



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Algebra**

**Barth, Friedrich**

**München, 1999**

Aufgaben

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83513](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-83513)

Je mehr Ungleichungen das System hat, desto mehr Ecken hat im Normalfall die entstehende Polygonfläche. Dazu

**Beispiel 2:**

- I  $y \leq \frac{1}{2}x + 2$
- II  $y \leq -\frac{1}{2}x + 4$
- III  $y \leq -x + 6$
- IV  $y \geq 0$
- V  $x \geq 0$

Die Lösungsmenge, eine Fünfecksfläche, zeigt Abbildung 181.1.

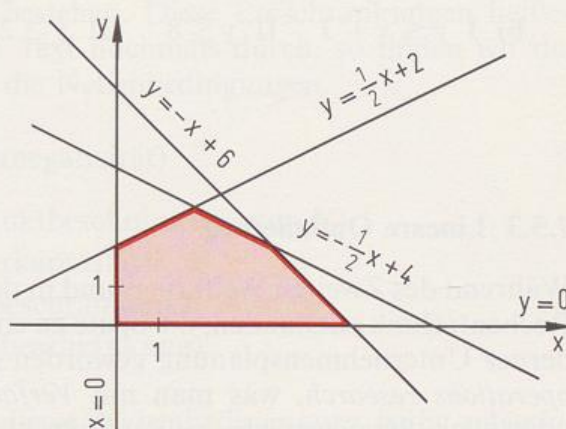
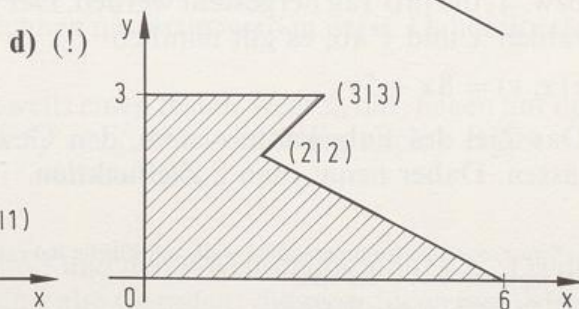
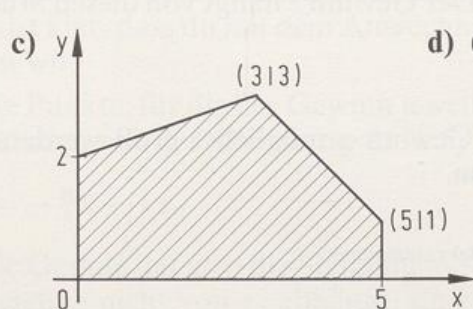
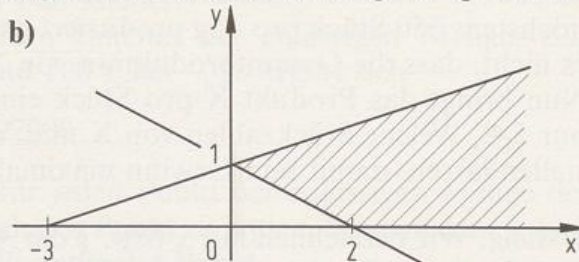
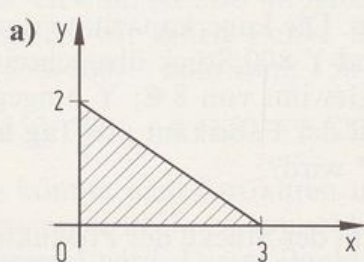


Abb. 181.1 Zum Beispiel 2

**Aufgaben**

1. a) I  $y \leq 3x + 5$       II  $y \geq -2x$   
 b) I  $x + y \geq 0$       II  $x - y \leq 0$   
 c) I  $2x - y + 3 < 0$       II  $-3x + 5y < 10$   
 d) I  $-x + 2y \leq 2$       II  $x - y > 3$
2. a) I  $y \leq \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$       II  $y \geq -x - 1$       III  $y \geq x$   
 b) I  $2x - y + 2 \geq 0$       II  $x - 2y - 2 \leq 0$       III  $y + 3 \geq 0$   
 c) I  $y \leq 2x + 6$       II  $3y \leq -4x + 12$       III  $y \leq -\frac{1}{3}x$   
 IV  $y \geq -6$       V  $x \leq 6$   
 d) I  $y + x - 2 \geq 0$       II  $y - 2x + 10 \geq 0$       III  $3y - x + 18 \leq 0$   
 IV  $y \geq 0$       V  $x \geq 0$
3. Gib ein System von Ungleichungen an, das diese Lösungsmenge liefert.



- 4. Bestimme alle Lösungspunkte, deren Koordinaten natürliche Zahlen sind.
- a) I  $2x - y + 2 \geq 0$       II  $x - 2y - 2 \leq 0$       III  $x + y - 5 \leq 0$   
 b) I  $y \leq x + 3$     II  $y \leq 8$     III  $y \geq 2x - 4$     IV  $y \geq \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$     V  $x \geq 1$

### 7.5.3 Lineare Optimierung

Während des Zweiten Weltkriegs und in den darauf folgenden Jahren ist eine Rechentechnik entstanden, die heute zu einem sehr wichtigen Hilfsmittel moderner Unternehmensplanung geworden ist. Im Englischen nannte man sie *operations research*, was man mit *Verfahrensforschung*, *Verfahrensplanung* oder auch *Planungsrechnung* verdeutschte. G. B. DANTZIG hat im Wesentlichen dieses neue Gebiet der Mathematik begründet; er nannte es 1949 *Lineares Programmieren*, da man schematisch mittels so genannter Programme\* Lösungen von linearen Gleichungen und Ungleichungen sucht. Heute spricht man lieber von *linearer Optimierung*\*\*, weil man im Grunde die beste aller möglichen Lösungen sucht. Zur Verdeutlichung und Einführung betrachten wir das einfache, aber doch schon genügend aussagekräftige

#### Beispiel 1:

Ein Betrieb stellt zwei verschiedene Produkte X und Y her. Für die Anfertigung von einem Stück X benötigt man 5 Std. und verbraucht Material im Wert von 5 €, wohingegen ein Y Material im Wert von 0,60 € und eine Herstellungszeit von 6 Std. benötigt. Pro Tag können bis zu 4000 Arbeitsstunden von der Belegschaft geleistet werden. Der Finanzplan erlaubt es, täglich bis zu 1500 € Material einzukaufen. Aus technischen Gründen können von Y höchstens 550 Stück pro Tag produziert werden. Die Lagerkapazität erlaubt es nicht, dass die Gesamtproduktion von X und Y 800 Stück überschreitet. Nun bringt das Produkt X pro Stück einen Gewinn von 8 €, Y hingegen nur 5 €. Welche Stückzahlen von X und Y soll der Fabrikant pro Tag herstellen lassen, damit sein Gewinn maximal \*\*\* wird?

**Lösung:** Wir bezeichnen mit  $x$  bzw.  $y$  die Anzahl der Stücke des Produkts X bzw. Y, die pro Tag hergestellt werden. Der Gewinn  $z$  hängt von diesen Stückzahlen  $x$  und  $y$  ab; es gilt nämlich

$$z(x, y) = 8x + 5y.$$

Das Ziel des Fabrikanten ist es, den Gewinn  $z$  möglichst groß werden zu lassen. Daher nennt man  $z$  **Zielfunktion**.

\* τὸ πρόγραμμα (to próγραμμα) = die schriftliche Bekanntmachung

\*\* optimus (lat.) = der beste

\*\*\* maximus (lat.) = der größte