Anschauliche Geometrie

Barth, Friedrich

München, 1997

Aufgabben

urn:nbn:de:hbz:466:1-83463

Aufgaben

1. Berechne die fehlenden Größen

	a	b	e	ε
a)	4	2		
b)	4		2	
c)	7			0,5
d)			4	0,8

2. Zeichne eine Ellipse mit $e = b = 4$. Welchen Winkel bilden die Brennstrahlen, die durch einen Nebenscheitel gehen?

3. Bestimme das Achsenverhältnis b/a bei Ellipsen mit

a) $\varepsilon = 0{,}5$ **b)** $\varepsilon = 0{,}75$ **c)** $\varepsilon = 0{,}9$ **d)** $\varepsilon = 0{,}95$ **e)** $\varepsilon = 0{,}99$

4. Zeichne (mit Hilfe der Scheitelkrümmungs-Kreise) die Ellipse E_1 mit den Halbachsen $a = 4$ und $b = 3{,}5$ sowie die beiden Brennpunkte. Zeichne dann die Ellipse E_2 mit der gleichen linearen Exzentrizität wie E_1, deren große Halbachse die Länge 2,5 hat. Berechne für beide Ellipsen die numerische Exzentrizität.

5. Zeichne (mit Hilfe der Scheitelkrümmungs-Kreise) die Ellipse E_1 mit den Halbachsen $a = 3$ und $b = 1{,}5$ sowie die beiden Brennpunkte. Zeichne dann die Ellipse E_2 mit der gleichen numerischen Exzentrizität wie E_1, deren große Halbachse die Länge 4 hat. Berechne für beide Ellipsen die lineare Exzentrizität.

6. Der Komet Halley läuft auf einer Ellipsenbahn um die Sonne. Ein Umlauf dauert etwa 76 Jahre. Seine kleinste Entfernung bis zur Sonne ist $87{,}8 \cdot 10^6$ km, seine größte $5232{,}5 \cdot 10^6$ km. Berechne die Werte a, b, e und ε seiner Ellipsenbahn.

7. Berechne allgemein a, b, e und ε aus r_{min} und r_{max} einer Planetenbahn.

8. Von einer Ellipse mit $a = 5$ kennt man $F_1(-3|0)$ und $F_2(3|0)$. Konstruiere die Ellipsenpunkte, die von F_1 die Entfernungen 3, 5, 6 und 7 haben und zeichne damit näherungsweise die Ellipse.

9. Zeichne zwei Punkte F_1 und F_2 mit 8 cm Entfernung und um jeden dieser Punkte Kreise mit den Radien 1 cm, 2 cm, ..., 10 cm. Suche alle Schnittpunkte P mit $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 12$ cm und verbinde sie zu einer Ellipse. Welche weiteren Ellipsen ($a = ?$) kannst du in dem Kreisgewirr entdecken? Zeichne sie!

Ellipsentangenten

Wenn nichts vermerkt ist, liegen Haupt- und Nebenachse in den Koordinatenachsen.

10. Gegeben: $F_1(-4|0)$, Ellipsenpunkt $P(3|-2{,}5)$
Konstruiere die Tangente in P und die vier Scheitel der Ellipse.

11. Gegeben: $F_1(-3|0)$, Tangente $y = 0{,}5x + 4$
Konstruiere den Berührpunkt P und die vier Scheitel der Ellipse.

12. Gegeben: Halbachse $a = 5$, Tangente $y = -0{,}5x + \times 4$
Konstruiere die Brennpunkte und die Nebenscheitel der Ellipse.

13. Gegeben: $F_2(4|0)$, $a = 5$, Tangente $y = -\frac{1}{3}x + 3{,}5$ mit Berührpunkt $P(3|2{,}5)$
Konstruiere den zweiten Brennpunkt und die vier Scheitel der Ellipse. (Die Ellipse liegt nicht symmetrisch zum Koordinatensystem!)

14. Gegeben: $F_1(-4|0)$, $a = 5$, Tangentensteigung $m = -0{,}5$
Konstruiere die Tangenten und die Berührpunkte.

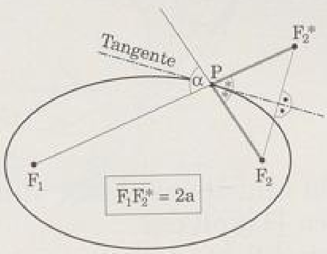
15. Gegeben: $F_1(-4|0)$, $a = 5$, Punkt $Q(1|4)$ außerhalb der Ellipse
Konstruiere die Tangenten durch Q.

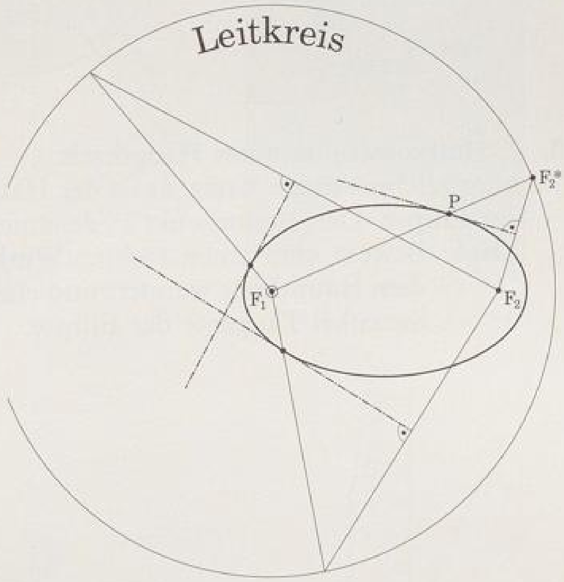
Leitkreis und Hüllgeraden

•16. Leitkreis

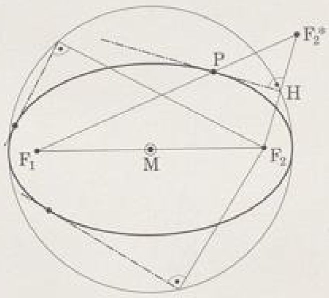
a) Zeige: Spiegelt man den Brennpunkt F_2 an irgendeiner Ellipsentangente (Spiegelpunkt F_2^*), dann liegen alle so erzeugten Spiegelpunkte auf dem Kreis um F_1 mit Radius 2a.

Dieser Kreis heißt **Leitkreis der Ellipse zum Brennpunkt F_1**.





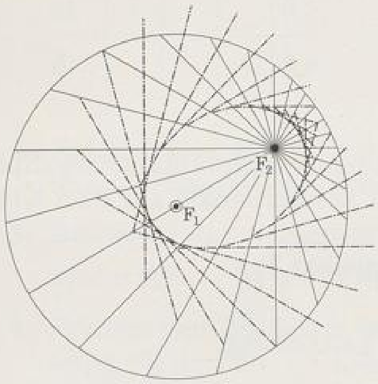
b) Zeige: Der Mittelpunkt H der Strecke $[F_2F_2^*]$ liegt auf dem Hauptkreis mit Radius a (siehe Aufgabe **a)**).

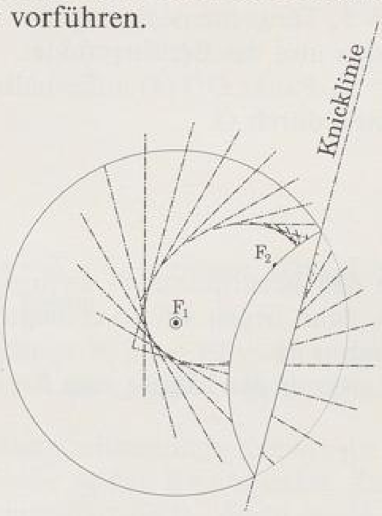


⁝17. 1. Hüllkonstruktion mit Leitkreis

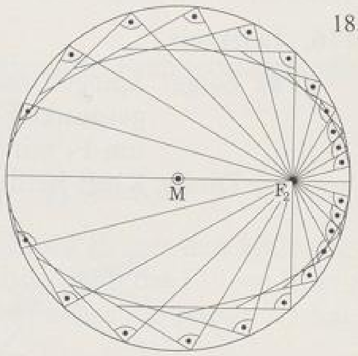
Man zeichnet einen Kreis; er ist der Leitkreis, sein Mittelpunkt F_1 ist ein Brennpunkt der Ellipse. Den andern Brennpunkt F_2 zeichnet man in den Leitkreis.

Zeige: Verbindet man F_2 mit irgendeinem Kreispunkt L, dann ist die Mittelsenkrechte von $[F_2L]$ Tangente der Ellipse mit den Brennpunkten F_1 und F_2. Diese Konstruktion lässt sich auch eindrucksvoll durch Falten einer Kreisscheibe aus Papier vorführen.





18.



⁝18. 2. Hüllkonstruktion mit Hauptkreis

Man zeichnet einen Kreis; er ist der Hauptkreis, sein Mittelpunkt M ist Mittelpunkt der Ellipse. Den Brennpunkt F_2 zeichnet man in den Hauptkreis.

Zeige: Bewegt man einen rechten Winkel (Geodreieck!) so, dass sein Scheitel auf dem Hauptkreis wandert und ein Schenkel durch F_2 geht, dann ist der andere Schenkel Tangente der Ellipse.