Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 1997

Aufgaben

urn:nbn:de:hbz:466:1-83463

Aufgaben zu 8.

1. Zeige mit dem Additionstheorem: $\sin\left(\frac{1}{2}\pi + x\right) = \sin\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$
Was bedeutet das für die Sinuskurve?

• 2. Zeige mit dem Additionstheorem: $\sin(\pi + x) = -\sin(\pi - x)$
Was bedeutet das für die Sinuskurve?

3. Zeige mit dem Additionstheorem: $\cos\left(\frac{1}{2}\pi + x\right) = -\cos\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$
Was bedeutet das für die Kosinuskurve?

4. Zeige mit dem Additionstheorem: $\cos(\pi + x) = \cos(\pi - x)$
Was bedeutet das für die Kosinuskurve?

5. Zeige mit dem Additionstheorem: $\tan(\pi + x) = -\tan(\pi - x)$
Was bedeutet das für die Tangenskurve?

6. Gib alle Symmetrieachsen und -zentren der Sinus- und Kosinuskurve an.

7. Gib drei Punkte an, zu denen die Tangenskurve symmetrisch ist.

8. Zeichne die Graphen im Bereich $-\pi \leqq x \leqq 2\pi$
a) $y = 1 - \sin x$ **b)** $y = \cos x - 2$ **c)** $y = -\tan x$
d) $y = (\sin x)^2$ **e)** $y = (\cos x)^2$ **f)** $y = (\sin x)^2 + (\cos x)^2$.

9. Erläutere an den Graphen die Beziehungen
a) $y = 1 - \sin x$ **b)** $\cos x = -\cos(\pi - x)$
c) $\sin x = \cos\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$ **d)** $\cos x = \sin\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$.

10. Zeichne den Graphen der Funktion im Bereich $[-\pi; 2\pi]$
a) $y = 3\sin x$ **b)** $y = \sin(-3x)$
c) $y = \sin\left(x + \frac{1}{2}\pi\right)$ **d)** $y = \sin\left(x - \frac{1}{3}\pi\right) + 2$
e) $y = 2\cos x - 1$ **f)** $y = -\frac{1}{2}\cos(-2x) + 1$.

11. Zeichne den Graphen der Funktion im Bereich $[-\pi; 2\pi]$
a) $y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{12}\pi\right)$ **b)** $y = \frac{3}{2}\sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\pi\right)$
c) $y = -2\cos(2x - \pi)$ **d)** $y = -3\sin\left(\frac{1}{2}\pi - 3x\right) - 2$

12. Bestimme die Nullstellen, Hoch- und Tiefpunkte und die Wertemenge. Zeichne den Graphen der Funktion im Bereich $[-\pi; 2\pi]$
a) $y = \frac{1}{2}\sin\left(x - \frac{1}{2}\pi\right) + 1$ **b)** $y = 2\cos\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) - \frac{1}{2}$.

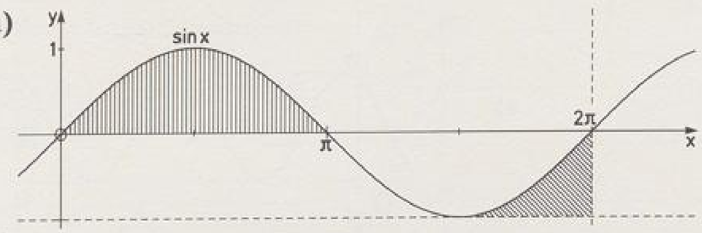
13. Zeichne die Kurven von $y = \sin x$, $y = \tan x$ und $y = x$ im Bereich $0 \leqq x \leqq 1$ (Längeneinheit 10 cm). Lege eine Wertetabelle mit Schrittweite 0,1 an. Aus der Zeichnung erkennst du, dass die Näherungen $\sin x \approx x$, $\tan x \approx x$ und $\sin x \approx \tan x$ für kleine Werte von x ziemlich gut sind. (Siehe Seite 192 unten)
Berechne für die Näherungen jeweils den maximalen x-Wert, sodass der Unterschied der y-Werte kleiner ist als 0,01 (0,001).

14. Gib bei den Funktionstermen an:
- die erste positive Nullstelle
- die Periode
- den ersten positiven x-Wert eines Hochpunkts
- die Wertemenge.

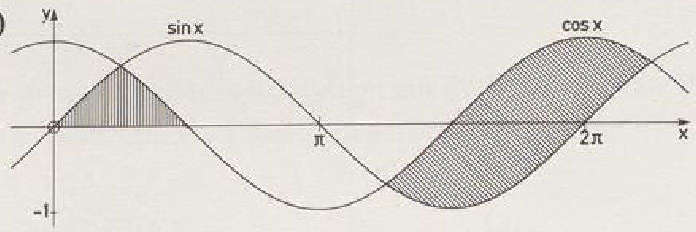
a) $5\sin x$	**b)** $\sin 5x$	**c)** $\sin(x-5)$
d) $\sin\frac{1}{5}x$	**e)** $-5\sin x$	**f)** $\sin(-5x)$
g) $\sin(5-x)$	**h)** $\sin\left(-\frac{1}{5}x\right)$	**i)** $2\sin\left(x-\frac{2}{3}\pi\right)$
j) $\sin 2\left(x-\frac{1}{6}\pi\right)$	**k)** $-2\sin(-2x)$	**l)** $\frac{3}{2}\sin\frac{1}{2}\left(x+\frac{3}{2}\pi\right)$
m) $\sin\left(2x+\frac{3}{2}\pi\right)$	**n)** $\sin\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{12}\pi\right)$	**o)** $\sin\left(\frac{3}{2}x-\frac{3}{4}\pi\right)$

15. Die Sinuskurve, die Gerade $x = a$ $(0 \leqq a \leqq \pi)$ und die x-Achse begrenzen ein Flächenstück vom Inhalt $A(a) = 1 - \cos a$. Berechne die Inhalte der schraffierten Flächenstücke.

a)



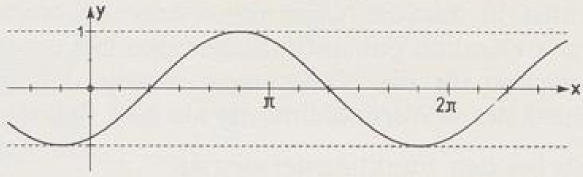
b)



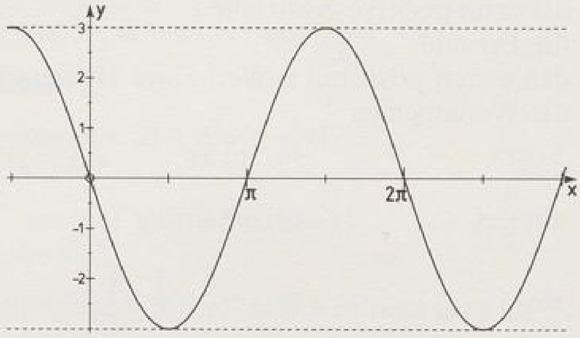
16. a sin b (x + c)

Bestimme a, b und c so, dass der Funktionsterm zum Bild passt. (Jede Nullstelle ist Vielfaches von $\pi/6$.)

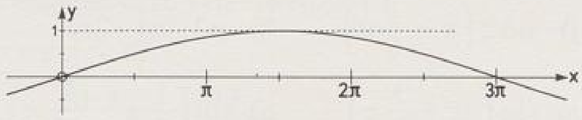
a)



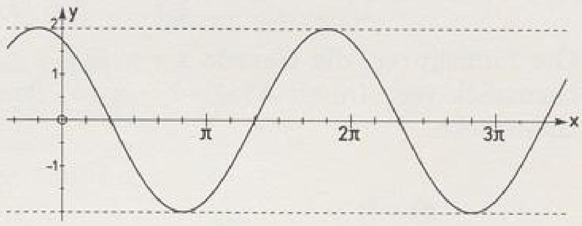
b)



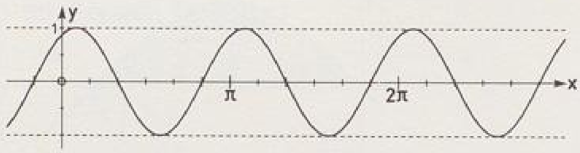
c)



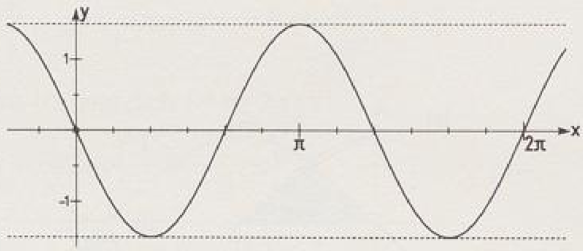
d)



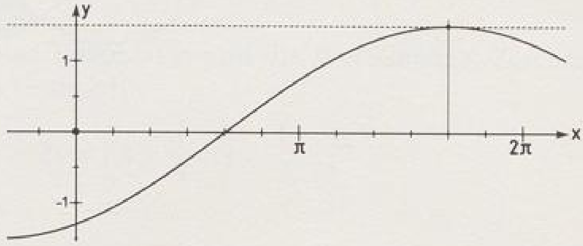
e)



f)



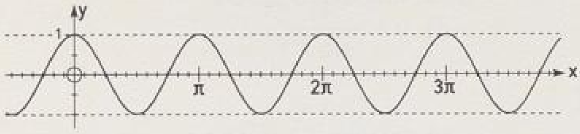
g)



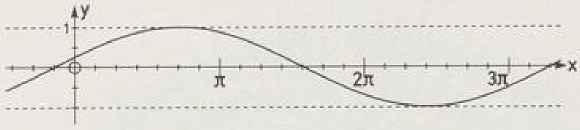
17. **a sin (bx + c)**

Bestimme a, b und c so, dass der Funktionsterm zum Bild passt.

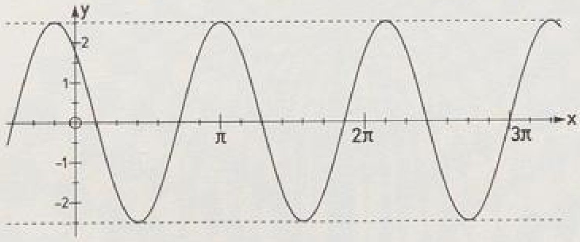
a)



b)

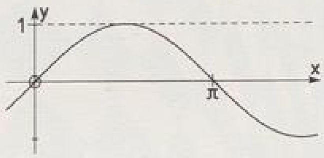


c)

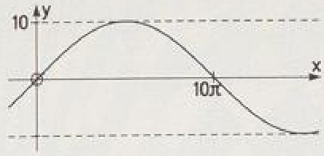


18. Die Bilder zeigen kongruente Sinuskurven in verschiedenen Koordinatensystemen. Gib jeweils die Kurvengleichung an.

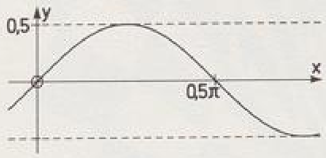
a)



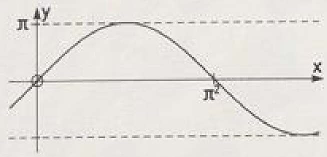
d)



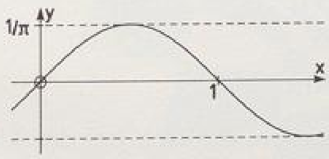
b)



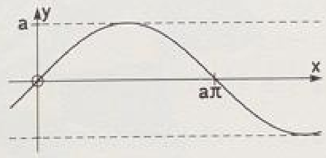
e)



c)



f)



19. Kennzeichne in einem Koordinatensystem mit Farbe alle Punkte $P(x|y)$, für die gilt

a) $-\pi \leqq x \leqq \pi$ und $\sin x - 1 \leqq y \leqq -1 - \cos x$

b) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ und $2 + \sin x \leqq y \leqq 1 - \cos x$

c) $0 \leqq x \leqq \pi$ und $\cos x < y \leqq \pi - x$

d) $0 \leqq x \leqq 4$ und $x - 1 < y < \sin x$.

• 20. Gib die maximale Definitionsmenge und die Periode an von

a) $y = \sin x + \cos x$ **b)** $y = \sin x + \tan x$

c) $y = 1 + (\tan x)^2$ **d)** $y = \dfrac{1}{\sin x}$.

21. Bestimme $x \in [0; 2\pi[$

a) $\sin x = 0{,}1$ **b)** $2 \sin x = -1{,}683$

c) $\sin 2x = 0{,}6$ **d)** $|\sin x| = 0{,}48$

e) $\left|\sin\left(x - \frac{1}{3}\pi\right)\right| = 0{,}866$ **f)** $3 \sin \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) = 1{,}8$.

22. Bestimme $x \in [0; 2\pi[$

a) $\cos x = -0{,}2$ **b)** $2 \cos x = -0{,}832$

c) $\cos 2x = 0{,}96$ **d)** $|\cos x| = 0{,}878$

e) $\cos\left(x - \frac{1}{3}\pi\right)\Big| = 0{,}995$ **f)** $4 \cos \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) = 0{,}283$.

23. Bestimme $x \in [0; \pi[$

a) $\tan x = -0{,}5$ **b)** $2 \tan x = 4{,}37$

c) $\tan 2x = 1{,}158$ **d)** $|\tan x| = 0{,}143$

e) $\left|\tan\left(x - \frac{1}{3}\pi\right)\right| = 1{,}732$ **f)** $4 \tan \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) = -1$.

24. Für welche $x \in [0; 2\pi[$ gilt

a) $\sin x < -0{,}2$ **b)** $\cos x \geqq -0{,}832$

c) $\sin 2x \leqq 0{,}96$ **d)** $|\cos x| > 0{,}878$

e) $\left|\sin\left(x - \frac{1}{3}\pi\right)\right| > 0{,}995$ **f)** $\tan \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{4}\pi\right) > -1$?

25. Für welches x gilt (grafisch lösen!)

a) $\sin x = 0{,}25x$ **b)** $\sin x = x - 1$

c) $\cos 2x = -x$ **d)** $|\cos x| = 2x$

e) $\tan x = 2 - x$ (1 Lösung!) **f)** $\sin 2x + \tan x = 0$?

⁝ 26. Bestimme den Term der allgemeinen Sinuskurve, die sich bei der Überlagerung ergibt.

a) $\sin x + 2 \sin\left(x + \frac{1}{4}\pi\right)$ **b)** $3 \sin x + 4 \sin\left(x + \frac{1}{2}\pi\right)$

c) $\frac{1}{2} \sin x + 2 \sin\left(x + \frac{1}{3}\pi\right)$ **d)** $\sin(2x) + 2 \sin 2\left(x + \frac{1}{3}\pi\right)$

27. Zeige: $x \cdot \sin\alpha + y \cdot \cos\alpha = r \cdot \sin(\alpha + \varphi)$ und es gilt:
r und φ sind die Polarkoordinaten des Punkts $P(x|y)$.