



## **Anschauliche Geometrie**

**Barth, Friedrich**

**München, 1997**

5. Anwendungen Bahnkurven - Reflexionen - Kegel-Schnitte - Navigation

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-83463](https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:466:1-83463)

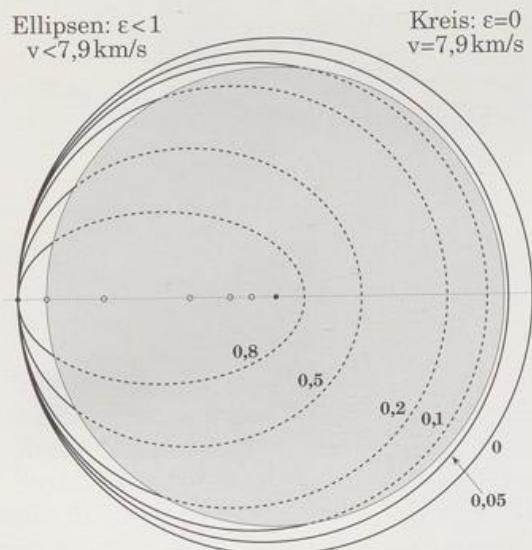
## 5. Anwendungen

Auf Kegelschnitte trifft man in Natur, Technik und Architektur.

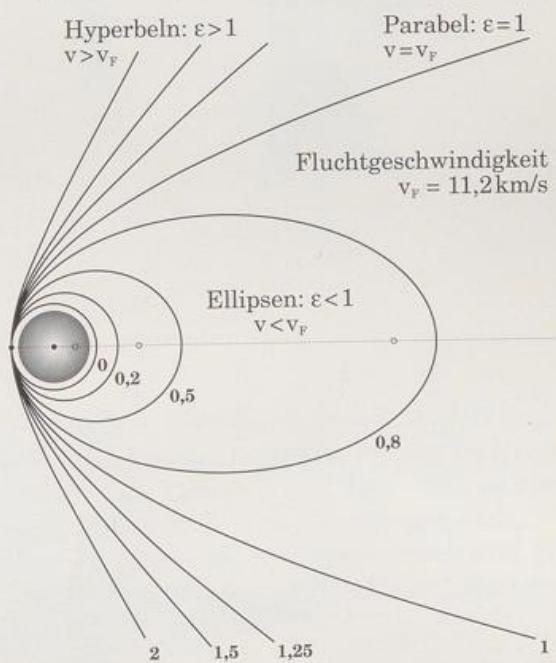
### Bahnkurven

Galileo GALILEI (1564 bis 1642) hat Anfang des 17. Jahrhunderts erkannt, dass ein geworferner Körper eine Parabelbahn beschreibt. Dank KEPLER (1571 bis 1630) und NEWTON (1643 bis 1727) wissen wir heute, dass die Bahnkurven eigentlich Ellipsen sind, die aber in der Gegend des Scheitels, des Abwurfpunkts also, sehr gut durch Parabeln angenähert werden. Es lassen sich sogar alle drei Kegelschnitt-Typen beim Werfen erzeugen. Ihre Form hängt allein von der Abwurfgeschwindigkeit ab.

### Kegelschnitte als Satelliten-Bahnen



### Kegelschnitte als Satelliten-Bahnen



Im Makrokosmos der Astronomie findet man Kegelschnitte als Flugbahnen von Raketen, Planeten, Kometen ...

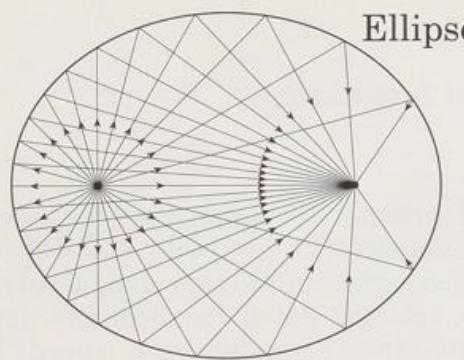
Im Mikrokosmos der Atomphysik treten die Kegelschnitte als Flugbahnen geladener Teilchen auf.

### Reflexionen

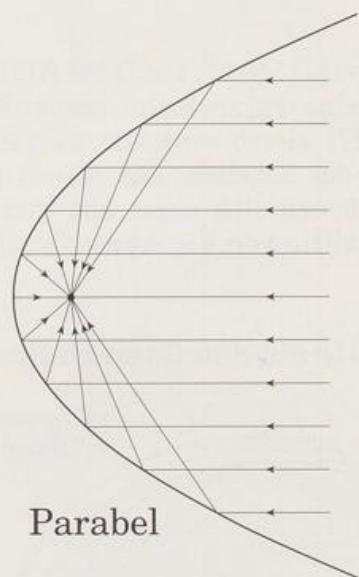
Die Reflexionseigenschaften von Spiegeln, deren Querschnitte Ellipsen, Hyperbeln oder Parabeln sind, nutzt vor allem die Technik.

Mit Parabolspiegeln erzeugt man Parallelstrahl-Bündel, zum Beispiel in Sendeantennen (Richtfunk) oder Autoscheinwerfern (Fernlicht).

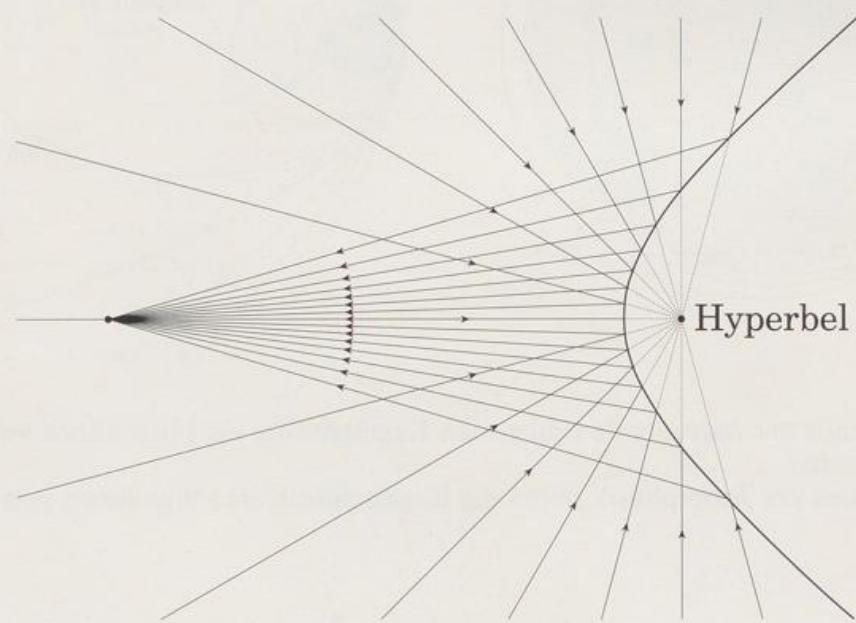
Mit Parabolspiegeln empfängt man Parallelstrahl-Bündel, zum Beispiel in Empfangsantennen für kosmische Strahlung und Satelliten-Fernsehen oder in astronomischen Spiegelantennen.



Ellipse



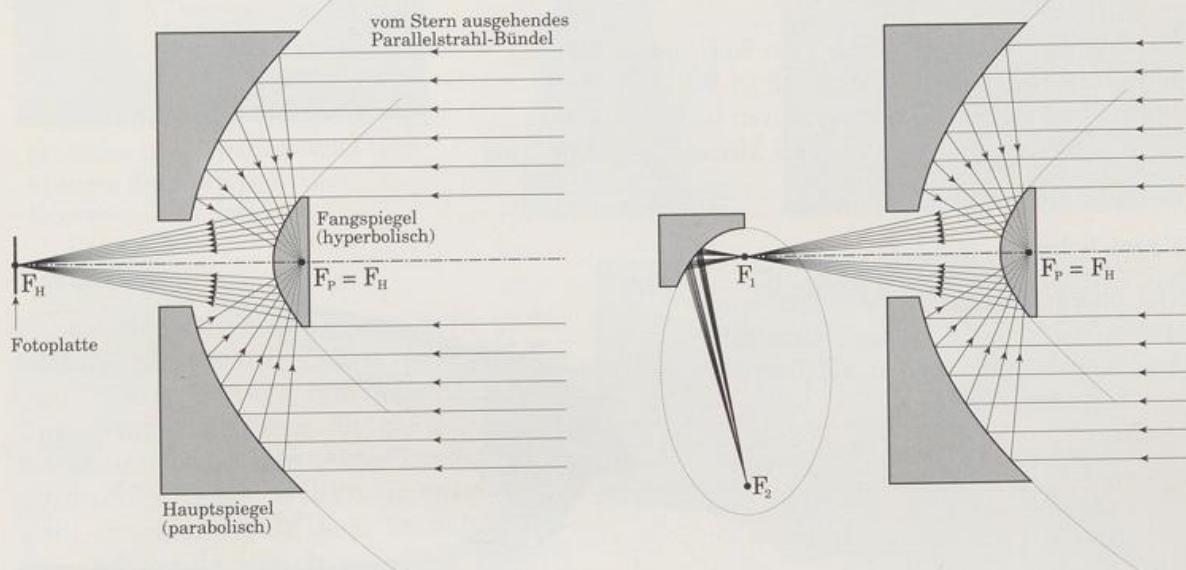
Parabel



Hyperbel

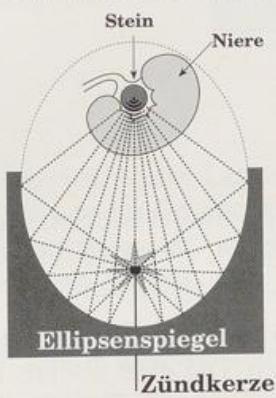
fernrohren. Im *Cassegrain-Teleskop* ist ein Parabolspiegel mit einem hyperbolisch gekrümmten Spiegel gekoppelt. Mit dieser Spiegelkombination erzielt man eine Brennweite, die größer ist als die des Parabolspiegels allein. (Ein Fernrohr vergrößert um so stärker, je länger seine Brennweite ist.) Man könnte sogar ein Teleskop mit Spiegeln bauen, in denen alle drei Kegelschnitt-Typen vorkommen.

## Cassegrain-Fernrohr



Seit es den *Nierenlithotripter* gibt, das ist ein Nierenstein-Zerbrösler, lassen sich Nierensteine ohne blutige Operation entfernen. Sein Funktionsprinzip ist recht einfach: In einem Brennpunkt eines Ellipsenspiegels sendet ein starker Funke einen Knall aus – das ist eine Stoßwelle. Der Patient ist so justiert, dass im andern Brennpunkt sein Nierenstein sitzt. Die am Ellipsenspiegel reflektierte Stoßwelle konzentriert sich auf den Nierenstein und bewirkt, dass eine dünne Außenschicht abplatzt. Einige hundert Funkenknalle zerbröseln so den Stein zu Grieß.

### Nierenstein-Zerbrösler



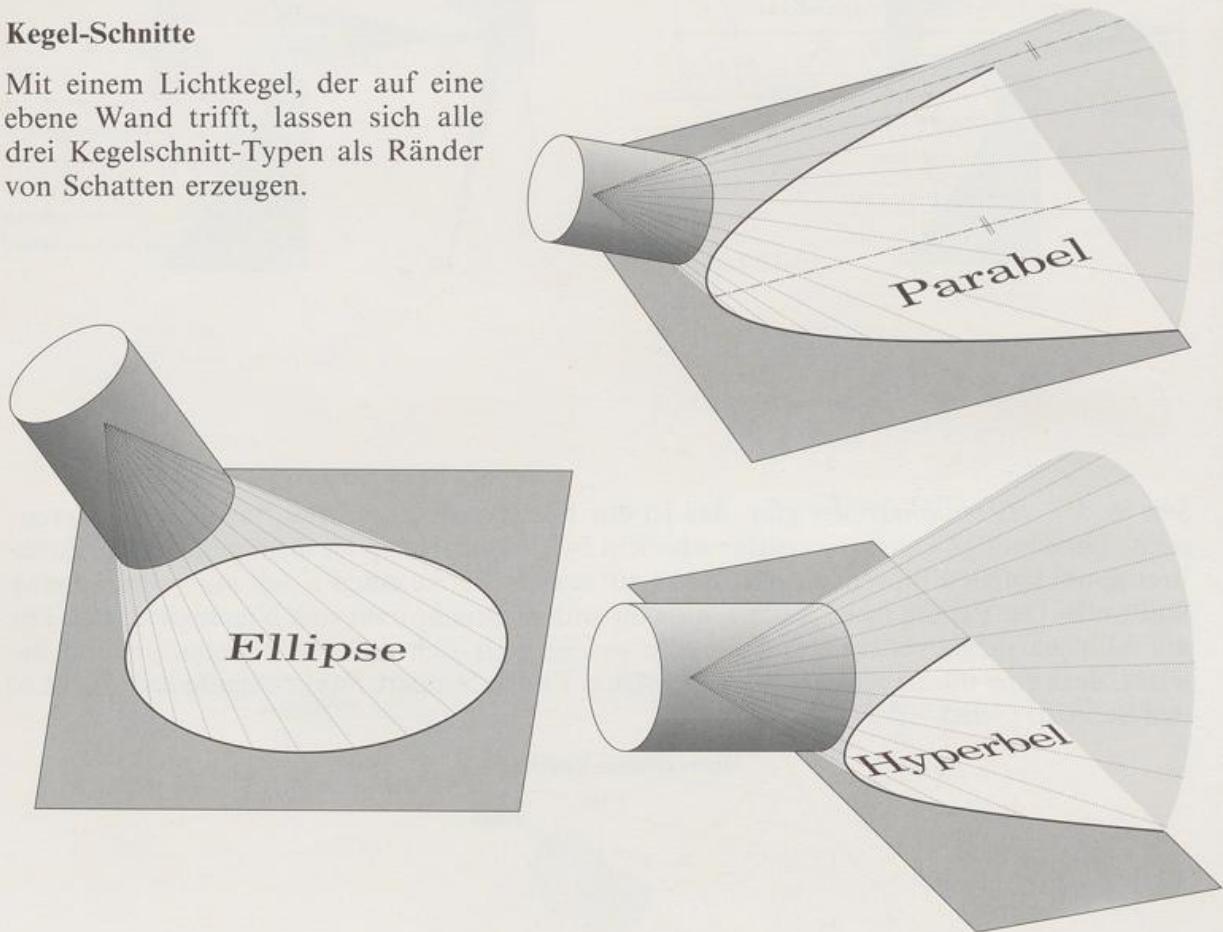
Flüstergalerien sind raffinierte Einrichtungen in Schlössern und Residenzen: Eine elliptisch gewölbte Decke überspannt zwei Räume so, dass in jedem Raum ein Brennpunkt liegt. Findet ein (geflüstertes) Gespräch im Brennpunkt des einen Raums statt, dann kann man es im Brennpunkt des andern Raums abhören. Lauschangriffe sind also schon seit der Renaissance durch trickreiche Nutzung einer Ellipsen-Eigenschaft in der Architektur möglich!

Flüstergewölbe finden sich zum Beispiel

- in der Vorhalle der Residenz in Würzburg
- im Karyatiden-Saal des Louvre in Paris
- in einem Raum des Castello Sforzesco in Mailand
- in St. Paul's in London.

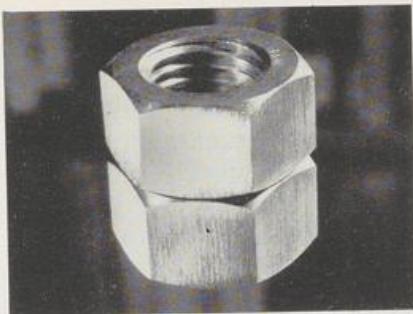
### Kegel-Schnitte

Mit einem Lichtkegel, der auf eine ebene Wand trifft, lassen sich alle drei Kegelschnitt-Typen als Ränder von Schatten erzeugen.



Beim Anspitzen eines sechskantigen Bleistifts entstehen Hyperbeln als Schnitte eines Kegels (im Spitzer) mit Ebenen (Bleistift), die parallel sind zur Kreisachse. Ähnlich kommen auch die Hyperbeln auf Gewindemuttern zustande.

Bei der Sonnenuhr wirft ein fester Stab einen Schatten, der die wahre Sonnenzeit angibt. Die Schattenspitze beschreibt jeden Tag eine andere Kurve (*Datumslinie*). Diese Kurve entsteht als Schnitt der Bildebene und des Kegels, den die Verbindungsgeraden Stabspitze–Sonne bilden. Sie ist deshalb ein Kegelschnitt, und zwar meistens eine Hyperbel.

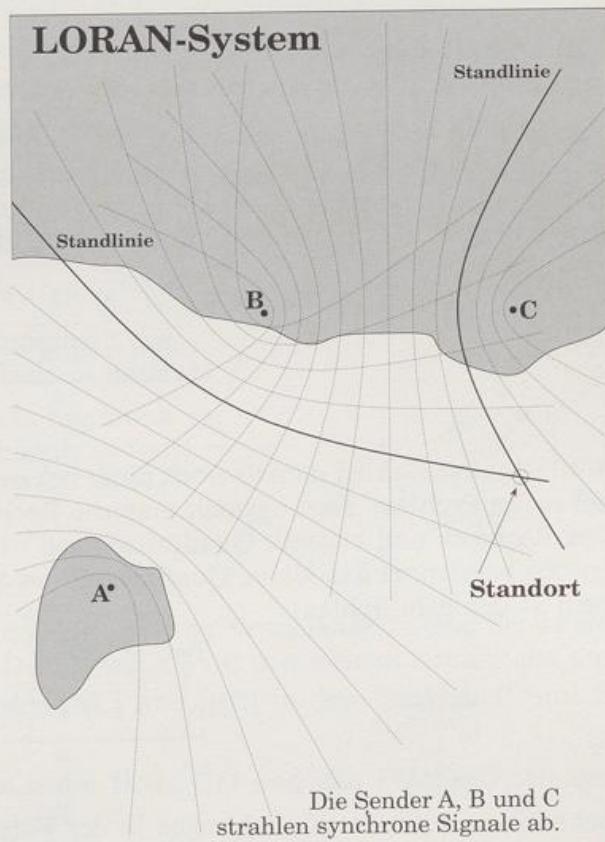


Modebewusste Messingmutter beim Mustern ihrer hyperbolischen Konturen vorm Spiegel



## Navigation

Hyperbeln spielen eine große Rolle in der Ortung von Schiffen. Das LORAN-System (LOng RAnge Navigation) ist ein Funkortungsverfahren für die Langstreckenpeilung (von den Amerikanern während des Zweiten Weltkriegs entwickelt). Drei verschiedene ortsfeste Stationen senden gleichzeitig Signale aus, die ein Schiff oder Flugzeug empfängt. Der Laufzeitunterschied der empfangenen Signale zweier Sender legt eine Hyperbel als Standlinie fest (die Sender stehen in den Brennpunkten). Der Standort ergibt sich als Schnittpunkt von zwei oder drei Hyperbeln. Die Genauigkeit bei Auswertung der Bodenwellenimpulse liegt bei 5 km, bei Auswertung der Raumwellenimpulse bei 15 km. Die Reichweite der Sender beträgt tagsüber 1400 km und nachts etwa das Doppelte. Das LORAN-System überdeckt fast vollständig den Nordatlantik sowie große Teile des Indischen Ozeans.



## 6. Geschichtliches

Etwa um 350 v. Chr. erfindet MENAICHMOS, der Lehrer Alexanders des Großen, die Kegelschnitte als Kegel-Schnitte zur Lösung geometrischer Probleme, bei denen man mit der klassischen Methode (Zirkel, Lineal) nicht weiterkommt. Er löst zum Beispiel das Delische Problem der Würfelverdopplung über den Schnitt von Parabeln: Aus  $x^2 = ay$  und  $y^2 = 2ax$  folgt nämlich  $x = a\sqrt[3]{2}$ .

Mit den Kegelschnitten ist es auch möglich, einen Winkel in drei gleich große Winkel zu zerlegen.

Nur das dritte der drei klassischen Probleme, die Quadratur des Kreises, kann MENAICHMOS nicht lösen.