Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 1997

Aufgaben

urn:nbn:de:hbz:466:1-83463

Zufallsregen (Monte-Carlo-Methode)

Mit einem Computer erzeugen wir Paare von Zufallszahlen zwischen 0 und 1 und deuten sie als Punktkoordinaten. Solche Zufallspunkte liegen in einem Quadrat mit den Gegenecken (0|0) und (1|1). Weil der Zufall auf lange Sicht keine Gegend im Quadrat bevorzugt, verhält sich die Anzahl v der Punkte im Viertelkreis zur Anzahl q der Punkte im Quadrat annähernd wie der Inhalt des Viertelkreises zum Inhalt des Quadrats

$$\frac{v}{q} \approx \frac{\frac{1}{4}\pi}{1} \quad \text{also} \quad \pi \approx 4\frac{v}{q}.$$

Die Tabelle enthält die Ergebnisse dreier Versuche mit je 10 Millionen Tropfen und die Zwischenergebnisse in Abständen von Zehnerpotenzen. Der Zufall verteilt die Tropfen nicht so gleichmäßig, wie die Gitterpunkte liegen. Deshalb sind die Näherungswerte im Durchschnitt nicht so gut wie die im Gitterpunktverfahren.

Anzahl q der Punkte im Quadrat	Näherungswert 1. Versuch	Näherungswert 2. Versuch	Näherungswert 3. Versuch
10	4	1,6	**3**,6
100	**3**,24	**3**,4	**3**,56
1 000	**3,1**24	**3,1**32	**3,1**84
10 000	**3,1**55 6	**3,1**10 4	**3,14**6
100 000	**3,14**7 76	**3,14**5 24	**3,14**5 92
1 000 000	**3,14**2 904	**3,14**3 4	**3,141** 104
10 000 000	**3,141 5**64 4	**3,141** 871 6	**3,141** 218 4

Aufgaben zu 2.1

1. Berechne den Umfang eines Kreises mit Radius 10. Verwende dazu

a) $\pi \approx 3$ **b)** $\pi \approx 3{,}14$ **c)** $\pi \approx 22/7$

und bestimme den relativen Fehler auf 0,1 % genau.

2. Berechne den Durchmesser eines Kreises mit Umfang 10. Verwende dazu

a) $\pi \approx 3$ **b)** $\pi \approx 3{,}14$ **c)** $\pi \approx 22/7$

und bestimme den relativen Fehler auf 0,1 % genau.

3. München bewegt sich in 24 Stunden auf einem Kreis mit 4260 km Radius um die Erdachse. Wie groß ist die Geschwindigkeit?

4. Die Erde läuft in einem Jahr um die Sonne auf einer kreisähnlichen Bahn vom Radius 150 Millionen Kilometer. Wie groß ist ihre Geschwindigkeit?

Historische π-Näherungen

Bestimme mit dem Taschenrechner Dezimalzahlen der angegebenen Näherungswerte für π und gib die Anzahl der richtigen Stellen an. Berechne jeweils den relativen Fehler auf Promille genau. Der relative Fehler ist der Quotient $\dfrac{\text{Näherung} - \text{wahrer Wert}}{\text{wahrer Wert}}$.

5. $\pi \approx 3\frac{1}{5}$

In der französischen Artillerie verwendet man beim Zielen das ›millieme‹, es ist der Winkel, unter dem man einen Meter in 1 km Entfernung sieht. Man nimmt an, dass der Kreis mit Radius 1 km einen Umfang von 6400 m hat.

6. $\pi \approx 3\frac{1}{8}$

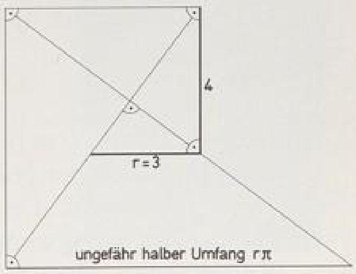
Babylonischer Näherungswert aus dem 2. Jahrtausend v. Chr.

7. $\pi \approx \sqrt{10}$ Brahmagupta-Wert

Schnelle Konstruktion als Hypotenusenlänge (Kathetenlänge 1 und 3)

8. $\pi^2 \approx g$

g ist hier nur die Maßzahl der Fallbeschleunigung: $g = 9{,}81$, praktischer Näherungswert in der Physik (Drehbewegungen)



9. $\pi \approx \left(\frac{4}{3}\right)^4$ Ägyptischer Wert aus dem Papyrus Rhind

Warum folgt aus der Konstruktion der angegebene Näherungswert für π?

10. $\pi \approx \sqrt{2} + \sqrt{3}$ Platon-Wert

Welcher Näherungswert (mit Wurzeln ohne Bruchstrich) ergibt sich für den Kehrwert von π?

11. $\pi \approx \dfrac{4}{\sqrt{\tau}} = 2\sqrt{2\sqrt{5} - 2}$ Cheops-Wert

Nimmt man an, dass die Seitenflächen der Cheops-Pyramide aus zwei halben Goldenen Rechtecken bestehen, dann ergibt sich der Näherungswert.

12. $\pi \approx \dfrac{22}{7}$ Archimedes-Wert

13. $\pi \approx \dfrac{20\sqrt{2}}{9}$ Warusfel-Wert (1961)

14. $\pi \approx \dfrac{3°8'30''}{1°}$ Ptolemaios-Wert im 60iger System

• **15.** $\pi \approx \sqrt{\dfrac{40}{3} - 2\sqrt{3}}$ Kochansky-Wert (1685)

Warum folgt aus der Konstruktion der angegebene Näherungswert für π?

• **16.** $\pi \approx \frac{6}{5}(2+\sigma), \quad \sigma = \frac{1}{2}\left(\sqrt{5}-1\right)$

Suche dafür eine möglichst einfache Konstruktion. (*Tip:* Goldener Schnitt)

17. $\pi \approx 1{,}8 + \sqrt{1{,}8}$ VIETE-Wert (16. Jh.)

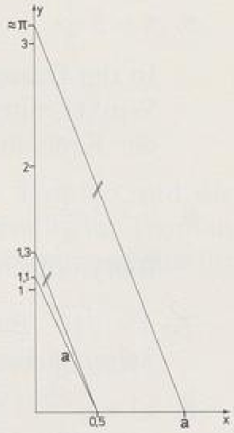
Zeige, dass dieser Wert der Umfang eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten 1,2 und 0,6 ist.

18. $\pi \approx 3{,}1416$

Indischer Wert aus dem 5. Jahrhundert

19. $\pi \approx \frac{13}{50}\sqrt{146}$

Warum folgt aus der Konstruktion der angegebene Näherungswert für π?



20. $\pi \approx \frac{1}{8}\left(10 + \sqrt{229}\right)$

Suche dafür eine möglichst einfache Konstruktion.
(*Tip:* $229 = 225 + 4$)

21. $\pi \approx \frac{355}{113}$

Chinesischer Wert (um 500 n. Chr.), Kettenbruchwert
Zeige, dass dieser Näherungswert gleich dem Kettenbruch k ist, wenn man den sehr kleinen Wert für $d \approx 1/292$ vernachlässigt.
Was ergibt sich, wenn du auch noch den Näherungswert für d berücksichtigst?
Kettenbruch $k = 3 + a$

$$a = \frac{1}{7+b}$$

$$b = \frac{1}{15+c}$$

$$c = \frac{1}{1+d}$$

$$d = \ldots$$

Zusammengefasst ergibt das

$$k = 3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1+d}}}$$

22. Bestimme mit dem Taschenrechner die Näherungswerte für π, die sich ergeben, wenn man die Summen- bzw. Produktdarstellungen von VIETE, WALLIS, NEWTON, GREGORY und EULER von Seite 23 auswertet.

Aufgaben zu 2.2

1. Gib den Winkel im Bogenmaß an als Vielfaches von π und als Dezimalzahl mit zwei Dezimalen:

   a) $90°$ **b)** $15°$ **c)** $45°$ **d)** $30°$
   e) $60°$ **f)** $1°$ **g)** $1988°$ **h)** $-540°$
   i) $-2000°$ **j)** $(90°)^2$ **k)** $\sqrt{100°}$

2. Gib den Winkel auf $0{,}1°$ genau an:

   a) 2 **b)** $22/7$ **c)** $0{,}8$ **d)** $0{,}5$ **e)** 10
   f) $-2+\sqrt{3}$ **g)** $1+1°$ **h)** $\dfrac{\pi+180°}{2\pi}$

3. Berechne die fehlenden Größen eines Kreissektors

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
r	5	5	5	5	5	5			
μ	1°	1	120°				1	45°	60°
b				1	5	π	1	1	π/2

4. Der Minutenzeiger der Turmuhr Big Ben ist 4,27 m lang, der Stundenzeiger 2,75 m. Welchen Weg legen die Zeigerspitzen zurück in 1 Sekunde, 1 Minute, 1 Stunde?

•5. Der Umfang eines Kreises ist um 2 größer als der des einbeschriebenen Quadrats. Wie lang ist die Quadratseite?

6. **a)** Wie groß ist der Radius der Erde (des Monds, der Sonne), wenn der Äquator ungefähr 40 000 km (10 900 km, 4 370 000 km) lang ist?

   b) Die Erdbahn ist ziemlich genau ein Kreis von $9{,}43 \cdot 10^8$ km Umfang.
   Wie weit ist also der erdnächste Stern von uns entfernt?
   Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit (in km/s) der Erde bei ihrem Lauf um die Sonne?

   c) Pluto, der äußerste Planet unsres Sonnensystems, bewegt sich mit einer mittleren Geschwindigkeit von 4,75 km/s in 248 Jahren einmal um die Sonne.
   Wie groß ist der Durchmesser unsres Sonnensystems?

•7. Das Auge sieht zwei Punkte als einen, wenn der Sehwinkel kleiner als 1 Winkelminute ist. In welcher Entfernung scheinen sich die Schienen eines geraden Gleises zu schneiden. wenn der Schienenabstand 1435 mm ist?

8. Wie lang ist der Kreisbogen, den ein Bestimmungsdreieck aus dem Umkreis eines regelmäßigen n-Ecks mit Radius 10 ausschneidet?

   a) $n=3$ **b)** $n=4$ **c)** $n=50$

9. Zeichne die Punkte A(0|0), b(4|0) und $C(2|2\sqrt{3})$.

a) Welches besondere Dreieck ist ABC? (Begründung!)

b) Die drei Kreise um die Eckpunkte des Dreiecks mit r = 4 bilden ein Kreisbogendreieck. Berechne seinen Umfang.

10. RENNBAHN

Die Laufbahn in einem Leichtathletikstadion ist innen gewöhnlich von einer 5 cm breiten Betoneinfassung begrenzt. Gemessen bis zur Innenkante dieser Einfassung ist der Radius der Halbkreise 36,50 m, die sogenannten Geraden sind jeweils 84,39 m lang.

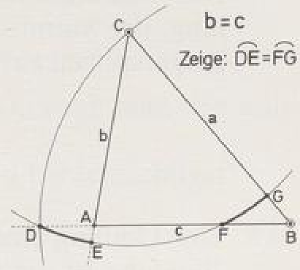
a) Wie weit von der Außenkante der Einfassung entfernt wird die Innenbahn vermessen, wenn sie 400 m lang ist?

b) Ein 10 000-m-Läufer hält die Ideallinie ein, das heißt, er läuft genau 400 m pro Runde. Sein Freund läuft ständig neben ihm her in 1 m Abstand von der Ideallinie. Wie viel m läuft er mehr?

11. Zeichne die Kreise um A(0|0) mit $r_1 = 4$ und um B(2|2) mit $r_2 = 2\sqrt{2}$.
Welchen Umfang hat die Schnittfläche der beiden Kreise?

• 12. BOGENGLEICH

a) Im Dreieck ABC ist $b = c < a$ und $\alpha < 90°$.
Der Kreis um B mit Radius a schneidet AB in D, der Kreis um C mit Radius $\overline{CD}$ schneidet AC in E, AB in F und BC in G.
Zeige: Die Bögen DE und FG sind gleich lang.



b) Begründe: Die Aussage von **a)** gilt auch, wenn $b = c > a$ und $\alpha < 90°$ ist.

c) Begründe: Die Aussage von **a)** gilt auch, wenn $b = c < a$ und $\alpha < 90°$ ist.

d) Bei einem besonderen Dreieck fallen A und F zusammen. Gib die Besonderheit an (Winkel, Seitenverhältnisse!).

13. Ein Auto fährt 100 km. Welche Streckenlänge misst der Kilometerzähler, wenn der Durchmesser der Reifen wegen Abnutzung statt 50 cm nur 49,5 cm beträgt?

14. Welchen Umfang darf eine Tonne haben, damit sie durch eine 2 m breite Kellertür passt?

15. Zum Ausmessen krummer Wege auf Landkarten verwendet man Messrädchen. Wie groß muss der Raddurchmesser sein, wenn eine Umdrehung bei einem Maßstab 1 : 100 000 einem Kilometer entsprechen soll?

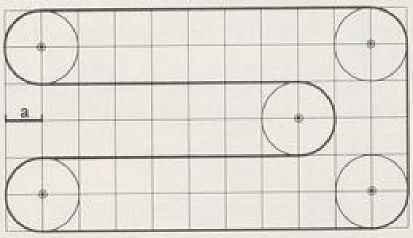
• 16. RIEMENTRIEB

In einem Quadratnetz mit Gitterkonstante a sind dünn Kreise gezeichnet: Jeder Kreis geht durch mindestens zwei Gitterpunkte oder berührt vier Gittergeraden. Die Kreise bedeuten Räder, die dick gezeichneten Kurven bedeuten Riemen oder Ketten.

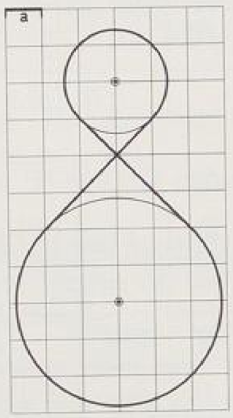
a) Verglichen mit dem größten Rad – wie viel mal so schnell dreht sich das kleinste Rad?

b) Berechne die Riemenlänge abhängig von a.

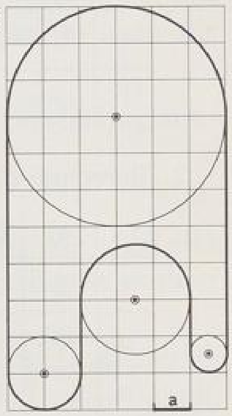
α)



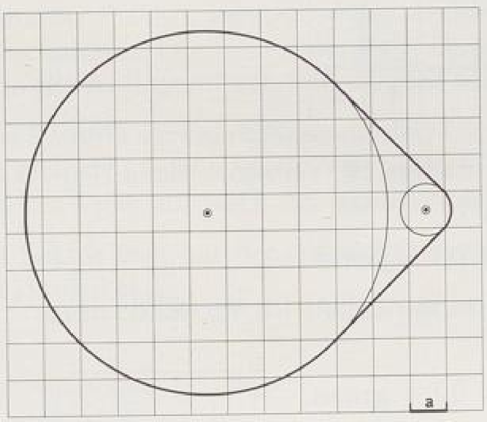
β)



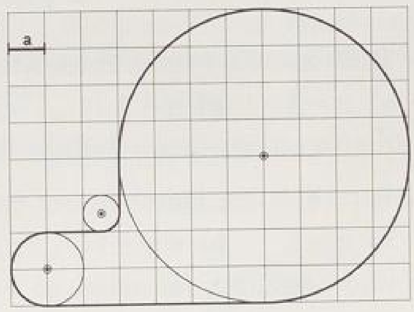
γ)



δ)



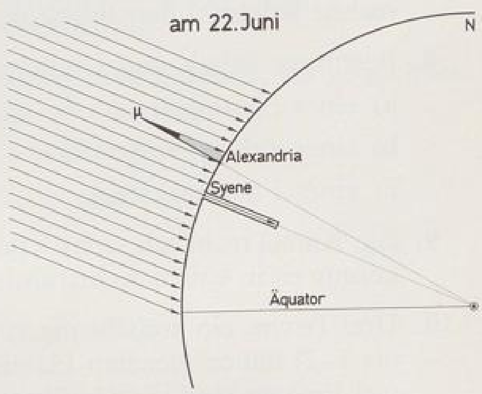
ε)



17. ERDUMFANG

Der griechische Mathematiker ERATOSTHENES (Alexandria, 275 bis 194) hat den Erdumfang mit folgender Überlegung bestimmt: Wenn in Syene (heute Assuan) die Sonne zur Sommersonnenwende (höchster Sonnenstand) einen tiefen Brunnen genau ausleuchtet, also senkrecht über Syene steht, dann wirft eine Säule im 800 km nördlich gelegenen Alexandria einen Schatten. Nimmt man an, dass die Sonnenstrahlen parallel sind, dann folgt daraus, dass die Erdoberfläche krumm sein muss. Wenn ERATOSTHENES weiter annimmt, dass die Erde eine Kugel ist, dann kann er aus dem Winkel μ, den die Sonnenstrahlen und die Säule bilden, Umfang und Radius der Erdkugel bestimmen; für μ gibt er »ein Fünfzigstel von vier Rechten« an.

Welcher Wert ergibt sich für den Umfang, welcher für den Radius ($\pi \approx 22/7$)?



Aufgaben zu 2.3

1. Berechne die fehlenden Größen (F Kreisinhalt)

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
r	1	0,5	2	$\sqrt{5}$	π				
F						1	0,5	2	$\sqrt{5}$

2. Berechne die fehlenden Größen (F Sektorinhalt)

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	j)
r	2	2	2				1			
μ	45°			60°	120°		1	1	1	1
b		1		1		1		1		
F			2		$\sqrt{3}$	1			1	π

3. Berechne die Fläche eines Kreises mit Radius 10. Verwende dazu
   a) $\pi \approx 3$ **b)** $\pi \approx 3{,}14$ **c)** $\pi \approx 22/7$
   und bestimme den relativen Fehler auf 0,1 % genau.
4. Berechne den Durchmesser eines Kreises mit Inhalt 10. Verwende dazu
   a) $\pi \approx 3$ **b)** $\pi \approx 3{,}14$ **c)** $\pi \approx 22/7$
   und bestimme den relativen Fehler auf 0,1 % genau.
5. Der Inhalt eines Kreises mit Radius r ist ungefähr so groß wie der eines Quadrats mit der Diagonallänge 2,5 r. Berechne den relativen Fehler auf 0,1 % genau.
6. Wie verhalten sich die Inhalte von In- und Umkreis eines
   a) Quadrats?
   b) gleichseitigen Dreiecks?
7. Aus einer quadratischen Platte (a = 31,5 cm) soll jemand entweder einen Kreis oder vier kongruente Kreise so ausschneiden, dass möglichst wenig Abfall entsteht. Berechne jedesmal den Inhalt der Restflächen.
8. Bestimme Inhalt und Umfang
   a) eines Pfennigs
   b) einer Zehnpfennigmünze
   c) eines Fünfmarkstücks.
9. Ein Kamel trabt mit sechs Kilometer je Stunde durch die Wüste. Welche Kreisfläche könnte es in einem Achtstundentrab umrunden?
10. Drei Tische, ein kreisförmiger, ein quadratischer und ein rechteckiger (Seitenverhältnis 1 : 2) haben gleichen Flächeninhalt. Welcher hat den kleinsten Umfang, um wie viel Prozent sind die Umfänge der andern beiden größer?

11. Eine Ziege ist an einem Pflock angeleint und weidet alles ab, was sie erreichen kann. Am ersten Tag ist die Leine 4 m lang. Um wie viel Meter muss man sie täglich verlängern, wenn die Ziege jeden Tag gleich viel Fläche abweidet?

12. Zwei konzentrische Kreise bilden einen **Kreisring**. Berechne Umfang und Inhalt des Kreisrings mit Außenradius R und Innenradius r. Gelten die Formeln auch für nicht konzentrische Kreise?

13. Welchen Inhalt hat der Kreisring zwischen Um- und Inkreis eines regelmäßigen n-Ecks, das dem Einheitskreis umbeschrieben ist, falls

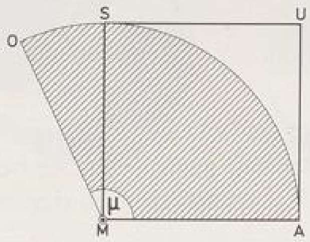
a) $n = 4$ **b)** $n = 3$ **c)** $n = 6$?

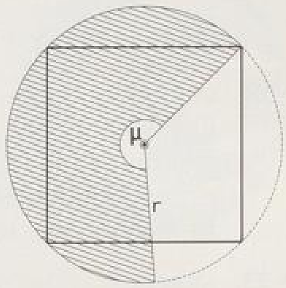
14. THUKYDIDES (griechischer Geschichtsschreiber 460 bis 400) hat behauptet, dass sich die Flächen kreisförmiger Inseln genauso verhielten wie die Zeiten, die man zu ihrer Umschiffung braucht. Was ist davon zu halten?

15. Leonardo PISANO, genannt FIBONACCI (italienischer Mathematiker 1180 bis 1240) hat behauptet: Die Spur eines Rads bei einer Umdrehung ist gleich dem Kreisinhalt, wenn die Auflagenbreite halb so groß wie der Radius ist. Was ist davon zu halten?

16. Eine Pizzeria verkauft Pizzen in drei Größen: 30 cm, 20 cm und 15 cm Durchmesser. Die kleinste kostet 6 Mark. Wie teuer sollten die andern (derselben Sorte) sein, wenn sich der Preis nur nach der Fläche richtet?

17. Der Sektor OMA hat denselben Inhalt wie das Quadrat MAUS. Berechne den Mittelpunktswinkel μ.

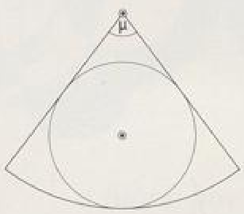




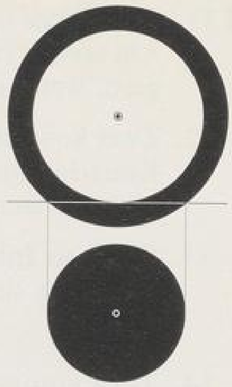
18. Wie groß ist bei einem Kreis mit Radius r der Mittelpunktswinkel μ eines Sektors, der denselben Inhalt hat wie das einbeschriebene Quadrat?

• 19. In einem Sektor mit Mittelpunktswinkel μ ist ein möglichst großer Kreis gezeichnet. Wie viel Prozent der Sektorfläche bedeckt die Kreisscheibe für

a) $\mu = 90°$ **b)** $\mu = 60°$ **c)** $\mu = 120°$ **d)** $\mu = 180°$?



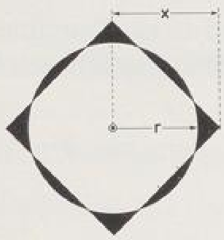
20. Zeige, dass die schwarze Kreisfläche und der schwarze Kreisring gleichen Inhalt haben.



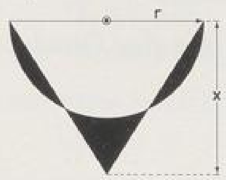
• 21. DRAUSSEN = DRINNEN

Berechne x in Abhängigkeit von r so, dass die schwarzen Flächen außerhalb des Kreises denselben Inhalt haben wie die schwarzen Flächen innerhalb des Kreises.

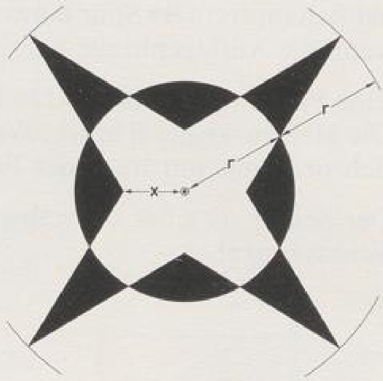
a)



b)



c)



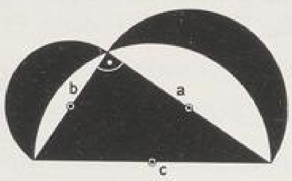
• 22. LUNULAE

Der Pythagoräer HIPPOKRATES von Chios (um 440 v. Chr.) ist bei der Suche nach der Quadratur des Kreises auf eine verblüffende Flächengleichheit gestoßen: Die beiden sichelförmigen Möndchen (Lunulae) über den Katheten haben zusammen denselben Inhalt wie das rechtwinklige Dreieck. Beweise dies.

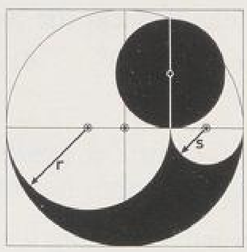
• 23. ARBELOS

ARCHIMEDES hat gezeigt: Die schwarze, von drei Halbkreisen begrenzte Fläche (Arbelos = Schustermesser) hat denselben Inhalt wie die schwarze Kreisfläche. Zeige durch Rechnung die Flächengleichheit.

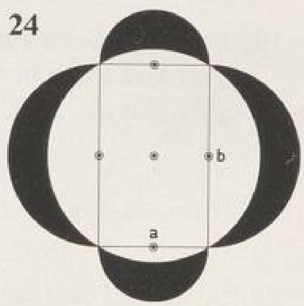
LUNULAE



ARBELOS



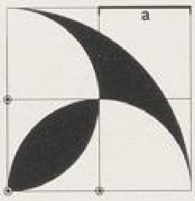
24

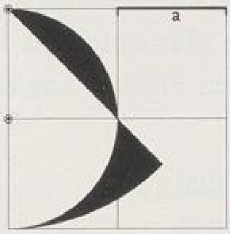


24. Berechne den Inhalt der schwarzen Fläche in Abhängigkeit von a und b.

25. FLÄCHENGLEICH
Zeige: Die beiden schwarzen Flächen haben jeweils gleichen Inhalt.

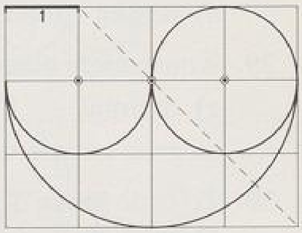
a)





b)

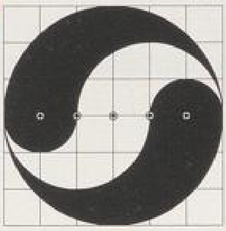
GEOBOLD



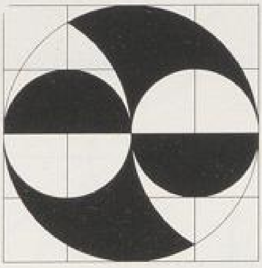
26. GEOBOLD
- **a)** Berechne Inhalt und Umfang von Geobold.
- **b)** Zeige, dass die gestrichelte Gerade den Geobold in zwei flächengleiche Teile zerlegt.
- • **c)** Welche Gerade zerlegt den Geobold in zwei umfanggleiche Teile?

27. SCHWARZWEISS
Berechne den Inhalt der schwarzen Fläche in Abhängigkeit von der Gitterkonstante a (= Abstand zweier Nachbarparallelen im Gitter).

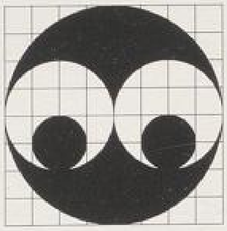
a)



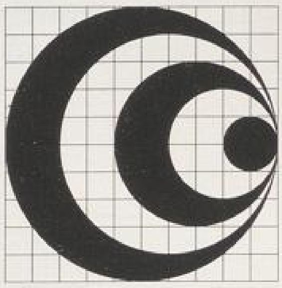
b)



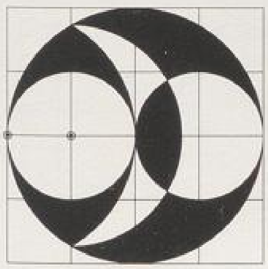
c)



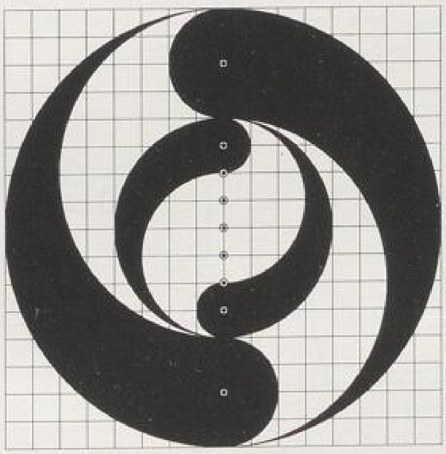
d)



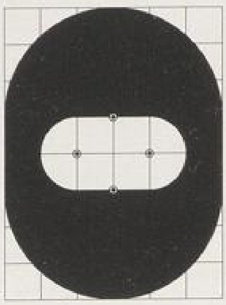
• e)



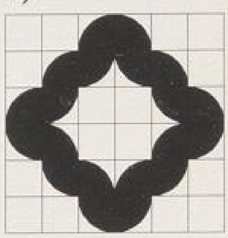
f)



g)



h)



28. Gegeben sind zwei Kreise mit den Radien 4 und 6. Konstruiere einen Kreis,

a) dessen Umfang die Summe der beiden Umfänge ist

b) dessen Umfang die Differenz der beiden Umfänge ist

c) dessen Inhalt die Summe der beiden Flächeninhalte ist

d) dessen Inhalt die Differenz der beiden Flächeninhalte ist.

29. Konstruiere einen Kreis, dessen Inhalt

a) dreimal **b)** viermal **c)** siebenmal

so groß ist wie der eines gegebenen Kreises.

30. Zeichne einen Kreisring mit den Radien 3 und 5 und verwandle ihn in einen flächengleichen

a) Kreis **b)** Kreissektor mit Mittelpunktswinkel 60°.

31. Teile eine Kreisfläche mit konzentrischen Kreisen in

a) zwei **b)** drei flächengleiche Teile.

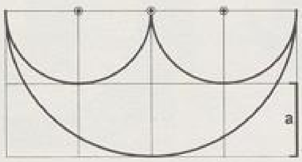
32. **a)** Verwandle einen Kreis in einen flächengleichen Halbkreis.

b) Verwandle einen Halbkreis in einen flächengleichen Kreis.

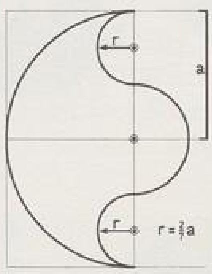
33. Zeichne einen Kreis mit $r = 4$ und konstruiere einen konzentrischen zweiten, sodass der Kreisring denselben Inhalt hat wie der gegebene Kreis.

34. QUADRATGITTER
Berechne Umfang und Inhalt der Figuren in Abhängigkeit von der Gitterkonstante a.

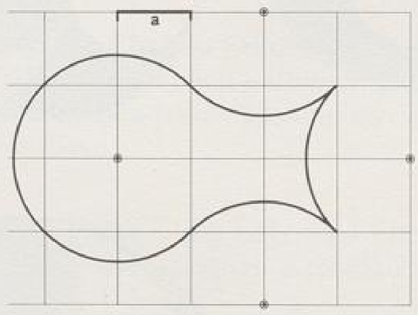
a)



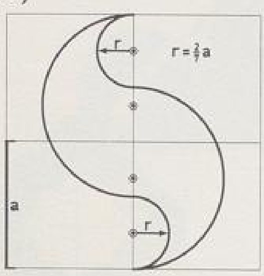
b)



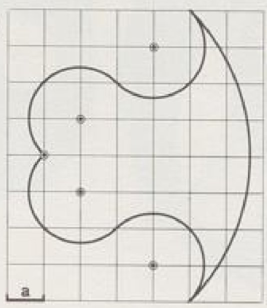
c)



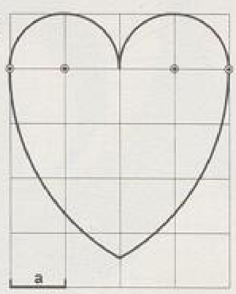
d)



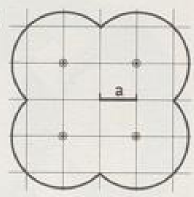
e)



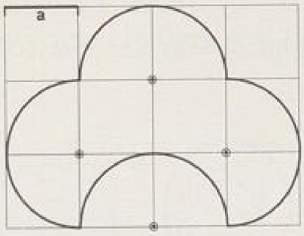
f)



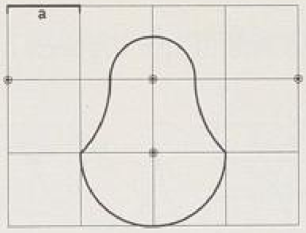
g)



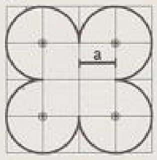
h)



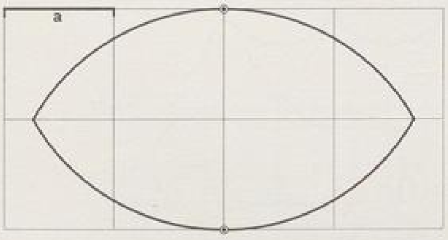
i)



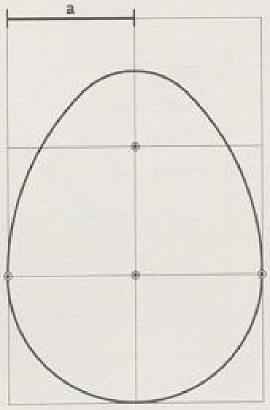
j)



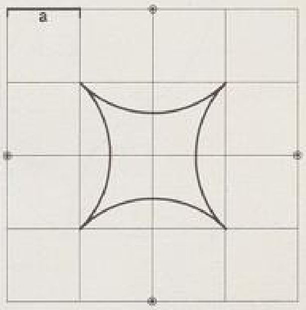
k)



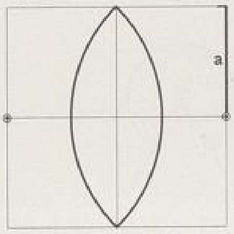
l)



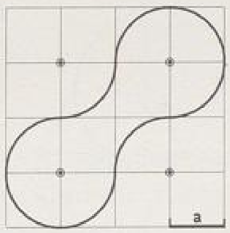
m)



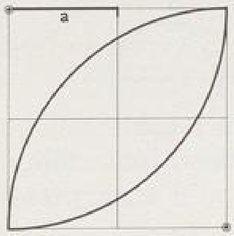
n)



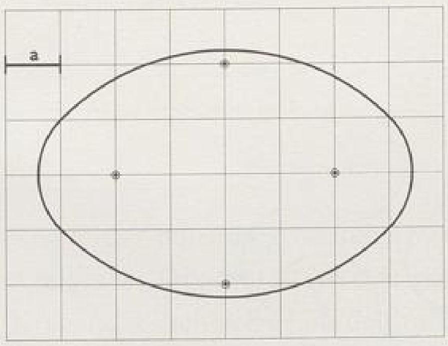
o)



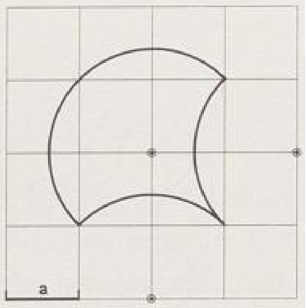
p)



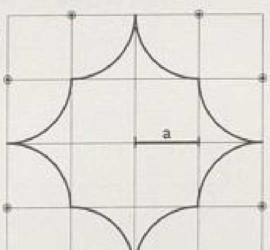
q)



r)



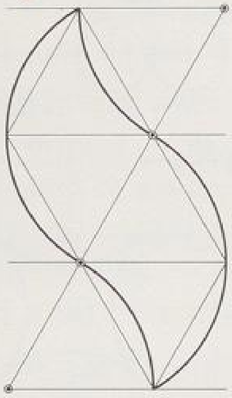
s)



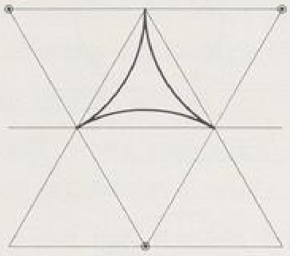
35. DREIECKGITTER

Berechne Umfang und Inhalt der Figuren in Abhängigkeit von der Dreieckseite a.

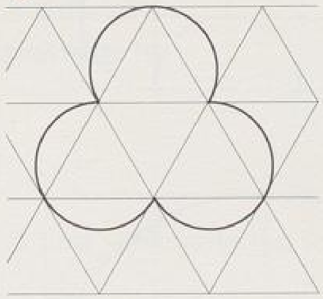
a)



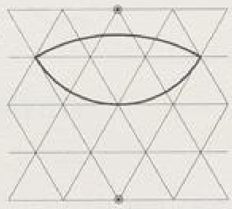
b)



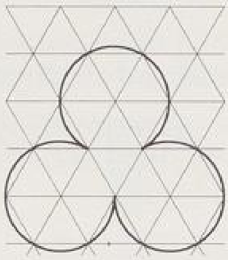
c)



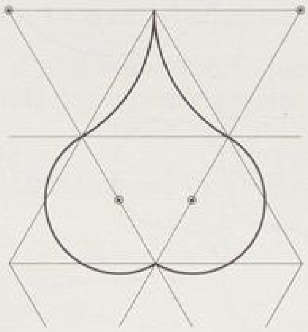
f)



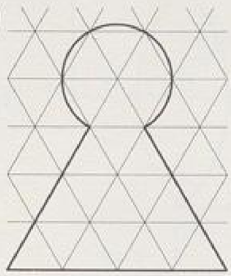
d)



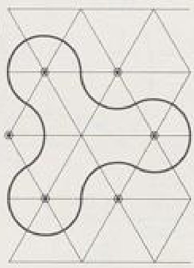
e)



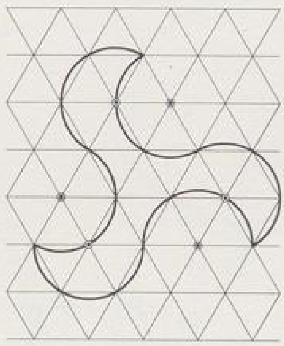
g)



h)



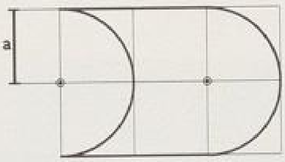
i)



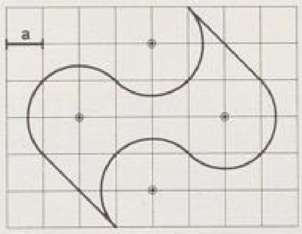
36. GERADEKRUMM

Berechne Umfang und Inhalt der Figuren in Abhängigkeit von der Gitterkonstante a.

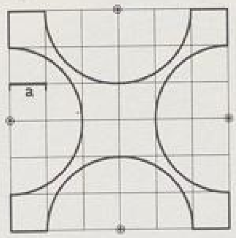
a)



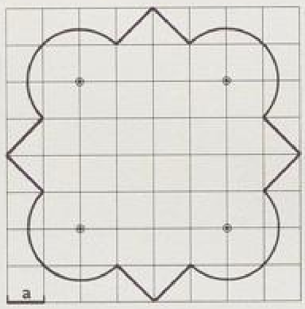
b)



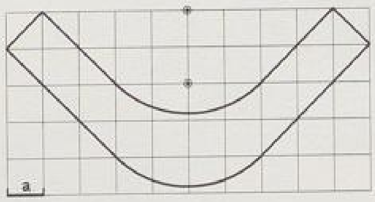
c)



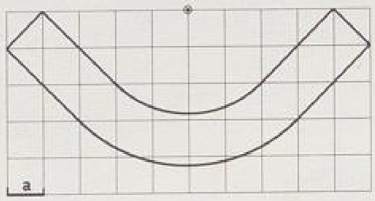
d)



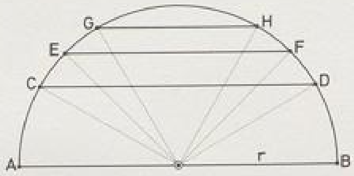
e)



f)



• **37.** Drei zum Durchmesser [AB] parallele Sehnen unterteilen einen Halbkreis in vier Flächenstücke. Die Sehnen sind die Seiten dem Kreis einbeschriebener regelmäßiger Drei-, Vier- und Sechsecke. Berechne Inhalt und Umfang jedes Flächenstücks.

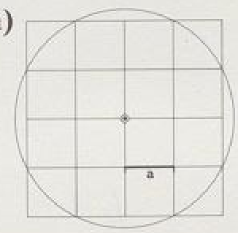


38. Welche Figur hat den größeren Inhalt, welche den längeren Umfang:

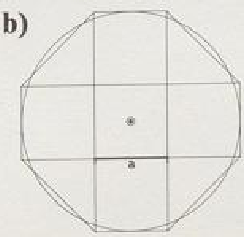
a) Kreis oder Quadrat? Gib den relativen Fehler bezogen aufs Quadrat an.

b) Kreis oder Achteck? Gib den relativen Fehler bezogen aufs Achteck an. (Ägyptische Kreisnäherung vor 4000 Jahren)

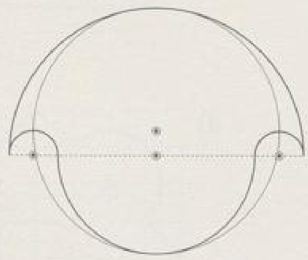
a)



b)



39. Die Figur ist aus lauter Halbkreisen zusammengesetzt, deren Mittelpunkte auf demselben Durchmesser liegen (vgl. Aufgabe **27 a**). Wie viel Prozent der Kreisfläche sind schwarz?



• 40. SALINON
Diese achsensymmetrische Figur, die aus vier Halbkreisen besteht, heißt Salinon (= Salzfass) von ARCHIMEDES. Mach's wie ARCHIMEDES und beweise, dass unabhängig von der Wahl der Radien das Salinon flächengleich ist dem Berührkreis.

• 41. DIE MUTTER VON ARCHIMEDES
Zeige: Der Inhalt der schwarzen Sicheln ist gleich dem der schraffierten Mutter.