



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Algebra**

**Barth, Friedrich**

**München, 2001**

Zur Geschichte der quadratischen Gleichung

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83526](https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:466:1-83526)

addierten und eine Zahl erhielten! Sie haben bereits in früher Zeit eine Mathematik geschaffen, die nur mit Zahlen umgeht, anders als im alten Indien oder Ägypten, wo Mathematik im Gewande der Geometrie getrieben wurde. So sollen die ägyptischen Harpedonapten\* durch Spannen von Seilen geometrische Konstruktionen und auch Beweise ausgeführt haben\*\*.

Dieses geometrische Wissen brachten sowohl THALES (um 625–um 547 v. Chr.) wie auch PYTHAGORAS (um 570–um 497 v. Chr.) von ihren ägyptischen Studienaufenthalten mit. PYTHAGORAS – so berichtet uns der Volksredner ISOKRATES (436–338 v. Chr.) – soll dabei 525 anlässlich der Eroberung Ägyptens durch den Perserkönig KAMBYES II. (reg. 529–522) nach Babylon verschleppt worden sein, wo er – dem Bericht des Neuplatonikers IAMBЛИCHOS VON CHALKIS (um 250–um 330 n. Chr.) zufolge – 7 Jahre verbrachte und dort in die Lehre von den Zahlen und der Musik eingeführt wurde. Die Entdeckung der PYTHAGOREER, daß z. B.  $x^2 = 2$  im Bereich der Brüche nicht exakt lösbar ist, dass aber andererseits immer exakt eine Strecke konstruiert werden kann, sodass das darüber errichtete Quadrat den Flächeninhalt 2 hat, ließ die Griechen eine »geometrische Algebra«\*\*\* entwickeln, in der Flächen und Längen wie physikalische Größen behandelt werden. Die *Στοιχεῖα* (Stoicheia) – »Elemente« – und die *Δεδομένα* (Dedoména), lateinisch *Data* – »Gegebenes« – EUKLIDS (um 300 v. Chr.) bezeugen, dass alle quadratischen Gleichungen mit positiven Lösungen – und nur solche waren zugelassen – durch geometrische Konstruktionen exakt gelöst werden konnten.

Natürlich ist die babylonische Zahlenmathematik nicht verloren gegangen. Man überließ sie aber den Praktikern, d. h. den Land- und Himmelsvermessern. So soll der berühmte Astronom HIPPARCH (Mitte des 2. Jh.s v. Chr.), arabischen Berichten zufolge, ein Lehrbuch über quadratische Gleichungen geschrieben haben. Mit DIOPHANT (um 250 n. Chr.) gelangte die alte babylonische Tradition des Rechnens mit Zahlen zu neuer Blüte. In seinen *Ἀριθμητικῶν βιβλία* (Arithmetikōn bibliá) – »Bücher über die Zahlenlehre« – finden sich viele Aufgaben von derselben Art wie auf den babylonischen Keilschrifttafeln.

Quadratische Gleichungen werden auch im letzten der »Neun Bücher arithmetischer Technik«, dem *Chiu Chang Suan Shu* (China, 2. Jh. v. Chr.), gelöst, dem wir Aufgabe 98/25 entnommen haben.

Die Leistungen der Inder und Araber, von denen das mittelalterliche Europa das Rechnen mit quadratischen Gleichungen lernte, schildern wir auf Seite 86ff.

Auch unsere Fachwörter haben ihre Geschichte.

Das griechische *ἴσωσις* (ísois) DIOPHANTS (um 250 n. Chr.) wurde zum lateinischen *aequatio*, das LEONARDO VON PISA (um 1170–nach 1240) in seinem *liber abaci* (1202) als Fachwort verwendet. Die Eindeutschung führt über *Vorgleichung* – 1518/21 Heinrich SCHREYBER, genannt GRAMMATEUS (1492/96?–1525) in seinem *Rechenbüchlein* – schließlich zu **Gleichung**, belegt 1695 bei Henrich HORCH in seinem Werk *Anfangs-Gründe einer Vernunft- und Schrift-übenden Zahl- und Buchstaben-Rechenkunst* / *Deren diese sonst Algebra heisset*. Christian von WOLFF (1679–1754) übernimmt das Wort Gleichung in *Die Anfangsgründe Aller Mathematischen Wissenschaften* 1710, wo sich auch der Fachausdruck **quadratische Gleichung** findet.

Mit dem Wort *gradus* bezeichnet 1591 François VIÉTE (1540–1603) in seiner *In artem analyticem Isagoge* die Höhe einer Potenz. Vom **Grad** einer Gleichung spricht dann 1675 Jean PRESTET (1652–1690) in seinen *Élémens des Mathématiques*.

\* = Seilverknüpfen, von *ἀρπεδόνη* (harpedóne) = Seil und *ἄπτειν* (háptein) = anknüpfen

\*\* CLEMENS von Alexandria (150–215) schreibt in seinen *Stromateis* (I, 15) diese Behauptung DEMOKRIT (um 460–um 370 v. Chr.) zu.

\*\*\* Den Ausdruck führte 1886 der dänische Mathematiker Hieronymus Georg ZEUTHEN (1839–1920) ein. 1925 entdeckte man in Bologna ein zwischen 1574 und 1587 geschriebenes Manuskript des Paolo BONASONI († nach 1593) mit dem Titel *Algebra geometrica*.

**Aufgaben**

1. Entscheide, ob eine quadratische Gleichung vorliegt. Bringe sie gegebenenfalls auf eine Form  $ax^2 + bx + c = 0$  mit positivem  $a$  und gib das lineare Glied und die Konstante an.
- a)  $3 - x^2 = x$       b)  $3x^2 - 1 = x^2$   
 c)  $x(x - x^2) = 0$       d)  $(x - 1)(1 - x) = 3$   
 e)  $(0,5x + 4)^2 = 0$       f)  $x^2 - 1 = (x - 1)^2$
2. Entscheide, für welche Unbekannte eine quadratische Gleichung vorliegt. Gib jeweils das lineare Glied und die Konstante an.
- a)  $x^2 y = -1$       b)  $xy^2 = 3x + y^2$   
 c)  $xy + y^2 = 3x^2$       d)  $x^2 - xy^2 + y^3 = 1$   
 e)  $a^3 b^2 - abx^2 + 2 = 0$       f)  $(a + b)(a - b) = (a - b)^2$
3. Stelle die Normalform her.
- a)  $3x^2 - 6x + 15 = 0$       b)  $1 - x^2 = 3x$   
 c)  $-1,5x^2 + 4,5x = 2,7x^2 - 8,1$       d)  $(1 - 5x)^2 = 5x - 1$   
 e)  $(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}x)^2 = (\frac{1}{3} - \frac{3}{4}x)^2$       f)  $\sqrt{2}x = \sqrt{6}x^2 - \frac{1}{\sqrt{2}}x + \sqrt{3}$

## 3.2 Spezialfälle von quadratischen Gleichungen

Einfache Spezialfälle der quadratischen Gleichung  $ax^2 + bx + c = 0$  liegen vor, wenn ein Koeffizient der quadratischen Gleichung null ist.  $a$  selbst kann aber nicht null sein; denn sonst hätte man keine quadratische Gleichung.

### 3.2.1 Die rein quadratische Gleichung

Wenn  $b = 0$  ist, fehlt das lineare Glied  $bx$  in der quadratischen Gleichung. Sie hat dann die Gestalt  $ax^2 + c = 0$ . Eine Gleichung dieser Bauart heißt

**rein quadratisch**. Wegen  $a \neq 0$  gewinnt man ihre Normalform zu  $x^2 + \frac{c}{a} = 0$  bzw.  $x^2 + q = 0$ .

Für  $q > 0$  ist die linke Seite sicher positiv; die Gleichung hat daher keine Lösung. Für  $q = 0$  ergibt sich die Gleichung  $x^2 = 0$ . Sie hat die Lösung 0. Für  $q < 0$  kann man mit Hilfe der 3. binomischen Formel die linke Seite faktorisieren. Wir zeigen es dir für  $q = -49$ :

$$\begin{aligned}x^2 - 49 &= 0 \\x^2 - 7^2 &= 0 \\(x + 7)(x - 7) &= 0\end{aligned}$$