen verhalten sich wie 2 : 3; die Summe ihrer Kehrwerte ist 5.

•**14.** Zwei natürliche Zahlen verhalten sich wie 7 : 3. Dividiert man die größere durch die kleinere, so bleibt 37 als Rest.

•**15.** Eine zweistellige Zahl verhält sich zu der durch Vertauschung ihrer Ziffern entstehenden Zahl wie 8 : 3. Teilt man die kleinere der beiden Zahlen durch ihre Zehnerziffer, so ergibt sich 13, Rest 1.

:**16.** Eine vierstellige ungerade Zahl ist durch 25 teilbar. Ihre Quersumme hat den Wert 26. Addiert man die Zahl zu derjenigen, die durch Umkehrung ihrer Ziffernfolge entsteht, so erhält man 12661.

17. Eine Zahl liegt zwischen 300 und 400. Sie ist 36-mal so groß wie ihre Quersumme; ihre Zehnerziffer verhält sich zur Einerziffer wie 1 : 2.

18. Die Summe zweier Zahlen verhält sich zur Differenz wie 3 : 1, die Differenz zum Produkt wie 1 : 6.

•**19.** Die Quadrate zweier natürlicher Zahlen unterscheiden sich um 93. Wie lauten diese Zahlen?

20. Aufgabe 18 des 1. Buches der Ἀριθμητική des DIOPHANT (um 250 n. Chr.): Drei Zahlen sind gesucht, sodass je zwei zusammen die jeweils dritte entweder um 20 oder um 30 oder um 40 übertreffen.

6.7.2 Teilen und Verteilen

21. Eine Anzahl Personen ist auf zwei Räume verteilt. Gehen 13 Personen aus dem zweiten in den ersten Raum, so sind dort doppelt so viele wie im zweiten. Wenn sich noch weitere 12 Personen aus dem zweiten in den ersten Raum begeben, befinden sich in diesem gerade viermal so viele wie im zweiten Raum. Wie groß ist die Gesamtzahl der Personen und wie viele befanden sich anfangs in den einzelnen Räumen?

22. Die Schülerzahlen zweier Klassen verhalten sich wie 4 : 5. An einem bestimmten Tag fehlen in der einen Klasse 2, in der anderen 1 Schüler, wodurch das Verhältnis der Schülerzahlen 3 : 4 wird. Wie viele Schüler besuchen jede Klasse?

23. Bei einer Gesellschaft verhielt sich die Anzahl der Herren zur Zahl der anwesenden Damen wie 3 : 2. Nachdem drei der Herren sich vorzeitig verabschiedet hatten, kamen noch zwei Ehepaare hinzu. Nun verhielt sich die Anzahl der Herren zu derjenigen der Damen wie 5 : 4. Wie viele Damen und Herren waren zu Beginn anwesend?

24. Karl und Otto kaufen zusammen ein Los für 10 €, wozu Karl 6 € und Otto 4 € beisteuern. Sie gewinnen eine größere Summe, die sie im Verhältnis ihrer Einsätze aufteilen. Karl kauft sich von dem Gewinn ein Grundstück um 60 000 €, Otto ein Auto um 27 000 €. Danach verbleibt Otto gerade noch doppelt so viel wie Karl. Wie groß war der Gewinn und wie viel erhielt jeder davon?

•**25.** Kunze und Link gründen ein Geschäft, an dessen Grundkapital jeder mit einer gewissen Summe als Geschäftseinlage beteiligt ist. Das Doppelte des Anteils von Kunze ist um 5000 € größer als der dreifache Anteil von Link. Der Gewinn nach dem ersten Geschäftsjahr wird anteilmäßig auf die beiden Partner verteilt. Kunze erhält dabei um 22 500 €, Link um 13 500 € weniger als seine Einlage. Wie groß ist das Grundkapital des Geschäfts und mit welchen Summen sind die beiden Partner daran beteiligt? Welchen Gewinn erzielten sie im ersten Jahr?

26. Zur Belieferung ihrer Kunden läßt eine Firma eine Anzahl gleich schwerer Kisten auf zwei Lastwagen von 1,5 t bzw. 2 t Tragkraft verladen. Sie werden auf die beiden Wagen im Verhältnis der Tragfähigkeit verteilt. Beim ersten Kunden werden vom kleineren Wagen 20, vom größeren 10 Kisten abgeladen. Nun enthält der größere Wagen doppelt so viel Ladegut wie der kleinere. Wie viele Kisten befanden sich ursprünglich auf jedem Wagen?

27. Ein erstes Petroleumfass enthält 8 l weniger als ein zweites. Gießt man nun aus dem zweiten 28 l in das erste Fass, so enthält dieses dreimal so viel wie jenes. Wie viel Liter Petroleum waren anfangs in jedem Fass?

28. Ein Bauer hat auf seinem Hof $2\frac{1}{2}$-mal so viel Hühner wie Kühe. Alle Hühner und Kühe zusammen haben 90 Füße. Wie viele Hühner und Kühe sind es?

•29. Ein Buchhändler bezieht drei verschiedene Sorten von Büchern zum Preis von 40 €, 12 € und 7 € pro Stück. Es sind insgesamt 100 Bücher, und die Rechnung lautet auf 1000 €. Wie viele Bücher von jeder Sorte waren es?

:30. Aus dem griechischen *Papyrus Michigan* (1. Hälfte des 3. Jh.s n. Chr.): 9900 Drachmen* sollen an 4 Personen verteilt werden. Dabei erhält die vierte Person 300 Drachmen mehr, als die drei anderen zusammen erhalten; die dritte Person erhält 300 Drachmen mehr, als die erste und zweite zusammen erhalten; die zweite Person schließlich erhält mehr als die erste, und zwar um $\frac{1}{7}$ dessen, was die erste bekommt. Wie viel erhält jeder?

6.7.3 Mischungsaufgaben

31. Mischt man 7 kg einer ersten Kaffeesorte mit 9 kg einer zweiten Sorte, so ist der Preis für 1 kg der Mischung 10,25 €. Werden jedoch 9 kg der ersten mit 7 kg der zweiten Sorte gemischt, so kommt 1 kg der Mischung auf 9,75 € zu stehen. Was kostet 1 kg der ersten bzw. zweiten Sorte?

32. Von zwei Kaffeesorten kostet 1 kg der ersten 10 €, 1 kg der zweiten 14 €. Welche Mengen von beiden Sorten müssen gemischt werden, wenn 1 kg der Mischung 11 € kosten soll und außerdem von der zweiten Sorte 5 kg weniger als von der ersten in der Mischung enthalten sein sollen?

•33. Wird eine bestimmte Menge Salzlösung mit 187,5 cm^3 Wasser verdünnt, so ergibt sich eine 10 %ige Mischung. Gießt man noch weitere 375 cm^3 Wasser dazu, dann enthält die neue Lösung nur noch 5 % Salz. Wie viel Gramm Salzlösung waren ursprünglich vorhanden und wie hoch war ihr Prozentgehalt? (Führe die Masse des ursprünglich vorhandenen Wassers und die des darin gelösten Salzes als Unbekannte ein!)

34. Von zwei Gefäßen enthält das eine 5 %ige, das andere 12 %ige Salzlösung. Schüttet man den Inhalt beider Gefäße zusammen, so ergibt sich eine 9,2 %ige Lösung. Wird diese noch mit 650 cm^3 reinem Wasser verdünnt, so sinkt ihr Salzgehalt auf 4 %. Wie viel Gramm waren ursprünglich von jeder Lösung vorhanden?

35. Mischt man 200 cm^3 einer ersten Salzlösung mit 150 cm^3 einer zweiten, so ergibt sich eine Lösung von der Dichte 1,08 g/cm^3. Nimmt man dagegen

* *δραχμή* (drachmé) = *eine Handvoll* (kleinerer Münzen), meist eine Silbermünze mit von Gegend zu Gegend verschiedenem Wert.

150 cm^3 der ersten und 200 cm^3 der zweiten Lösung, so hat die Mischung die Dichte 1,09 g/cm^3. Welche Dichte haben die beiden Ausgangslösungen?

•**36.** Luft ist (im Wesentlichen) eine Mischung der Gase Sauerstoff und Stickstoff. Sauerstoff hat unter Normalbedingungen (0 °C, 1013 hPa) die Dichte 0,00143 kg/dm^3, Stickstoff 0,00125 kg/dm^3 und Luft 0,00129 kg/dm^3. Wie viel kg Sauerstoff bzw. Stickstoff befinden sich unter Normalbedingungen in einem Zimmer von 5 m Länge, 4 m Breite und 2,5 m Höhe?

37. Wenn man 2 g einer ersten Goldsorte mit 3 g einer zweiten mischt, entsteht eine Legierung vom Feingehalt* 500. Mischt man dagegen 7 g der ersten Sorte mit 3 g der zweiten, so erhält man eine Legierung vom Feingehalt 425. Bestimme die Feingehalte der beiden Goldsorten.

38. Eine Goldlegierung wird mit 1,3 g Kupfer verschmolzen, wodurch eine Legierung vom Feingehalt* 553,5 entsteht. Nachdem noch weitere 2 g Kupfer hinzugegeben wurden, hat die Legierung den Feingehalt 369. Wie viel Gramm der ursprünglichen Legierung wurden verwendet und welchen Feingehalt hatte sie?

:**39.** Das Epigramm** des Metrodoros (330 n. Chr.):
Schmied einen Kranz mir, du Künstler! Nimm Gold und Kupfer zur Mischung, gieß auch Zinn noch hinzu und hartes Eisen! Denn sechzig Minen*** wiege der Kranz: Das Gold mit dem Kupfer zusammen wiege zwei Drittel vom Ganzen; das Gold mit dem Zinne zusammen wiege drei Viertel davon; das Gold mit dem Eisen hinwieder wiege drei Fünftel vom Kranz. Nun sag mir genauestens, wie viel du Gold benötigst dazu, wie viel von dem Kupfer, wie viel du Zinn auch benötigst, und sag, wie viel Eisen brauchst du am Ende, dass ein Kranz mir entsteht von sechzig Minen zusammen.

6.7.4 Bewegungsaufgaben

40. Klaus und Heinz wohnen in zwei Orten, die 22,5 km voneinander entfernt sind. Um sich zu treffen, gehen sie einander entgegen. Heinz bricht um 8 Uhr auf, während Klaus sich erst eine Viertelstunde später auf den Weg macht. Sie begegnen sich um 10.38 Uhr. Wären beide gleichzeitig weggegangen, hätten sie sich nach genau $2\frac{1}{2}$ Std. getroffen. Wie viel km legte jeder in der Stunde zurück?

41. Ein Schleppzug durchfährt auf der Donau die 288 km lange Strecke von Passau nach Wien stromabwärts in 14 Std. 24 Min., stromaufwärts in

* Der Feingehalt ist der in Promille der Gesamtmasse ausgedrückte Gehalt an reinem Edelmetall.

** ἐπίγραμμα (epigramma) = *Aufschrift*, *Inschrift*, hier *Sinngedicht*, eine poetische Form, in der ein Gedanke in konzentrierter Weise dargestellt wird.

*** μνᾶ (mna), lat. *mina*, ein orientalisches Lehnwort, bezeichnet eine Gewichtseinheit, die in Griechenland entweder 623,7 g (äginäisch) oder 436,6 g (attisch) entsprach.

32 Std. Berechne die mittlere Eigengeschwindigkeit des Schleppzuges und die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Flusses.

42. Ein Schwimmer steigt in einen Fluss und versucht zunächst 1 Minute lang gegen die Strömung zu schwimmen. Er wird dabei jedoch 42 m abgetrieben. Daraufhin wendet er und schwimmt nun 3 Min. mit der Strömung. Er steigt 492 m von seinem Ausgangspunkt entfernt an Land. Wie viel Meter pro Sekunde legte er gegenüber dem Wasser im Durchschnitt zurück und wie groß war die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses?

43. An einem Föhntag startet in Fürstenfeldbruck ein Düsenflugzeug zu einem Testflug. Als Prüfstrecke dient die Entfernung zwischen einer bestimmten Marke auf dem Flugplatz und dem Gipfel der Zugspitze; sie beträgt 88,4 km. Für den Hinflug stoppt der Bordfunker eine Zeit von $276\frac{1}{4}$ s, für den Rückflug 260 s. Wie groß war die Eigengeschwindigkeit des Flugzeugs und diejenige des Windes, wenn man annimmt, dass die Flugstrecke genau in Windrichtung verlief? Wurde die »Schallmauer« durchbrochen? (Schallgeschwindigkeit: 340 m/s)

44. Ein Lastwagen fährt von München auf der Autobahn nach Nürnberg. 20 Min. später folgt ihm ein Personenkraftwagen, der ihn in 1 Std. einholt. Nach weiteren 20 Min. hat der Personenkraftwagen einen Vorsprung von 10 km. Berechne die Geschwindigkeit des Last- bzw. Personenkraftwagens.

45. Otto und Klaus tragen in einem Stadion ein Radrennen aus. Nachdem Otto $5\frac{1}{4}$ Runden gefahren ist, wird er von dem schnelleren Klaus zum ersten Mal überrundet. Beim Überholen stürzt jedoch Klaus vom Rad, zum Glück ohne ernstere Folgen. Bis er von neuem starten kann, ist Otto um 105 m weitergefahren. Klaus fährt mit der früheren Geschwindigkeit und holt Otto nach 94,5 s erneut ein. Wie viel km/h betragen die Geschwindigkeiten der beiden Fahrer?

46. Auf einer geschlossenen Aschenbahn von 350 m Länge starten zwei Läufer von demselben Punkte aus in entgegengesetzter Richtung. In dem Augenblick, in dem der schnellere gerade die halbe Bahn durchlaufen hat, beträgt der Abstand der beiden Läufer noch $16\frac{2}{3}$ m. Sie begegnen sich zum ersten Mal genau 25 s nach dem Start. Welche durchschnittliche Geschwindigkeit hat jeder der beiden Läufer?

47. Klaus und Peter starten gleichzeitig zu einem Wettlauf. Die Geschwindigkeit von Klaus ist um 12,5 % größer als die von Peter. Nachdem Klaus zum 340 m entfernten Ziel gelangt ist, kehrt er sofort um und trifft beim Rücklauf auf Peter, genau 40 s nach dem gemeinsamen Start. Wie groß sind die Geschwindigkeiten der beiden Läufer und in welcher Entfernung vom Startpunkt treffen sie zusammen?

48. Von zwei ineinander greifenden Zahnrädern hat das eine 8 Zähne mehr als das andere. 5 Umdrehungen des kleineren Rades entsprechen gerade 3 Umdrehungen des größeren. Wie viel Zähne hat jedes der beiden Räder?

•**49.** Bei einer Schnellzugslokomotive macht auf einer Strecke von 441 m das Laufrad 112 Umdrehungen mehr als das größere Treibrad. Auf je 7 Umdrehungen des Laufrads kommen 3 Umdrehungen des Treibrads. Wie viele Umdrehungen macht das Treibrad auf einer Strecke von 10,5 km?

6.7.5 Aufgaben aus der Geometrie

50. In einem gleichschenkligen Dreieck verhält sich der Winkel an der Spitze zu einem Basiswinkel wie **a)** 6 : 7, **b)** 23 : 1. Berechne alle Winkel des Dreiecks.

51. Von den Winkeln α, β und γ eines Dreiecks verhält sich α zu β wie 5 zu 6, β zu γ wie 2 zu 3. Bestimme die drei Winkel.*

52. Die Hälfte eines Umfangswinkels ist um 6° kleiner als der dritte Teil des zugehörigen Zentriwinkels. Bestimme die beiden Winkel.

53. Von den drei aufeinander folgenden Winkeln α, β, γ eines Sehnenvierecks messen α und β zusammen 213°, β und γ zusammen 231°. Berechne sämtliche Winkel des Vierecks.

54. In einem gleichschenkligen Dreieck von 32,5 cm Umfang ist ein Schenkel 5-mal so lang wie der dritte Teil der Basis. Berechne die drei Seiten.

55. Ein rechteckiger Bogen Papier vom Format DIN A4 hat einen Umfang von 102 cm. Die Seiten verhalten sich (ziemlich genau) wie 10 : 7. Bestimme Länge und Breite.

56. Die Mittelparallele eines Trapezes misst 6,8 cm. Die beiden parallelen Seiten verhalten sich wie 7 : 10. Berechne ihre Länge.

57. In einem Tangentenviereck mit den aufeinander folgenden Seiten a, b, c, d sind a und c zusammen 84 cm lang, während b und d sich wie 10 : 11 verhalten. Berechne b und d.

58. In einem Tangentenviereck mit den aufeinander folgenden Seiten a, b, c, d beträgt die Summe aus a und b 14 cm, ferner verhält sich a zu d wie 4 : 7. Wie groß sind die vier Seiten, wenn der Umfang 40 cm beträgt?

59. Die Fläche eines Rechtecks bleibt ungeändert, wenn man die erste Seite um 2 cm größer, die zweite um 1 cm kleiner macht. Verkleinert man hingegen die erste Seite um 1 cm und vergrößert die zweite um 2 cm, so hat das neue Rechteck einen um 3 cm² größeren Flächeninhalt. Berechne die Seiten des ursprünglichen Rechtecks.

* Der deutsche Dichter und Mathematiker Abraham Gotthelf KÄSTNER (27.9.1719 Leipzig – 20.6.1800 Göttingen) brachte 1764 die Sitte auf, die Innenwinkel eines Dreiecks mit α, β und γ zu bezeichnen. Allgemein üblich wurde diese Bezeichnungsweise seit 1826 durch den deutschen Straßenbauingenieur und Mathematiker August Leopold CRELLE (17.3.1780 Eichwerder bei Wriezen – 6.10.1855 Berlin), der zahlreiche Rechenbücher verfasste und 1826 das heute noch existierende *Journal für reine und angewandte Mathematik*, eine angesehene Fachzeitschrift, begründete.

60. Ein Rechteck hat einen Umfang von 34 cm. Wenn man seine Länge verdoppelt und die Breite um 3,5 cm verkleinert oder die Breite verdoppelt und die Länge um 5 cm verringert, so sind die entstehenden Rechtecke flächengleich. Berechne Länge und Breite des ursprünglichen Rechtecks.

61. Vergrößert man bei einem Rechteck die eine Seite um 2 dm und verringert die andere um 4 dm, so erhält man ein flächengleiches Quadrat. Wie lang sind die Seiten des Rechtecks?

62. Ein Rechteck von 28,6 cm Umfang wird im Maßstab 5 : 1 vergrößert. Im neuen Rechteck ist der Unterschied der beiden Seiten gleich der kleineren Seite des ursprünglichen Rechtecks. Berechne dessen Seiten.

6.7.6 Verschiedenes

63. Aus der *Rechenung auff der linihen vnd federn* des Adam Ries (1492–1559) von 1522 nach der Ausgabe von 1574, dem *Rechenbuch auff Linien und Ziphren*:

Jtem/ zween wöllen ein Pferdt kauffen/ Als A. vnd B. für 15. fl. Spricht A. zum B. gib mir deines gelts ein drittheil/ ſo wil ich meins darzu thun / vnd das Pferdt bezahlen. Spricht B. zum A. gib mir von deinem gelt ein viertheil/ ſo wil ich mit meinem gelt hinzu gethan das pferdt bezahlen. Nun frage ich/ wie viel jeglicher in ſonderheit gelts hab?

64. Frau Koch kauft in einem Lebensmittelgeschäft 1,5 kg Zucker und 5 kg Mehl. Der Gesamtpreis dafür ist 8,30 €. Eine andere Kundin bezahlt für 1 kg Zucker und 2 kg Mehl 3,80 €. Berechne den Preis für 1 kg Zucker und 1 kg Mehl.

65. Zur Ergänzung seiner Wohnungseinrichtung hat Herr Knapp ein Darlehen zu 6 % aufgenommen, von dem er am Ende eines jeden Jahres außer dem Zins noch eine feste Rate zurückbezahlt. Nach dem ersten Jahr hat er 1196 €, nach dem zweiten Jahr 1140,80 € zu entrichten. Welches Kapital hat er aufgenommen und wie groß ist die Rückzahlungsrate?

66. Ein erstes Kapitel, das $5\frac{1}{2}$ % Zinsen trägt, bringt ebenso viel ein wie ein zweites Kapitel, das zu $6\frac{1}{2}$ % ausgeliehen ist. Wäre umgekehrt das erste zu $6\frac{1}{2}$ % und das zweite zu $5\frac{1}{2}$ % angelegt, so wäre der Jahreszins beider Kapitalien um 20 € größer als vorher. Wie groß sind die beiden Kapitalien?

67. In einer Verkaufsstelle für Heizöl wird die Monatsabrechnung aufgestellt. Eingekauft wurden 82 t, während 76 t verkauft wurden. Es ergibt sich ein Einnahmeüberschuss von 3224 €. Wie groß ist der Einkaufs- bzw. Verkaufspreis einer Tonne Heizöl, wenn das Unternehmen mit 25 % Gewinn arbeitet?

68. Die Kosten für elektrische Energie setzen sich aus einem monatlichen Grundpreis und dem sog. Arbeitspreis zusammen. In einem Haushalt wurden in den ersten vier Monaten eines Jahres 1730 Kilowattstunden (kWh) verbraucht. In der Jahresabrechnung war für diesen Zeitraum ein Betrag von 259,25 € angegeben. Ab Mai galt ein um 0,5 Cent/kWh höherer Arbeitspreis. Für die restlichen acht Monate, in denen 3165 kWh verbraucht wurden, mussten 491,55 € bezahlt werden. Wie hoch war der monatliche Grundpreis und welcher Arbeitspreis pro kWh wurde zuletzt berechnet?

69. Von zwei Konservendosen hat die erste 153 g brutto, die zweite 576 g brutto. Ihre Nettogewichte verhalten sich wie 1 : 4. Von den leeren Dosen ist die zweite um 15 g schwerer als die erste. Wie viel Prozent beträgt bei jeder Dose die Tara? Wie groß sind die Nettogewichte?*

70. An einer Balkenwaage hängen links ein Kohlestück von der Dichte $1{,}4\ g/cm^3$, rechts ein Granitstein von der Dichte $2{,}8\ g/cm^3$. Die Waage ist im Gleichgewicht, wenn man die beiden Körper vollständig in Wasser eintauchen lässt. Um in Luft Gleichgewicht herzustellen, muss rechts eine zusätzliche Masse von 63 g angehängt werden. Bestimme die Volumina der beiden Körper.

71. Vor 3 Jahren war der Vater 4-mal so alt, wie sein Sohn heute ist. Nach 19 Jahren ist der Vater gerade doppelt so alt wie der Sohn. Wie alt sind beide jetzt?

72. Hans sagt zu seinem Bruder Otto: »In 3 Jahren wirst du gerade doppelt so alt sein wie ich.« Hierauf antwortet Otto: »Vor 5 Jahren war ich sogar 6-mal so alt wie du.« Wie alt sind Hans und Otto?

73. The combined ages of Mary and Ann are 48 years. Mary is twice as old as Ann was, when Mary was half as old as Ann will be, when Ann is three times as old as Mary was, when Mary was three times as old as Ann.

74. Ein etwas neugieriger Herr fragte bei einem Ball zwei Schwestern nach ihrem Alter. Die Ältere gab ihm zur Antwort: »Vor 20 Jahren war ich gerade doppelt so alt wie meine Schwester. In 20 Jahren werde ich doppelt so alt sein, wie meine Schwester heute ist.« – »Danke«, sagte der Herr geschmeichelt und begann eifrig zu rechnen. Zu welchem Ergebnis kam er?

75. Bei einer Gesellschaft wollte ein Herr das Alter seiner Tischdame in Erfahrung bringen. Da er es aber nicht für schicklich hielt, sie direkt danach zu fragen, bat er sie, es erraten zu dürfen. Nachdem sie sich damit einverstanden erklärt hatte, gab er ihr Papier und Bleistift und sagte:
»Schreiben Sie bitte heimlich Ihre Telefonnummer auf den Zettel und multiplizieren Sie diese mit 20; nun 31 addieren, das Ergebnis mit 5 multiplizieren und Ihr Alter dazuzählen. Wollen Sie schließlich noch die Anzahl der Tage von 30 Wochen, also 210, hinzuzählen und 365 abziehen. Nennen Sie mir nun bitte die gefundene Zahl.« – »Gern«, sagte die Dame, »sie

* Das Wort **Tara** ist arabischen Ursprungs: *tarh = wegwerfen, abziehen.* Gegen Ende des 15. Jh.s wird es italienisiert zu tara, womit spätestens seit dem 16 Jh. das Gewicht der Verpackung bezeichnet wird. Ende des 15. Jh.s kommen dann **netto** (= *rein*) zur Bezeichnung des reinen Warenanteils und schließlich Anfang des 16. Jh.s **brutto** (= *roh, gesamt*) zur Bezeichnung des Gesamtgewichts in Gebrauch. Im Laufe des 16. Jh.s werden die Ausdrücke ins Deutsche übernommen.

heißt 6362832.« – »Dann sind Sie 32 Jahre alt«, rief der Herr, »und außerdem ist Ihre Telefonnummer 63628.« – »Das stimmt«, sagte verblüfft die Dame und wusste nicht, wie sie sich das Rätsel erklären sollte. Kannst du es lösen?

76. Hans möchte Ottos Geburtsdatum erraten. Er lässt ihn zu diesem Zweck folgende Rechnung ausführen: »Schreibe, ohne dass ich es sehen kann, auf ein Blatt dein Geburtsjahr, multipliziere es mit 5 und zähle 3 hinzu; vervielfache nun mit 20, addiere 52 und die Nummer deines Geburtsmonats und ziehe sodann 112 ab. Verdopple das Ergebnis, zähle 31 hinzu und multipliziere die erhaltene Zahl mit 50. Addiere jetzt noch 365 und die Nummer des Tages deiner Geburt und vermindere das Ganze um 1915.« Etwas erschöpft nennt Otto die Zahl 19760417. »Dann bist du also am 17. April 1976 geboren«, antwortet Hans. Erkläre dies!

77. Die Entfernung zweier Bäume schätzte Karl auf 85 m, Fritz auf 75 m, wobei Karl zu viel und Fritz zu wenig schätzte. Der Schätzfehler von Fritz war $2\frac{1}{3}$-mal so groß wie jener von Karl. Um wie viel Meter hatte sich jeder verschätzt? Wie groß war die wirkliche Entfernung?

78. Der Stausee eines Elektrizitätswerks wird über einen Zuflusskanal mit Wasser versorgt. Wenn 3 von den 5 gleich starken Turbinen in Betrieb sind, nimmt der Inhalt des Stausees in 12 Stunden um 360 000 m^3 zu. Sind jedoch alle 5 Turbinen eingeschaltet, so verringert sich bei unverändertem Zufluss der Wasservorrat in 6 Stunden um 300 000 m^3. Wie viel m^3 Wasser fließen dem Stausee in einer Stunde zu und welche Wassermenge benötigt eine Turbine in der Stunde?

• **79.** Da der Trinkwasserspeicher einer Stadt um 11 Uhr nur noch zur Hälfte gefüllt ist, wird eine Förderpumpe eingeschaltet. Dennoch sinkt infolge des starken Verbrauchs bis 12 Uhr der Wasservorrat auf $\frac{2}{5}$ des gesamten Fassungsvermögens. Deshalb wird nun noch eine zweite, gleich starke Förderpumpe in Betrieb genommen. Daraufhin hat sich bis 14 Uhr der Speicher zu $\frac{4}{5}$ gefüllt, obwohl der Wasserverbrauch während der ganzen Zeit konstant blieb. In welcher Zeit würde nun nach Ausschalten beider Pumpen der Behälter leer sein, wenn der Verbrauch konstant bliebe? Wie lange braucht eine der Pumpen um den leeren Behälter zu füllen, wenn dabei keine Wasserentnahme erfolgt?

80. Aus dem *Chiu Chang Suan Shu* (Buch VIII, Aufgabe 1):
Aus 3 Garben einer guten Ernte, 2 Garben einer mittelmäßigen Ernte und 1 Garbe einer schlechten Ernte erhält man den Ertrag von 39 Tou. Aus 2 Garben einer guten Ernte, 3 Garben einer mittelmäßigen Ernte und 1 Garbe einer schlechten Ernte erhält man den Ertrag von 34 Tou. Aus 1 Garbe guter Ernte, 2 Garben mittelmäßiger Ernte und 3 Garben schlechter Ernte erhält man den Ertrag von 26 Tou. Frage: Wie viel ist jedes Mal aus 1 Garbe der Ertrag der guten, mittelmäßigen und schlechten Ernte? (1 Tou $\approx$ 0,2 dm^3)

81. Zwei Heimarbeiterinnen stellen für eine Firma denselben Serienartikel her. Als die zweite mit der Arbeit anfängt, hat die erste bereits 5 Stück fertig gestellt. Da die zweite Arbeiterin flinker ist und die erste außerdem eine Pause von einer halben Stunde einlegt, holt sie diese nach 2 Std. ein. Nach weiteren 3 Std. beendet die zweite ihre Arbeit, während die erste noch eine halbe Stunde länger tätig sein muss, um dieselbe Stückzahl zu erreichen. Wie viel Stück fertigt jede Arbeiterin pro Stunde an?

82. Eine Tischdecke von 1,60 m Länge und 1,30 m Breite wird auf einer Nähmaschine mit einer Doppelnaht eingesäumt, wobei die zweite Naht mit einer etwas größeren Stichweite genäht wird als die erste. Auf diese Weise treffen bei der zweiten Naht auf die Längsseite 160 Stiche weniger als bei der ersten. Zum Einsäumen des Tischtuchs waren insgesamt 5220 Stiche notwendig. Welche Stichlängen haben die beiden Nähte?

83. Ein rechteckiges Grundstück wird so umzäunt, dass in jeder Ecke ein Pfosten steht und die einzelnen Pfosten in gleichem Abstand aufeinander folgen. Auf der Längsseite stehen 7 Pfosten mehr als auf der Breitseite. Wie viele Pfosten stehen auf einer Längs- bzw. auf einer Breitseite, wenn sich die Länge des Grundstücks zu seiner Breite wie 3 : 2 verhält?

• **84.** Ein rechteckiges Grundstück von 126 m Länge und 42 m Breite soll mit Obstbäumen bepflanzt werden, die in Längs- und Querreihen angeordnet sind. Dabei soll der Abstand eines äußeren Baumes von der Grenze des Grundstücks gleich dem halben Baumabstand in der betreffenden Richtung sein. Bei einer ersten Planung wird vorgesehen, dass der Abstand zwischen zwei Längsreihen ebenso groß ist wie der zwischen zwei Querreihen. Danach entschließt sich der Besitzer jedoch, die Zahl der Längsreihen um 1, die der Querreihen um 2 zu erhöhen, wodurch er 32 Bäume mehr unterbringt. Wie viele Bäume werden also endgültig gepflanzt?

• **85.** Als Abschluß seiner *Arithmetica integra* – »Die ganze Arithmetik« – von 1544 bringt Michael Stifel (1487(?)–1567) ein *exemplum pulchrum*, ein »schönes Beispiel«:
Drei Reisende finden, während sie zusammen so dahingehen, einen Ranzen mit 73 Gulden. Sie stellen fest, dass diese 73 Gulden zusammen mit der Barschaft der ersten beiden das Doppelte dessen sind, was der erste und dritte und der zweite und dritte gemeinsam bei sich haben. Diese 73 Gulden ergeben aber auch mit dem Besitz des ersten und dritten das Dreifache dessen, was der zweite und dritte und der erste und zweite mit sich führen. Und schließlich ergeben diese 73 Gulden zusammen mit der Barschaft des zweiten und dritten das Vierfache dessen, was der erste und zweite und der erste und dritte zusammen bei sich tragen. Wie viele Gulden besitzt jeder?

Zu Seite 165:

Aus der Vorrede zu Buch IX der *Zehn Bücher über die Architektur* des VITRUV, Übersetzung von C. FENSTERBUSCH.

9. Obwohl aber ARCHIMEDES viele verschiedene, bewundernswerte Entdeckungen gemacht hat, scheint von allen diese, von der ich nun berichte, auch mit unendlich großem schöpferischem Geist erarbeitet zu sein. In Syrakus nämlich hatte sich HIERON DER JÜNGERE zu einer starken Königsmacht emporgeschwungen. Als er nach seinen Siegen den unsterblichen Göttern in einem Heiligtum einen goldenen Kranz als Weihegabe niederzulegen beschlossen hatte, verdingte er die Anfertigung um einen Arbeitslohn und wog dem Unternehmer das Gold genau nach Gewicht zu. Dieser legte zur gegebenen Zeit das schön handgearbeitete Werkstück zur Abnahme vor, und er schien das Gewicht des Kranzes genau abgeliefert zu haben. 10. Später wurde Anzeige erstattet, es sei Gold weggenommen und dem Kranz ebenso viel Silber beigemischt worden. HIERON war darüber erbost, dass er betrogen war. Da er jedoch kein Mittel ausfindig machen konnte, wie er die Unterschlagung nachweisen konnte, bat er ARCHIMEDES, er sollte es übernehmen, sich darüber Gedanken zu machen. Während dieser darüber nachdachte, ging er zufällig in eine Badestube und, als er dort in die Badewanne stieg, bemerkte er, dass ebenso viel wie er von seinem Körper in die Wanne eintauchte, an Wasser aus der Wanne herausfloss. Weil (dieser Vorgang) einen Weg für die Lösung der Aufgabe gezeigt hatte, hielt er sich daher nicht weiter auf, sondern sprang voller Freude aus der Badewanne, lief nackend nach Hause und rief mit lauter Stimme, er habe das gefunden, was er suche. Laufend rief er nämlich immer wieder griechisch: „Ich hab's gefunden! Ich hab's gefunden". 11. Dann aber soll er in Verfolg dieser Entdeckung zwei Klumpen von dem gleichen Gewicht, das auch der Kranz hatte, gemacht haben, einen aus Gold, einen zweiten aus Silber. Danach füllte er ein großes Gefäß bis an den äußersten Rand mit Wasser, und dahinein tauchte er den Silberklumpen. Der Größe des in das Wasser eingetauchten Silberklumpens entsprach die Menge des abfließenden Wassers. Dann nahm er den Klumpen heraus. Darauf goss er, mit einem Sextar* abmessend, so viel Wasser, wie es weniger geworden war, in das Gefäß nach, sodass das Wasser in derselben Weise, wie es vorher gewesen war, mit dem Rand eine waagerechte Fläche bildete. So fand er daraus, welches bestimmte Gewicht Silber einem bestimmten Maß Wasser entsprach. 12. Nachdem er dies festgestellt hatte, tauchte er in der gleichen Weise den Goldklumpen in das volle Gefäß, nahm ihn wieder heraus, fügte in der gleichen Weise das abgemessene Quantum Wasser hinzu und fand, weil der Messbecher eine geringere Anzahl von Sexteln Wasser anzeigte, um wie viel bei gleich großem Gewicht ein Goldklumpen in seinem Volumen kleiner ist als ein Silberklumpen. Später aber füllte er das Gefäß wieder auf, tauchte den Kranz selbst in das gleiche Wasser hinein und fand, dass, als der Kranz eingetaucht war, mehr Wasser (aus dem Messbecher) abgeflossen war als dann, als der Goldklumpen von gleichem Gewicht eingetaucht war. Und so errechnete er aus dem, was im Falle des Kranzes mehr an Wasser zugetan war als im Falle des Goldklumpens, die Beimischung des Silbers zum Gold und wies sie und die handgreifliche Unterschlagung des Goldarbeiters nach.

* sextarius = 0,547 l, der 6. Teil eines congius