



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Algebra

Barth, Friedrich

München, 1999

6.7.6 Verschiedenes

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83513](#)

- 60.** Ein Rechteck hat einen Umfang von 34 cm. Wenn man seine Länge verdoppelt und die Breite um 3,5 cm verkleinert oder die Breite verdoppelt und die Länge um 5 cm verringert, so sind die entstehenden Rechtecke flächengleich. Berechne Länge und Breite des ursprünglichen Rechtecks.
- 61.** Vergrößert man bei einem Rechteck die eine Seite um 2 dm und verringert die andere um 4 dm, so erhält man ein flächengleiches Quadrat. Wie lang sind die Seiten des Rechtecks?
- 62.** Ein Rechteck von 28,6 cm Umfang wird im Maßstab 5 : 1 vergrößert. Im neuen Rechteck ist der Unterschied der beiden Seiten gleich der kleineren Seite des ursprünglichen Rechtecks. Berechne dessen Seiten.

6.7.6 Verschiedenes

- 63.** Aus der *Rechenung auff der linihen vnd federn* des Adam RIES (1492–1559) von 1522 nach der Ausgabe von 1574, dem *Rechenbuch auff Linien und Ziphren*:
- Jeem/ zween wöllen ein Pferde kauffen/ Als
A. vnd B. für 15. fl. Spricht A. zum B. gib mir
deines gelts ein drittheil/ so wil ich meins darzu
thun / vnd das Pferdt bezahlen. Spricht B.
- zum A. gib mir von deinem gelt ein viertheil/ so
wil ich mit meinem gelt hinzu gehan das pferde
bezahlen. Nun frage ich/ wie viel jeglicher in
sonderheit gelts hab?
- 64.** Frau Koch kauft in einem Lebensmittelgeschäft 1,5 kg Zucker und 5 kg Mehl. Der Gesamtpreis dafür ist 8,30 €. Eine andere Kundin bezahlt für 1 kg Zucker und 2 kg Mehl 3,80 €. Berechne den Preis für 1 kg Zucker und 1 kg Mehl.
- 65.** Zur Ergänzung seiner Wohnungseinrichtung hat Herr Knapp ein Darlehen zu 6% aufgenommen, von dem er am Ende eines jeden Jahres außer dem Zins noch eine feste Rate zurückbezahlt. Nach dem ersten Jahr hat er 1196 €, nach dem zweiten Jahr 1140,80 € zu entrichten. Welches Kapital hat er aufgenommen und wie groß ist die Rückzahlungsrate?
- 66.** Ein erstes Kapitel, das $5\frac{1}{2}\%$ Zinsen trägt, bringt ebenso viel ein wie ein zweites Kapitel, das zu $6\frac{1}{2}\%$ ausgeliehen ist. Wäre umgekehrt das erste zu $6\frac{1}{2}\%$ und das zweite zu $5\frac{1}{2}\%$ angelegt, so wäre der Jahreszins beider Kapitalien um 20 € größer als vorher. Wie groß sind die beiden Kapitalien?
- 67.** In einer Verkaufsstelle für Heizöl wird die Monatsabrechnung aufgestellt. Eingekauft wurden 82 t, während 76 t verkauft wurden. Es ergibt sich ein Einnahmeüberschuss von 3224 €. Wie groß ist der Einkaufs- bzw. Verkaufspreis einer Tonne Heizöl, wenn das Unternehmen mit 25% Gewinn arbeitet?
- 68.** Die Kosten für elektrische Energie setzen sich aus einem monatlichen Grundpreis und dem sog. Arbeitspreis zusammen. In einem Haushalt wurden in den ersten vier Monaten eines Jahres 1730 Kilowattstunden (kWh) verbraucht. In der Jahresabrechnung war für diesen Zeitraum ein Betrag von 259,25 € angegeben. Ab Mai galt ein um 0,5 Cent/kWh höhere

rer Arbeitspreis. Für die restlichen acht Monate, in denen 3165 kWh verbraucht wurden, mussten 491,55 € bezahlt werden. Wie hoch war der monatliche Grundpreis und welcher Arbeitspreis pro kWh wurde zuletzt berechnet?

69. Von zwei Konservendosen hat die erste 153 g brutto, die zweite 576 g brutto. Ihre Nettogewichte verhalten sich wie 1 : 4. Von den leeren Dosen ist die zweite um 15 g schwerer als die erste. Wie viel Prozent beträgt bei jeder Dose die Tara? Wie groß sind die Nettogewichte?*
70. An einer Balkenwaage hängen links ein Kohlestück von der Dichte 1,4 g/cm³, rechts ein Granitstein von der Dichte 2,8 g/cm³. Die Waage ist im Gleichgewicht, wenn man die beiden Körper vollständig in Wasser eintauchen lässt. Um in Luft Gleichgewicht herzustellen, muss rechts eine zusätzliche Masse von 63 g angehängt werden. Bestimme die Volumina der beiden Körper.
71. Vor 3 Jahren war der Vater 4-mal so alt, wie sein Sohn heute ist. Nach 19 Jahren ist der Vater gerade doppelt so alt wie der Sohn. Wie alt sind beide jetzt?
72. Hans sagt zu seinem Bruder Otto: »In 3 Jahren wirst du gerade doppelt so alt sein wie ich.« Hierauf antwortet Otto: »Vor 5 Jahren war ich sogar 6-mal so alt wie du.« Wie alt sind Hans und Otto?
73. The combined ages of Mary and Ann are 48 years. Mary is twice as old as Ann was, when Mary was half as old as Ann will be, when Ann is three times as old as Mary was, when Mary was three times as old as Ann.
74. Ein etwas neugieriger Herr fragte bei einem Ball zwei Schwestern nach ihrem Alter. Die Ältere gab ihm zur Antwort: »Vor 20 Jahren war ich gerade doppelt so alt wie meine Schwester. In 20 Jahren werde ich doppelt so alt sein, wie meine Schwester heute ist.« – »Danke«, sagte der Herr geschmeichelt und begann eifrig zu rechnen. Zu welchem Ergebnis kam er?
75. Bei einer Gesellschaft wollte ein Herr das Alter seiner Tischdame in Erfahrung bringen. Da er es aber nicht für schicklich hielt, sie direkt danach zu fragen, bat er sie, es erraten zu dürfen. Nachdem sie sich damit einverstanden erklärt hatte, gab er ihr Papier und Bleistift und sagte: »Schreiben Sie bitte heimlich Ihre Telefonnummer auf den Zettel und multiplizieren Sie diese mit 20; nun 31 addieren, das Ergebnis mit 5 multiplizieren und Ihr Alter dazuzählen. Wollen Sie schließlich noch die Anzahl der Tage von 30 Wochen, also 210, hinzuzählen und 365 abziehen. Nennen Sie mir nun bitte die gefundene Zahl.« – »Gern«, sagte die Dame, »sie

* Das Wort **Tara** ist arabischen Ursprungs: *tarh* = *wegwerfen, abziehen*. Gegen Ende des 15. Jh.s wird es italienisiert zu *tara*, womit spätestens seit dem 16. Jh. das Gewicht der Verpackung bezeichnet wird. Ende des 15. Jh.s kommen dann **netto** (= *rein*) zur Bezeichnung des reinen Warenanteils und schließlich Anfang des 16. Jh.s **brutto** (= *roh, gesamt*) zur Bezeichnung des Gesamtgewichts in Gebrauch. Im Laufe des 16. Jh.s werden die Ausdrücke ins Deutsche übernommen.

heißt 6362 832. « – » Dann sind Sie 32 Jahre alt«, rief der Herr, » und außerdem ist Ihre Telefonnummer 63628. « – » Das stimmt«, sagte verblüfft die Dame und wusste nicht, wie sie sich das Rätsel erklären sollte. Kannst du es lösen?

76. Hans möchte Ottos Geburtsdatum erraten. Er lässt ihn zu diesem Zweck folgende Rechnung ausführen: »Schreibe, ohne dass ich es sehen kann, auf ein Blatt dein Geburtsjahr, multipliziere es mit 5 und zähle 3 hinzu; vervielfache nun mit 20, addiere 52 und die Nummer deines Geburtsmonats und ziehe sodann 112 ab. Verdopple das Ergebnis, zähle 31 hinzu und multipliziere die erhaltene Zahl mit 50. Addiere jetzt noch 365 und die Nummer des Tages deiner Geburt und vermindere das Ganze um 1915. « Etwas erschöpft nennt Otto die Zahl 19760417. »Dann bist du also am 17. April 1976 geboren«, antwortet Hans. Erkläre dies!
77. Die Entfernung zweier Bäume schätzte Karl auf 85 m, Fritz auf 75 m, wobei Karl zu viel und Fritz zu wenig schätzte. Der Schätzfehler von Fritz war $2\frac{1}{3}$ -mal so groß wie jener von Karl. Um wie viel Meter hatte sich jeder verschätzt? Wie groß war die wirkliche Entfernung?
78. Der Stausee eines Elektrizitätswerks wird über einen Zuflusskanal mit Wasser versorgt. Wenn 3 von den 5 gleich starken Turbinen in Betrieb sind, nimmt der Inhalt des Stausees in 12 Stunden um $360\,000 \text{ m}^3$ zu. Sind jedoch alle 5 Turbinen eingeschaltet, so verringert sich bei unverändertem Zufluss der Wasservorrat in 6 Stunden um $300\,000 \text{ m}^3$. Wie viel m^3 Wasser fließen dem Stausee in einer Stunde zu und welche Wassermenge benötigt eine Turbine in der Stunde?
- 79. Da der Trinkwasserspeicher einer Stadt um 11 Uhr nur noch zur Hälfte gefüllt ist, wird eine Förderpumpe eingeschaltet. Dennoch sinkt infolge des starken Verbrauchs bis 12 Uhr der Wasservorrat auf $\frac{2}{3}$ des gesamten Fassungsvermögens. Deshalb wird nun noch eine zweite, gleich starke Förderpumpe in Betrieb genommen. Daraufhin hat sich bis 14 Uhr der Speicher zu $\frac{4}{5}$ gefüllt, obwohl der Wasserverbrauch während der ganzen Zeit konstant blieb. In welcher Zeit würde nun nach Ausschalten beider Pumpen der Behälter leer sein, wenn der Verbrauch konstant bliebe? Wie lange braucht eine der Pumpen um den leeren Behälter zu füllen, wenn dabei keine Wasserentnahme erfolgt?
80. Aus dem *Chiu Chang Suan Shu* (Buch VIII, Aufgabe 1):
Aus 3 Garben einer guten Ernte, 2 Garben einer mittelmäßigen Ernte und 1 Garbe einer schlechten Ernte erhält man den Ertrag von 39 Tou. Aus 2 Garben einer guten Ernte, 3 Garben einer mittelmäßigen Ernte und 1 Garbe einer schlechten Ernte erhält man den Ertrag von 34 Tou. Aus 1 Garbe guter Ernte, 2 Garben mittelmäßiger Ernte und 3 Garben schlechter Ernte erhält man den Ertrag von 26 Tou. Frage: Wie viel ist jedes Mal aus 1 Garbe der Ertrag der guten, mittelmäßigen und schlechten Ernte? (1 Tou $\approx 0,2 \text{ dm}^3$)

81. Zwei Heimarbeiterinnen stellen für eine Firma denselben Serienartikel her. Als die zweite mit der Arbeit anfängt, hat die erste bereits 5 Stück fertig gestellt. Da die zweite Arbeiterin flinker ist und die erste außerdem eine Pause von einer halben Stunde einlegt, holt sie diese nach 2 Std. ein. Nach weiteren 3 Std. beendet die zweite ihre Arbeit, während die erste noch eine halbe Stunde länger tätig sein muss, um dieselbe Stückzahl zu erreichen. Wie viel Stück fertigt jede Arbeiterin pro Stunde an?
82. Eine Tischdecke von 1,60 m Länge und 1,30 m Breite wird auf einer Nähmaschine mit einer Doppelnahrt eingesäumt, wobei die zweite Naht mit einer etwas größeren Stichweite genäht wird als die erste. Auf diese Weise treffen bei der zweiten Naht auf die Längsseite 160 Stiche weniger als bei der ersten. Zum Einsäumen des Tischtuchs waren insgesamt 5220 Stiche notwendig. Welche Stichlängen haben die beiden Nähte?
83. Ein rechteckiges Grundstück wird so umzäunt, dass in jeder Ecke ein Pfosten steht und die einzelnen Pfosten in gleichem Abstand aufeinander folgen. Auf der Längsseite stehen 7 Pfosten mehr als auf der Breitseite. Wie viele Pfosten stehen auf einer Längs- bzw. auf einer Breitseite, wenn sich die Länge des Grundstücks zu seiner Breite wie 3 : 2 verhält?
- 84. Ein rechteckiges Grundstück von 126 m Länge und 42 m Breite soll mit Obstbäumen bepflanzt werden, die in Längs- und Querreihen angeordnet sind. Dabei soll der Abstand eines äußeren Baumes von der Grenze des Grundstücks gleich dem halben Baumabstand in der betreffenden Richtung sein. Bei einer ersten Planung wird vorgesehen, dass der Abstand zwischen zwei Längsreihen ebenso groß ist wie der zwischen zwei Querreihen. Danach entschließt sich der Besitzer jedoch, die Zahl der Längsreihen um 1, die der Querreihen um 2 zu erhöhen, wodurch er 32 Bäume mehr unterbringt. Wie viele Bäume werden also endgültig gepflanzt?
- 85. Als Abschluß seiner *Arithmetica integra* – »Die ganze Arithmetik« – von 1544 bringt Michael STIFEL (1487(?)–1567) ein *exemplum pulchrum*, ein »schönes Beispiel«:
Drei Reisende finden, während sie zusammen so dahingehen, einen Ranzen mit 73 Gulden. Sie stellen fest, dass diese 73 Gulden zusammen mit der Barschaft der ersten beiden das Doppelte dessen sind, was der erste und dritte und der zweite und dritte gemeinsam bei sich haben. Diese 73 Gulden ergeben aber auch mit dem Besitz des ersten und dritten das Dreifache dessen, was der zweite und dritte und der erste und zweite mit sich führen. Und schließlich ergeben diese 73 Gulden zusammen mit der Barschaft des zweiten und dritten das Vierfache dessen, was der erste und zweite und der erste und dritte zusammen bei sich tragen. Wie viele Gulden besitzt jeder?

Zu Seite 165:

Aus der Vorrede zu Buch IX der *Zehn Bücher über die Architektur* des VITRUV, Übersetzung von C. FENSTERBUSCH.

9. Obwohl aber ARCHIMEDES viele verschiedene, bewundernswerte Entdeckungen gemacht hat, scheint von allen diese, von der ich nun berichte, auch mit unendlich großem schöpferischem Geist erarbeitet zu sein. In Syrakus nämlich hatte sich HIERON DER JÜNGERE zu einer starken Königsmacht emporgeschwungen. Als er nach seinen Siegen den unsterblichen Göttern in einem Heiligtum einen goldenen Kranz als Weihegabe niederzulegen beschlossen hatte, verdingte er die Anfertigung um einen Arbeitslohn und wog dem Unternehmer das Gold genau nach Gewicht zu. Dieser legte zur gegebenen Zeit das schön handgearbeitete Werkstück zur Abnahme vor, und er schien das Gewicht des Kranzes genau abgeliefert zu haben. 10. Später wurde Anzeige erstattet, es sei Gold weggenommen und dem Kranz ebenso viel Silber beigemischt worden. HIERON war darüber erbost, dass er betrogen war. Da er jedoch kein Mittel ausfindig machen konnte, wie er die Unterschlagung nachweisen konnte, bat er ARCHIMEDES, er sollte es übernehmen, sich darüber Gedanken zu machen. Während dieser darüber nachdachte, ging er zufällig in eine Badestube und, als er dort in die Badewanne stieg, bemerkte er, dass ebenso viel wie er von seinem Körper in die Wanne eintauchte, an Wasser aus der Wanne herausfloss. Weil (dieser Vorgang) einen Weg für die Lösung der Aufgabe gezeigt hatte, hielt er sich daher nicht weiter auf, sondern sprang voller Freude aus der Badewanne, lief nackend nach Hause und rief mit lauter Stimme, er habe das gefunden, was er suche. Laufend rief er nämlich immer wieder griechisch: „Ich hab's gefunden! Ich hab's gefunden“. 11. Dann aber soll er in Verfolg dieser Entdeckung zwei Klumpen von dem gleichen Gewicht, das auch der Kranz hatte, gemacht haben, einen aus Gold, einen zweiten aus Silber. Danach füllte er ein großes Gefäß bis an den äußersten Rand mit Wasser, und dahinein tauchte er den Silberklumpen. Der Größe des in das Wasser eingetauchten Silberklumpens entsprach die Menge des abfließenden Wassers. Dann nahm er den Klumpen heraus. Darauf goss er, mit einem Sextar* abmessend, so viel Wasser, wie es weniger geworden war, in das Gefäß nach, sodass das Wasser in derselben Weise, wie es vorher gewesen war, mit dem Rand eine waagerechte Fläche bildete. Sofand er daraus, welches bestimmte Gewicht Silber einem bestimmten Maß Wasser entsprach. 12. Nachdem er dies festgestellt hatte, tauchte er in der gleichen Weise den Goldklumpen in das volle Gefäß, nahm ihn wieder heraus, fügte in der gleichen Weise das abgemessene Quantum Wasser hinzu und fand, weil der Messbecher eine geringere Anzahl von Sexteln Wasser anzeigen, um wie viel bei gleich großem Gewicht ein Goldklumpen in seinem Volumen kleiner ist als ein Silberklumpen. Später aber füllte er das Gefäß wieder auf, tauchte den Kranz selbst in das gleiche Wasser hinein und fand, dass, als der Kranz eingetaucht war, mehr Wasser (aus dem Messbecher) abgeflossen war als dann, als der Goldklumpen von gleichem Gewicht eingetaucht war. Und so errechnete er aus dem, was im Falle des Kranzes mehr an Wasser zugetan war als im Falle des Goldklumpens, die Beimischung des Silbers zum Gold und wies sie und die handgreifliche Unterschlagung des Goldarbeiters nach.

* sextarius = 0,547 l, der 6. Teil eines congius