



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Algebra**

**Barth, Friedrich**

**München, 2001**

3. 6 Weitere Textaufgaben

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83526](https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:466:1-83526)

### 3.6 Weitere Textaufgaben

1. a) Gibt es zwei Zahlen, deren Summe denselben Wert hat wie ihr Produkt und wie die Differenz ihrer Quadrate?  
b) Zwei Zahlen sind zu finden, deren Summe, Produkt und Summe der Quadrate einander gleich ist.
2. In einer Proportion, deren äußere Glieder 4 (a) und 10 (b) sind, ist die Summe der inneren Glieder 13 (c). Wie heißen diese?
3. Eine zweiziffrige Zahl verhält sich zu ihrer Quersumme wie die Quersumme zu 3. Vertauscht man in der gesuchten Zahl die beiden Ziffern, so entsteht eine um 45 größere Zahl.
4. Aus einer gewissen zweistelligen Zahl wird durch Umstellen ihrer Ziffern eine neue Zahl gebildet. Die Summe der beiden Zahlen hat den Wert 165, ihr Produkt den Wert 6786.
5. Welche Zahl muss man von  $a$  subtrahieren und zu  $a$  addieren, sodass die Summe der Quadrate der beiden Ergebnisse wieder  $a$  ergibt? Für welche  $a$  gibt es Lösungen? Wann gibt es nur eine Lösung und wie heißt sie? Welche Lösungen gibt es für  $a = 0,01$ ?
6. Man addiert zu einer Zahl 42 und man subtrahiert von derselben Zahl 42. Der Quotient Summe durch Differenz ergibt 12,5 % der Zahl. Wie heißt sie?
7. Bestimme zu  $a$  eine Zahl  $x$  so, dass das arithmetische Mittel der Zahlen  $a+x$ ,  $a-x$ ,  $ax$  und  $\frac{a}{x}$  wieder  $a$  ist.
8. Aus einer dreistelligen Zahl (erste Zahl) bildet man eine zweite Zahl, indem man die Einerziffer wegnimmt und vor die beiden anderen Ziffern setzt. Vor die drei Ziffern der zweiten Zahl schreiben wir noch eine 1 und erhalten so eine dritte Zahl. Wie heißen die drei Zahlen, wenn das Produkt aus der ersten und zweiten den Wert 655 371 hat und die dritte Zahl um 946 größer als die erste ist?
9. Die Wurzel aus einer zweistelligen Zahl ist um 2 kleiner als die Quersumme der Zahl. Vertauscht man die beiden Ziffern, so ist die neue Zahl um 3 größer als das Quadrat ihrer Quersumme.
10. Welches Vieleck hat 65 Diagonalen? Welches hat 4850 Diagonalen?
11. Bei einem Schachturnier spielt jeder gegen jeden. Wie viele Spieler nahmen teil, wenn 253 Partien gespielt wurden?
12. Auf einem Blatt mit vielen Geraden zählt man 153 Schnittpunkte. Wie viele Gerade sind es mindestens?
13. Auf einem Blatt sind eine Vielzahl von Punkten markiert. Man zeichnet 990 Gerade, die je zwei Punkte verbinden. Wie viele Punkte sind es mindestens?

- 14. a)** Wie viel Ecken hat ein Polygon, in welchem die Anzahl der Diagonalen gleich der Eckenzahl ist?
- b)** Wie viele Telefonanschlüsse sind in einer Stadt vorhanden, wenn 499 500 gegenseitige Gesprächsverbindungen möglich sind?
- 15.** 289 Geldstücke lassen sich in zwei Quadrate ordnen. Auf der Seite des einen Quadrates befinden sich 7 Geldstücke mehr als auf der des anderen. Wie viel Stücke enthält die Seite des einen Quadrates?
- 16.** In einem Garten sind 90 Bäume in mehreren Reihen so gepflanzt, dass die Zahl der Bäume einer Reihe um 9 größer ist als die Anzahl der Baumreihen. Wie viel Reihen sind es, und wie viel Bäume stehen in einer Reihe?
- 17.** In einer Familie ist der Sohn um 5 Jahre älter als die Tochter. Das Alter des Vaters verhält sich zu dem des Sohnes wie das Alter des Sohnes zu demjenigen der Tochter. In drei Jahren wird der Vater dreimal so alt sein wie Sohn und Tochter zusammen. Wie alt sind Vater, Sohn und Tochter heute?
- 18.** Auf einem Konto lagen zu Beginn eines Jahres 800 €. Am Jahresende wurden die Zinsen nicht abgehoben. Im darauf folgenden Jahr gewährte die Bank einen um  $\frac{1}{2}\%$  höheren Zinssatz. Beim Jahresabschluss ergab sich mit den Zinsen ein Kontostand von 861,12 €. Wie hoch war demnach der Zinsfuß im 1. bzw. 2. Jahr?
- 19.** Jemand nimmt ein Darlehen von 3000 € zu 6 % auf und verpflichtet sich es durch regelmäßig zu zahlende Raten von 120 € wiederzuerstatten. Mit einer Rate wird jeweils zunächst der seit der letzten Zahlung angefallene Zins beglichen; der Rest dient zur Tilgung. Nach dem Einzahlen der 2. Rate berechnet sich die Restschuld zu 2878,80 €.  
Wie viel Monate beträgt demnach die Zeit zwischen 2 aufeinander folgenden Ratenzahlungen?
- 20.** Ein Zwischenhändler bezieht eine Ware direkt von der Fabrik und gibt sie an den Einzelhandel weiter. Dabei verlangt er einen Preis, der um einen bestimmten Prozentsatz über seinem eigenen Einkaufspreis liegt. Der Einzelhändler veranschlagt bei der Berechnung des Endpreises eine doppelt so hohe Gewinnspanne wie der Zwischenhändler. Dadurch steigt der Preis der Ware auf  $\frac{33}{25}$  des vom Zwischenhändler für sie bezahlten Betrages.  
Wie viel Prozent betrug jeweils der Preisaufschlag?
- 21.** In  $600 \text{ cm}^3$  Wasser schüttet man etwas Salz und verröhrt. Da die Lösung noch zu schwach ist, gibt man noch einmal 15 g Salz dazu. Dadurch steigt die Konzentration der Lösung um  $2\frac{1}{4}\%$ . Wie viel Gramm Salz wurden zuerst in das Wasser geschüttet?
- 22.** In einem Glas Wasser löst man einen Esslöffel voll Zucker. Durch die Zugabe von weiteren 20 g Zucker erhöht sich die Konzentration der Lösung um 5 %. Da die Lösung nun aber zu konzentriert ist, verdünnt man wieder mit  $95 \text{ cm}^3$  Wasser. Nun beträgt der Zuckergehalt 8 %. Wie viel

Wasser befand sich anfangs im Glas und wie viel Zucker wurde mit dem Löffel dazugegeben?

(Anmerkung: Sind  $x$  Gramm und  $y$  Gramm die gesuchten Größen, so empfiehlt sich eine Vereinfachung des Gleichungssystems durch die Substitution  $z = x + y$ .)

23. Der Umfang eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen kürzeste und längste Seite sich um 8 cm unterscheiden, beträgt 3 dm. Berechne die Dreieckseiten.
24. In einem rechtwinkligen Dreieck von 36 mm Höhe ist die Hypotenuse 78 mm lang. In welchem Verhältnis wird letztere durch den Höhenfußpunkt geteilt?
25. In einem rechtwinkligen Dreieck beträgt der Längenunterschied der Katheten 5 cm und derjenige der Hypotenuseabschnitte 7 cm. Berechne die Seiten.
26. In welchen rechtwinkligen Dreiecken ist die Höhe um 5 mm länger als das Doppelte des kleinen Hypotenuseabschnittes und um 30 mm kürzer als der größere Hypotenuseabschnitt?
27. Ein rechtwinkliges Dreieck mit 14 cm Umfang hat  $7 \text{ cm}^2$  Inhalt. Berechne die Seiten.
28. In einem Drachenviereck mit 2 rechten Winkeln sind die Diagonalen 48 mm und 60 mm lang. In welche Abschnitte wird die längere durch den Diagonalenschnittpunkt zerlegt?
29. Welche Rechtecke haben folgende Eigenschaft:  
Wird die erste Seite um die Hälfte der zweiten verlängert und die zweite um die Hälfte der ersten verkürzt, so nimmt der Umfang um 8 cm und die Fläche um  $67 \text{ cm}^2$  zu.
30. In einer Ecke eines eingezäunten rechteckigen Grundstücks wurde ein rechteckiger Gemüsegarten von  $120 \text{ m}^2$  angelegt. Zu seiner Abgrenzung wurden noch einmal 23,5 m Maschendraht benötigt. Berechne Länge und Breite.
31. Zum Einzäunen eines rechteckigen Gartens von  $540 \text{ m}^2$  Fläche, der auf einer Seite von einer Hauswand begrenzt ist, waren 30 Pfosten notwendig. Die Pfosten wurden in Abständen von je 3 m aufgestellt; der erste und der letzte Pfosten standen unmittelbar an der Hauswand. Berechne Länge und Breite des Gartens.
32. In einen Kreis vom Radius  $r$  wird eine Sehne der Länge  $\frac{5}{6}r$  eingezeichnet. In welche Abschnitte zerlegt sie den zu ihr senkrechten Durchmesser?
33. In einem Kreis mit  $r = 7 \text{ cm}$  ist durch einen Punkt  $P$ , der vom Mittelpunkt 4,2 cm entfernt ist, eine Sehne von 13 cm Länge gezogen. In welche Abschnitte wird die Sehne durch  $P$  zerlegt?

34. Durch zwei konzentrische Kreise mit den Radien  $r_1 = 13$  mm und  $r_2 = 37$  mm soll eine Gerade so gelegt werden, dass die Kreise auf ihr Sehnen ausschneiden, deren Längenunterschied 6 cm beträgt. Welchen Abstand vom Mittelpunkt muss die Gerade haben?
35. Um die Punkte  $M_1$  und  $M_2$ , deren Abstand 1 cm beträgt, sind Kreise mit den Radien  $r_1 = 2$  cm und  $r_2 = 1$  cm geschlagen. Senkrecht zur Verbindungsgeraden der beiden Mittelpunkte verläuft eine Sekante so, dass die vom 1. Kreis auf ihr ausgeschnittene Sehne durch die Schnittpunkte mit dem 2. Kreis in 3 gleiche Teile zerlegt wird. Welche Abstände hat die Sekante von  $M_1$  und  $M_2$ ? Wie lang sind die ausgeschnittenen Sehnen?
36. 2 Punkte A und B haben einen Abstand von 7 cm. Um A wird ein Kreis mit  $r = 5$  cm geschlagen und durch B eine Sekante gezogen, auf welcher der Kreis eine Sehne der Länge  $r$  ausschneidet. Welche Abstände haben die Endpunkte der Sehne von B?
37. Um welche Strecke  $x$  muss man den Durchmesser eines Kreises mit Radius  $r$  verlängern, damit die vom Endpunkt aus an den Kreis gezogene Tangentenstrecke die Länge **a)  $x$** , **b)  $nx$** , **c)  $r$** , **d)  $nr$**  hat?
38. Eine Strecke der Länge 10 wird so geteilt, dass sich das kleinere Stück zum größeren so verhält wie dieses zur ganzen Strecke. Wie lang ist das größere Stück? (Goldener Schnitt)
39. Einem Kreis ist ein Drachenviereck so einbeschrieben, dass die Diagonalen die Längen 15 und 17 haben. Wie groß ist der Radius? In welche Teilstücke zerlegt der Diagonalenschnittpunkt die Diagonalen?
40. Von einem Würfel schneidet man parallel zu einer Seitenfläche zuerst eine Scheibe von 2 cm Dicke ab und darauf durch einen senkrecht zum ersten verlaufenden zweiten Schnitt noch einmal eine Scheibe von 1 cm Dicke. Es ergibt sich ein Restkörper von  $412 \text{ cm}^3$  Oberfläche. Um wie viel  $\text{cm}^3$  wurde der Rauminhalt verkleinert?
41. Die Entfernung München–Köln beträgt in Luftlinie 460 km. Von München fliegt ein Flugzeug nach Köln. Es legt in 1 Stunde 540 km zurück. Ihm begegnet ein Flugzeug, das zur gleichen Zeit in Köln startete. Wäre jedes der beiden Flugzeuge um 20 km/h schneller geflogen, so hätte die Begegnung  $1\frac{1}{4}$  Minuten früher stattgefunden. Welche Geschwindigkeit hat das zweite Flugzeug, und nach welcher Flugzeit erfolgte die Begegnung?
42. Zwei Verkehrsflugzeuge, die im Gegenverkehr auf der Strecke Frankfurt–London eingesetzt sind, starten gleichzeitig und fliegen normalerweise mit gleicher Geschwindigkeit. An einem gewissen Tag wird jedoch von London aus eine Maschine eingesetzt, die eine um 60 km/h höhere Reisegeschwindigkeit entwickelt, während das in Frankfurt startende Flugzeug wegen Gegenwind seine Normalgeschwindigkeit um 30 km/h unterschreitet. Die Flugzeuge begegnen sich 1 Minute früher als sonst und an einem Ort, der vom gewöhnlichen Treffpunkt 26,25 km entfernt ist. Berechne die

Geschwindigkeiten der Flugzeuge und den Luftweg von Frankfurt nach London.

43. Ein Flugzeug konnte seine Flugzeit für eine 960 km lange Strecke um 10 Minuten verringern, indem es seine Geschwindigkeit um 24 km/h steigerte. Wie groß war dann die Geschwindigkeit, und wie lange dauerte der Flug?
44. Ein die 24 km lange Seestrecke von A nach B fahrendes Schiff sollte laut Fahrplan um 16.30 Uhr in B eintreffen. Da sich die Abfahrt in A um 15 Minuten verzögerte, erhöhte das Schiff seine Geschwindigkeit um 4 km/h. Es traf um 16.33 Uhr in B ein. Wie groß war seine Geschwindigkeit? Wann hätte es nach dem Fahrplan in A abfahren sollen?
45. Auf den Schenkeln eines rechten Winkels bewegen sich zwei Körper mit gleicher konstanter Geschwindigkeit vom Scheitel weg. Der erste startet im Scheitel, der zweite 10 s später im Abstand 10 m vom Scheitel. 20 s nach dem Start des ersten Körpers haben die beiden Körper eine Entfernung von 20 m. Welche Geschwindigkeit haben sie?
46. Zwei Schiffe, *A* und *B*, fahren Kurs NO bzw. NW mit konstanten Geschwindigkeiten. *A* ist 2 kn schneller als *B*. 1 sm ( $= 1,852$  km) hinter *A* kreuzt *B* die Bahn von *A*. Eine halbe Stunde später beträgt ihre Entfernung 10 sm. Wie viele kn ( $1$  kn  $= 1$  sm/h) betragen ihre Geschwindigkeiten?
47. Auf einer Strecke von 450 m macht das Vorderrad eines Wagens 120 Umdrehungen mehr als das Hinterrad; das Vorderrad eines anderen Wagens, dessen Räder je 0,5 m mehr Umfang haben, macht auf derselben Strecke 75 Umdrehungen mehr als sein Hinterrad. Welchen Umfang haben die Räder des ersten Wagens?
48. In einer Gasmenge, deren Volumen konstant gehalten wurde, stieg der Druck um 160 hPa, während sich die Temperatur um 60 K erhöhte. Als danach das Gas in Eiswasser auf 0 °C abgekühlt wurde, ging der Druck wieder um 232 hPa zurück. Wie groß waren am Anfang Druck und Temperatur?
49. Ein 1 m langes Glasrohr (innerer Durchmesser etwa 3 mm) wird 52 cm tief senkrecht in Petroleum ( $\rho = 0,8$  g/cm<sup>3</sup>) getaucht. Dann wird die obere Öffnung luftdicht verschlossen und das Rohr aus der Flüssigkeit gehoben. Welche Höhe hat die im Rohr zurückbleibende Flüssigkeitssäule, wenn der äußere Luftdruck 1000 hPa beträgt?
50. Bei einem Luftdruck von 960 hPa wird ein einseitig verschlossenes Rohr von 50 cm Länge (innen!) mit der Öffnung nach unten senkrecht in Wasser getaucht. Die Rohröffnung befindet sich im Endzustand 2,5 m unter dem Wasserspiegel. Wie weit ist dann das Wasser von unten her in das Rohr eingedrungen? (Luft- und Wassertemperatur sollen als gleich angenommen werden).